

ISSN 2518-1483 (Online),
ISSN 2224-5227 (Print)

**ACADEMIC JOURNAL
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

**№3
2026**

ISSN 2518-1483 (Online),
ISSN 2224-5227 (Print)

2026 • 3



ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

Editor-in-Chief:

ZHURINOV Murat Zhurinovich, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of IAAS and NAS RK, General Director of the Research Institute of Petroleum Refining and Petrochemicals (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960> <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Editorial Board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the JSC "Phytochemistry Research and Production Center", (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

RAMAZANOV Tlekkaul Sabitovich, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

ABIEV Rufat, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

OLIVIERO Rossi Cesare, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

TIGINYANU Ion Mihailovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

SANG SU Kwak, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

BERSIMBAYEV Rakhmetkazhi Iskenderovich, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

CALANDRA Pietro, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

BOSHKAEV Kuantai Avgazyevich, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

BURKITBAEV Mukhambetkali, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ZHUSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

KHARIN Stanislav Nikolaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

ABISHEV Medeu Erzhanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich, PhD in Chemistry, First Deputy Director General of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES.

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Owner: «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan № **KZ93VPY00121157** issued **05.06.2025**

Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Бас редактор:

ЖҰРЫНОВ Мұрат Жұрыңұлы, химия ғылымдарының докторы, профессор, ХҒАҚ және ҚР ҰҒА академигі, Мұнай өңдеу және мұнай-химиясы ғылыми-зерттеу институтының бас директоры (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%2017489>; <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Редакция ұжымы:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нұрәділұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мыңжасарұлы, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, "Фитохимия" ғылыми-өндірістік орталығы " АҚ директоры (Қарағанды, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

РАМАЗАНОВ Тілеккабыл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

ӘБИЕВ Руфат, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны оңтайландыру» кафедрасының меңгерушісі, (Санкт-Петербург, Ресей), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

ОЛИВЬЕРО Росси Сесаре, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

ТИГІНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

САНГ-СУ Квак, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корея Биология және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIIBV), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері, (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Ескендірұлы, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. (Астана, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

КАЛАНДРА Пьетро, PhD (физика), нанотехнология материалдары зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

БҮРКІТБАЕВ Мұхамбетқали, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

ӘБІШЕВ Медеу Ержанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

ӘБІЛМАҒЖАНОВ Арлан Зайнуталлайұлы, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы "Отын, катализ және электрохимия институты" АҚ Бас директорының бірінші орынбасары, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Орталық Азия академиялық ғылыми орталығы» ЖШС (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі 05.06.2025 ж. берген № KZ93VPY00121157 Куәлік.

Тақырыптық бағыты: физика, химия.

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Главный редактор:

ЖУРИНОВ Мурат Журинович, доктор химических наук, профессор, академик МАН и НАН РК, Генеральный директор НИИ нефтепереработки и нефтехимии (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%3Cbr>https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

АДЕКЕНОВ Сергезы Мынжасарович, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор АО "Научно-производственного центра "Фитохимия" (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

АБИЕВ Руфат, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

ОЛИВЬЕРО Росси Чезаре, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

САНГ-СУ Квак, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB), (Дэжон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендинович, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

БУРКИТБАЕВ Мухамбеткали, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

ТАКИБАЕВ Нурғали Жабағәевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

АБИШЕВ Медеу Ержанович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

АБИЛМАТЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич, кандидат химических наук, первый заместитель генерального директора АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Собственник: ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр» (г. Алматы).

Свидетельство № KZ93VPY00121157 о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан 05.06.2025

Тематическая направленность: физика, химия.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр», 2026

CONTENTS

PHYSICS

Aliuly A., Kaltayev A.

Aliuly A., Kaltayev A. Assessment of the Applicability of Similarity Laws for Centrifugal Pump Scaling Based on Hydrodynamic Modeling.....14

Baratov A.G., Sailaubek A., Serik A.S.

Synthesis and Investigation of a Narrow-Bandgap SrTaO₂N-Based Photocatalyst.....33

Nurbayev B., Dmitriyeva E., Kemelbekova A.

Modern Methods of Selective Lithium Leaching from Spent Lithium-Ion Batteries.....45

Seitov A., Amanzholov T.

Comparative Analysis of One-Dimensional Physical-Hydrodynamic Models of Centrifugal Flow in an Impeller for Mineralized Media.....60

Syzdykova A.M., Serikbayev N.S., Kutum B.B.

Local Kodama-Type Transformations and Integrability Limits of the Extended Fifth-Order Korteweg-de Vries Equation.....83

Ualikhanova U.A., Ussipkyzy T., Altayeva G.S., Razina O.V.

Calculation of the Screened $f(T)$ Gravity Model.....101

Zhadyranova A.A., Tsyba P.Yu., Ismail U.K., Yerzhan B.

Divergence-Free Deceleration Parameter, Kinematic Constraints from DESI DR2 and Cosmic Chronometers.....123

Zhenishan K., Bekov S.S., Syzdykova A.M.

The Influence of Gaussian Process Parameters on Reconstructing the Hubble Constant.....146

CHEMISTRY

Amangeldi B., Zhanikulov N., Taimasov B., Aitureev M., Dauletiyarov M.

Research of the Firing Processes and Whiteness of White Cement Clinkers.....155

Baisalova G.Zh., Bauyrzhanova G.B., Niyaz G.A., Taltenov A.A., Ainabayev A.A.

Study of the Chemical Composition of Ethanol Extracts of Lady's Mantle by Gas Chromatography-Mass Spectrometry.....169

Bishimbaev V.K., Kapsalyamov B.A.

Hydrogeochemical Indicators of Sulfuric-Acid Uranium Leaching Impact on Groundwater in Shieli and Zhanakorgan Districts.....183

Darmenbayeva A.S., Aubakirova R.A. Nurgaliyeva D.A., Abylkassova G.E., Abilmazhinova G.A.

Structural and Morphological Features of Polymer-Metal Functional Materials.....205

Dyusebaeva M.A., Berganayeva A.E., Ibragimova N.A., Utaraliev D.M., Berganayeva G.E.

Green synthesis of silver nanoparticles using the n-butanol fraction of Galega officinalis L.....223

Dyussembekova S.B., Utarova D.A., Kuspanov Zh.B., Daulbayev Ch.B., Abdikarimova U.A. Investigation of the Effect of SrTiO ₃ Heat Treatment on the Photocatalytic Efficiency of the \	
Decomposition of an Amphoteric Antibiotic.....	239
Issayeva U.B., Akhmetova G.S., Praliyev K.D., Malmakova A.E., Seilkhanov T.M. 1-Benzyl-4-(p-Fluorobenzoyloxyimino)Piperidine Hydrochloride as a Candidate for	
an Anti-Infective Agent.....	252
Kamunur K., Yskak M., Mussapyrova L. Effect of Chemical Modification of Sodium Lignosulfonate on Flotation Properties in the	
Barite – Calcite System.....	264
Kononov A., Kamunur K., Mussapyrova L., Assylkhanova D., Batkal A. Obtaining and Studying the Inorganic Flocculant Al–Fe–Mn Based on Modified Bentonite.....	276
Kurmangaliyeva A.1, Akhmetova F.2, Kareshova Zh.1, Iskakov R. PDMA-Modified Tagan Bentonite for Hydrogen Production in Catalytic Conversion	
of Hydrocarbons.....	292
Kurtebayeva A.A., Silvia Álvarez-Torrellas., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes H.T., Kalmakhanova M.S. Corn-Cob-Derived Fe-Modified Activated Carbons for Paracetamol and Sulfamethoxazole	
Removal by Adsorption and Oxidative Treatment.....	307
Nadirov R.K., Nurtazina N.D., Ryskaliyeva R.G. Response Surface Modelling and Optimisation of Ilmenite Flotation Using a Modified	
Lignosulphonate Reagent.....	334
Nefedov A.N., Taikenova A.T., Imashev B.K., Nurislamov R.M., Leontyeva X. Quantum Computing in the Modeling of Corrosion Processes.....	350
Nurkenov O.A., Fazylov S.D., Syzdykov A.K., Kabiyeva S.K., Zhaslan R.K. Synthesis and Structural Study of 3,5-Dimethylisoxazole Sulfone Derivatives with Secondary	
Amines.....	365
Orazbekova R.S., Tungatarova S.A., Baizhumanova T.S., Kaumenova G.B., Zhumabek M. Influence of Reaction Mixture Composition in Steam Reforming of Bioethanol on a High-Entropy	
Oxide Catalyst.....	382
Ryskaliyeva R.G., L.K. Beisembayeva, Osserov T.B. Hydrocyclone Classification of Balkhash Processing Plant Tailings.....	398
Sass A.S., Torlopov I.I., Rakhmetova K.S., Kenzin E.N., Zhurinov M. Formation and Maturation of Phosphate Coatings on Steel from an Alcohol-Based	
Phosphating Solution.....	418
Sdikova G.Zh., Dalabayeva N.S., Balkembay A.S., Sarova N.B., Zhaltyrbayeva N.K. Effect of Electrolyte Formulation on the Characteristics of Zinc-Based	
Electroplated Coatings.....	435
Seitkaliyeva N., Kussainova G., Zhursumbayeva M., Mohamad Ibrahim M.N., Abdiyev K. Study of the Flocculation Properties of Itaconic Acid-Based Copolymers.....	448

Sergazina S.M., Nurmukhanbetova N.N., Ostretsova I.B., Kamze A.R., Kassenova N.B. Comprehensive Assessment of Natural Drinking Water Quality and Statistical Analysis of Physicochemical Parameters.....	460
Talgatkyzy A., Nazhipkyzy M., Otenov A., Seitkazinova A., Issanbekova A. Wood Waste-Derived Organosolv Lignin-Based Carbon Nanofibers For Energy Storage Applications.....	475
Toktabayeva A.K., Makhayeva D.N., Rakhmetullayeva R.K., Rvaidarova G.O., Issenova G.D. Synthesis, Structure, and Physicochemical Properties of Sulfur-Containing Composites Based on Aniline, p-Phenylenediamine, Phenol, and Formaldehyde.....	498
Yeshmanova G.B., Smagulov D.U. Effect of Silicon-Based Particles on the Formation and Composition of PEO Coatings.....	517
Zhortarova A.A., Kubicek V., Ibrayev M.K., Panshina S.Y., Seidakhmetova R.B. N-Phosphorylation of Amino-thiazoles and Amino-Thiadiazoles with P(III)- and P(V)-Reagents: Synthesis, Structure, and Biological Activity.....	538
Zhussupova A., Tyumentseva O., Antonyuk V. Comparative Study of the Kinetics and Energy Characteristics of Planetary Milling of Copper Smelting Dump Slag and Granulated Lead-Smelting Slag.....	552

МАЗМҰНЫ

ФИЗИКА

Әлиұлы А., Калтаев А.

Гидродинамикалық модельдеу негізінде ортадан тепкіш сорғыларды масштабтауда ұқсастық заңдарының қолданылуын бағалау.....14

Баратов А.Ғ., Сайлаубек А., Серік А.С.

SrTaO_2N негізіндегі тар тыйым салынған аймақты фотокатализаторды алу және зерттеу.....33

Нұрбаев Б., Дмитриева Е., Кемелбекова А.

Пайдаланылған литий-ионды аккумуляторлардан литийді селективті шаймалаудың заманауи әдістері.....45

Сейтов А.Н., Аманжолов Т.Е.

Минералданған орталарға арналған жұмыс дөңгелегіндегі ортадан тепкіш ағыстың бірөлшемді физикалық–гидродинамикалық модельдерін салыстырмалы талдау.....60

Сыздыкова А.М., Серикбаев Н.С., Кутум Б.Б.

Кенетейлген бесінші ретті Кортевег-де Фриз тендеуінің локалды кодам типті түрлендіруі мен интегралдану шектері.....83

Уалиханова У.А., Үсіпқызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В.

Экрандалған $f(T)$ – гравитация моделінің есебі.....101

Жадыранова А.А., Цыба П.Ю., Исмаил Ү.Қ., Ержан Б.

Дивергенциясыз бәсеңдеу параметрі, DESI DR2 және космикалық хронометрлер деректері бойынша кинематикалық шектеулер.....123

Жеңіскан Қ., Беков С.С., Сыздыкова А.М.

Хаббл тұрақтысын реконструкциялауға Гаусстық процестер параметрлерінің әсері.....146

ХИМИЯ

Амангелді Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтүреев М., Даулетияров М.

Ақ цемент клинкерлерінің күйдіру процестерін және ақтығын зерттеу.....155

Байсалова Г.Ж., Бауыржанова Г.Б., Нияз Г.А., Талтенов А.А., Айнабаев А.А.

Газ хроматография-масс-спектрометрия әдісімен кәдімгі теңгежапырақ өсімдігінің этанолды сығындыларының химиялық құрамын зерттеу.....169

Бишимбаев В.К., Капсаямов Б.А.

Шиелі және Жаңақорған аудандарындағы уранды күкірт қышқылымен шаймалаудың жер асты суларына әсерінің гидрогеохимиялық көрсеткіштері.....183

Дарменбаева А.С., Аубакирова Р.А., Нурғалиева Д.А., Абылкасова Г.Е., Абилямжинова Г.А.

Полимер-металл функционалдық материалдардың құрылымдық-морфологиялық ерекшеліктері.....205

Дюсебаева М.А., Берганаева А.Е., Ибрагимова Н.А., Утаралиев Д.М., Берганаева Г.Е.

Galega Officinalis L. өсімдігінің N-бутанолдық фракциясы арқылы күміс нанобөлшектерін жасыл синтездеу.....223

Дюсембекова С.Б., Утарова Д.А., Құспанов Ж.Б., Даулбаев Ч.Б., Әбдікәрімова Ұ.Ә. Термиялық өңделген SrTiO ₃ фотокатализаторларының екідайлы антибиотикті тиімді ыдыратуын зерттеу.....	239
Исаева Ұ.Б., Ахметова Г.С., Пірәлиев Қ.Ж., Малмакова А.Е., Сейлханов Т.М. Жұқпалы ауруларға қарсы кандидат ретінде 1-бензил-4-(П-фторбензоилоксиимино) пиперидин гидрохлориді.....	252
Қамұнұр Қ., Ысқақ М., Мусапирова Л. Барит–кальцит жүйесіндегі натрий лигносульфонатының флотациялық қасиеттеріне химиялық модификацияның әсері.....	264
Кононов А., Қамұнұр Қ., Мусапирова Л., Асылханова Д., Батқал А. Модификацияланған бентонит негізіндегі Al–Fe–Mn бейорганикалық флокулянтын алу және зерттеу.....	276
Қурманғалиева А.1, Ахметова Ф., Карешова Ж., Исаков Р. Көмірсутектердің каталитикалық конверсиясы арқылы сутек алуға арналған ПДМА-модификацияланған таған бентониті.....	292
Қуртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes H.T., Калмаханова М.С. Жүгері собықтарынан алынған темірмен модификацияланған белсендірілген көмірлермен парацетамол мен сульфаметоксазолды адсорбциялық-тотығу жолымен жою.....	307
Надиров Р.К., Нуртазина Н.Д., Рыскалиева Р.Г. Модификацияланған лигносульфонатты реагентті қолдану арқылы ильменит флотациясының жауап бетін модельдеу және оңтайландыру.....	334
Нефедов А.Н., Тайекенова А.Т., Имашев Б.К., Нурисламов Р.М., Леонтьева К.А. Коррозиялық процестерді модельдеудегі кванттық есептеулер.....	350
Нүркенов О.А., Фазылов С.Д., Сыздықов А.К., Қабиева С.Қ., Жаслан Р.К. Екіншілік аминдермен 3,5-диметилизоксазолдың сульфотуындыларын синтездеу және құрылымдық зерттеу.....	365
Оразбекова Р.С., Тунгатарова С.А., Байжұманова Т.С., Кауменова Г.Б., Жұмабек М. Жоғары энтропиялық оксид катализаторы қатысында биоэтанолдың бу риформингісіне реакциялық қоспа құрамының әсері.....	382
Рыскалиева Р.Г., Бейсембаева Л.К., Осеров Т.Б. Балқаш байыту фабрикасының байыту қалдықтарын гидроциклондық классификациялау.....	398
Сасс А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С., Кензин Э.Н., Жұрынов М. Спирт негізіндегі фосфаттау ерітіндісінен болат бетінде фосфатты жабындардың қалыптасуы және жетілуі.....	418
Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Балкембай А.С., Сарова Н.Б., Жалтырбаева Н.К. Мырыш негізіндегі гальваникалық қаптамалардың қасиеттеріне электролит құрамының әсері.....	435

Сейтқалиева Н., Құсаинова Г., Жүрсімбаева М., Мохамад Ибрагим М.Н., Әбдиев Қ. Итакон қышылы негізіндегі сополимерлердің флокуляциялық қасиеттерін зерттеу.....	448
Сергазина С.М., Нұрмұханбетова Н.Н., Острцова И.Б., Камзе А.Р., Касенова Н.Б. Табиғи ауыз су сапасын кешенді бағалау және физика-химиялық көрсеткіштерге статистикалық талдау.....	460
Талгатқызы Ә., Нажиқызы М., Өтенов Ә., Сейтқазынова Ә., Исанбекова А. Ағаш қалдықтарынан алынған органосольв лигнин негізіндегі көміртеккі талшықтарды энергия сақтау жүйелерінде қолдану.....	475
Тоқтабаева Ә.Қ., Махаева Д.Н., Рахметуллаева Р.Қ., Рвайдарова Г.О., Исенова Г.Д. Анилин, п-фенилендиамин, фенол және формальдегид негізіндегі күкіртқұрамды композиттердің синтезі, құрылымы және физика-химиялық қасиеттері.....	498
Ешманова Г.Б., Смағұлов Д.У. Кремний негізіндегі бөлшектердің ПЭО жабындарының қалыптасуы мен құрамына әсері.....	517
Жортарова А.А., Kubicek V., Ибраев М.Қ., Паньшина С.Ю., Сейдахметова Р.Б. P(III) және P(V) реагенттерімен аминотиазолдар мен аминок-тиадиазолдарды N-фосфорлирлеу: синтезі, құрылымы және биологиялық белсенділігі.....	538
Жусупова А., Тюменцева О., Антонюк В. Үйінді мыс балқыту шлагы мен қорғасын балқытудың түйіршіктелген шлагын планетарлық ұнтақтау кинетикасы мен энергетикасын салыстырмалы зерттеу.....	552

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Әлиұлы А., Калтаев А.

Оценка применимости законов подобия при масштабировании центробежных насосов на основе гидродинамического моделирования.....14

Баратов А.Г., Сайлаубек А., Серік А.С.Получение и исследование узкозонного фотокатализатора на основе SrTaO_2N33**Нұрбаев Б., Дмитриева Е., Кемелбекова А.**

Современные методы селективного выщелачивания лития из отработанных литий-ионных аккумуляторов.....45

Сейтов А.Н., Аманжолов Т.Е.

Сравнительный анализ одномерных физико-гидродинамических моделей центробежного течения в рабочем колесе для минерализованных сред.....60

Сыздыкова А.М., Серикбаев Н.С., Кутум Б.Б.

Локальные преобразование типа кодамы и пределы интегрируемости расширенного уравнения Кортевега-де Фриза пятого порядка.....83

Уалиханова У.А., Усипкызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В.Расчёт экранированной модели $f(T)$ -гравитации.....101**Жадыранова А.А., Цыба П.Ю., Исмаил У.Қ., Ержан Б.**

Дивергентно-свободный параметр замедления, кинематические ограничения по данным DESI DR2 и космических хронометров.....123

Женискан К., Беков С.С., Сыздыкова А.М.

Влияние параметров Гауссового процесса на реконструкцию постоянной Хаббла.....146

ХИМИЯ

Амангелди Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтурсев М., Даулетияров М.

Исследование процессов обжига и белизны клинкеров белых цементов.....155

Байсалова Г.Ж., Бауыржанова Г.Б., Нияз Г.А., Талтенов А.А., Айнабаев А.А.

Изучение химического состава этанольных экстрактов манжетки обыкновенной методом газ хроматографии-масс-спектрометрии.....169

Бишимбаев В.К., Капсалямов Б.А.

Гидрогеохимические индикаторы воздействия сернокислотного выщелачивания урана на подземные воды районов Шиели и Жанакоргана.....183

Дарменбаева А.С., Аубакирова Р.А., Нургалиева Д.А., Абылкасова Г.Е., Абилямажинова Г.А.

Структурно-морфологические особенности полимер-металлических функциональных материалов.....205

Дюсебаева М.А., Берганаева А.Е., Ибрагимова Н.А., Утаралиев Д.М., Берганаева Г.Е. Зеленый синтез серебряных наночастиц с использованием N-бутанольной фракции Galega officinalis L.....	223
Дюсембекова С.Б., Утарова Д.А., Куспанов Ж.Б., Даулбаев Ч.Б., Абдикаримова У.А. Исследование влияния термической обработки SrTiO ₃ на фотокаталитической эффективности разложения амфотерного антибиотика.....	239
Исаева У.Б., Ахметова Г.С., Пралиев К.Д., Малмакова А.Е., Сейлханов Т.М. Гидрохлорид 1-бензил-4-(п-фторбензоилоксиимино) пиперидина в качестве кандидата в противомикробное средство.....	252
Қамұнұр Қ., Ысқақ М., Мұсапирова Л. Влияние химической модификации лигносульфоната натрия на его флотационные свойства в системе барит–кальцит.....	264
Кононов А., Қамұнұр Қ., Мұсапирова Л., Асылханова Д., Батқал А. Получение и исследование неорганического флокулянта Al–Fe–Mn на основе модифицированного бентонита.....	276
Курмангалиева А., Ахметова Ф., Карешова Ж., Исаков Р. ПДМА-модифицированный таганский бентонит для получения водорода при каталитической конверсии углеводородов.....	292
Қуртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes Н.Т., Калмаханова М.С. Модифицированные железом активированные угли из кукурузных початков для адсорбционно-окислительного удаления парацетамола и сульфаметоксазола.....	307
Надиров Р.К., Нуртазина Н.Д., Рыскалиева Р.Г. Моделирование поверхности отклика и оптимизация флотации ильменита с использованием модифицированного лигносульфонатного реагента.....	334
Нефедов А.Н., Тайекенова А.Т., Имашев Б.К., Нурисламов Р.М., Леонтьева К.А. Квантовые вычисления в моделировании коррозионных процессов.....	350
Нуркенов О.А., Фазылов С.Д., Сыздыков А.К., Кабиева С.К., Жаслан Р.К. Синтез и структурное исследование сульфопроизводных 3,5-диметилизоксазола совторичными аминами.....	365
Оразбекова Р.С., Тунгатарова С.А., Байжұманова Т.С., Кауменова Г.Б., Жұмабек М. Влияние состава реакционной смеси в паровом риформинге биоэтанола на высокоэнтропийном оксидном катализаторе.....	382
Рыскалиева Р.Г., Бейсембаева Л.К., Осеров Т.Б. Гидроциклонная классификация хвостов обогащения Балхашской обогажительной фабрики.....	398
Сасс А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С., Кензин Э.Н., Журинов М. Формирование и созревание фосфатных покрытий на стали из фосфатирующего раствора на основе спирта.....	418

Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Балкембай А.С., Сарова Н.Б., Жалтырбаева Н.К. Влияние состава электролита на свойства гальванических покрытий на основе цинка.....	435
Сейткалиева Н., Кусаинова Г., Журсумбаева М., Мохамад Ибрагим М.Н., Абдиев К. Исследование флокулирующих свойств сополимеров на основе итаконовой кислоты.....	448
Сергазина С.М., Нурмуханбетова Н.Н., Острцова Н.Б., Камзе А.Р., Касенова Н.Б. Комплексная оценка качества природной питьевой воды и статистический анализ физико-химических показателей.....	460
Талгаткызы А., Нажибкизы М., Отонов А., Сейтказинова А., Исанбекова А. Углеродные волокна на основе органосольв лигнина, полученного из древесных отходов, для применения в системах хранения энергии.....	475
Токтабаева А.К., Махаева Д.Н., Рахметуллаева Р.К., Рвайдарова Г.О., Исенова Г.Д. Синтез, структура и физико-химические свойства серосодержащих композитов на основе анилина, п-фенилендиамина, фенола и формальдегида.....	498
Ешманова Г.Б., Смагулов Д.У. Влияние частиц на основе кремния на формирование и состав ПЭО покрытий.....	517
Жортарова А.А., Kubicek V., Ибраев М.К., Панышина С.Ю., Сейдахметова Р.Б. N-фосфорилирование аминотиазолов и аминок-тиадиазолов с помощью реагентов Р(III) и Р(V): синтез, структура и биологическая активность.....	538
Жусупова А., Тюменцева О., Антонюк В. Сравнительное исследование кинетики и энергетики планетарного измельчения отвального медеплавильного шлака и гранулированного шлака свинцовой плавки.....	553

ACADEMIC JOURNAL
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES
ISSN 2224-5227
Volume 3.
Number 359 (2026), 101–122

<https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.465>

UDC: 524.834
IRSTI: 29.05.45

©Ualikhanova U.A.*, Ussipkyzy T., Altayeva G.S., Razina O.V., 2026.

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.

*E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

CALCULATION OF THE SCREENED $f(T)$ GRAVITY MODEL

Ualikhanova Ulbossyn — PhD, Senior Lecturer, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

Ussipkyzy Torgyn — Master's student, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: torgyn.usypqyzy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-2076-3060>;

Altayeva Gulsinay — Master, Senior Lecturer, Shokan Ualikhanov Kokshetau University, Kokshetau, Kazakhstan,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

Razina Olga — PhD, Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: olvikraz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4400-4789>.

Abstract. This paper investigates a screened model of modified teleparallel gravity described by the function

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right]$$

where T is the torsion scalar, T_s defines the characteristic transition scale, and Λ_* determines the amplitude of the late-time cosmological acceleration. The main feature of the model is the automatic suppression of the modifying term at large $|T|$. In the high-torsion regime, the correction decreases as T^{-2} , and the theory asymptotically approaches the teleparallel equivalent of General Relativity. At small $|T|$, the modifying term tends to the constant $-2\Lambda_*$, reproducing the effect of a positive cosmological constant.

For a spatially flat FLRW (Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker) geometry, the modified Friedmann equation was derived, an expression for the effective energy density of the geometric sector was obtained, and the normalization condition $E(0) = 1$, where $E(z) = H(z)/H_0$, was imposed. Analytical expressions were also obtained for $E'(z)$, the effective equation-of-state parameter $w(z)$, the derivatives of

the function $f(T)$, and the effective gravitational constant G_{eff} . It was shown that the crossing of the phantom divide $w_x = -1$ on the monotonic cosmological branch is determined by the condition $u = 5/4$.

A numerical analysis was performed for $\tau = 0.30, 0.70$, and 1.20. The expansion function, the relative deviation of $H(z)$ from the Λ CDM model, the evolution of $w_x(z)$, the ratio G_{eff}/G , and the combination $f\sigma_8(z)$ were investigated. It was found that the model preserves a background dynamics close to that of the Λ CDM model and satisfies the condition $\mathcal{F}_\tau > 0$ over the interval $0 \leq z \leq 5$. However, the present-day value $G_{\text{eff}}/G \simeq 1.29 - 1.38$ indicates a significant enhancement of the gravitational interaction. Therefore, the minimal version of the model successfully realizes high-torsion screening but is likely to face strong constraints from observations of the growth of large-scale structure.

Keywords: torsion, teleparallel gravity, dark energy, dark matter, accelerated expansion

Funding: This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP26101851).

For citations: Ualikhanova U.A., Ussipkyzy T., Altayeva G.S., Razina O.V. Calculation of the Screened $f(T)$ Gravity Model. *Academic Journal of Physical and Chemical Sciences*. 2026. No.3. Pp. 101–122. DOI: <https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.465>

©Уалиханова У.А.*, Усіпқызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В., 2026.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

*E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

ЭКРАНДАЛҒАН $f(T)$ – ГРАВИТАЦИЯ МОДЕЛІНІҢ ЕСЕБІ

Уалиханова Улбосын — PhD, аға оқытушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

Усіпқызы Торғын — магистрант, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: torgyn.usypqyzy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-2076-3060>;

Алтаева Гульсинай — магистр, аға оқытушы, Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау университеті, Көкшетау, Қазақстан,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

Разина Ольга — PhD, профессор, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: olvikraz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4400-4789>.

Аннотация. Бұл жұмыста функция арқылы сипатталатын модификацияланған телепараллельді гравитацияның экрандалған моделі зерттеледі.

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right]$$

мұндағы T — бұралу скаляры, T_s өтудің сипаттамалық масштабын анықтайды, ал Λ_* кеш ғаламдық (космологиялық) үдеудің амплитудасын сипаттайды. Модельдің негізгі ерекшелігі — $|T|$ үлкен мәндерінде модификациялаушы бөліктің автоматты түрде басылуы. Жоғары бұралу режимінде түзету мүшесі T^{-2} заңы бойынша кемиді, нәтижесінде теория асимптоталық түрде жалпы салыстырмалылық теориясының телепараллельді эквивалентіне жақындайды. Ал $|T|$ кіші мәндерінде модификациялаушы бөлік тұрақты $-2\Lambda_*$ мәніне ұмтылып, оң космологиялық тұрақтының әсерін қайта жаңғыртады.

Кеңістіктік жазық FLRW (Фридман–Леметр–Робертсон–Уокер) геометриясы үшін модификацияланған Фридман теңдеуі қорытылып шығарылды, геометриялық сектордың тиімді энергия тығыздығының өрнегі алынды және $E(0) = 1$ шарты бойынша нормалау жүргізілді, мұндағы $E(z) = H(z)/H_0$ онымен қатар, $E'(z)$, тиімді күй теңдеуінің параметрі $w(z)$, $f(T)$ функциясының туындылары және тиімді гравитациялық тұрақты G_{eff} үшін аналитикалық өрнектер анықталды. Монотонды космологиялық тармақта $w_X = -1$ фантомдық шекарасының қиылысуы $u = 5/4$ шартымен нықталатыны көрсетілді.

Сандық талдау $\tau = 0.30, 0.70$ және 1.20 мәндері үшін жүргізілді. Кеңею функциясы, $H(z)$ шамасының Λ CDM моделінен салыстырмалы ауытқуы, $w_X(z)$ параметрінің эволюциясы, G_{eff}/G қатынасы және $f\sigma_8(z)$ комбинациясы зерттелді. Зерттеу нәтижелері модельдің фондық динамикасының Λ CDM моделіне жақын екенін және $0 \leq z \leq 5$ аралығында $\mathcal{F}_T > 0$ шартын қанағаттандыратынын көрсетті. Алайда қазіргі кездегі $G_{\text{eff}}/G \simeq 1.29 - 1.38$ мәні гравитациялық өзара әрекеттесудің едәуір күшейетінін көрсетеді. Демек, модельдің минималды нұсқасы жоғары бұралу режиміндегі экрандалуды сәтті жүзеге асырғанымен, ірі ауқымды құрылымдардың өсуін бақылау деректері тарапынан қатаң шектеулерге ұшырауы ықтимал.

Түйін сөздер: бұралу, телепараллель гравитация, күңгірт энергия, күңгірт материя, үдемелі кеңею

©Уалиханова У.А. *, Усипкызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В., 2026.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,
Астана, Казахстан.

*E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

РАСЧЁТ ЭКРАНИРОВАННОЙ МОДЕЛИ $f(T)$ – ГРАВИТАЦИИ

Уалиханова Улбосын — PhD, старший преподаватель, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

Усипкызы Торгын — магистрант, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: torgyn.usurpyzy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-2076-3060>;

Алтаева Гульсинай — магистр, старший преподаватель, Кокшетауский университета имени Ш.Уалиханова, Кокшетау, Казахстан,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

Разина Ольга — PhD, профессор, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: olvikraz@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4400-4789>.

Аннотация. В данной работе исследуется экранированная модель модифицированной телепараллельной гравитации, задаваемая функцией

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right]$$

где T — скаляр кручения, T_s определяет характерный масштаб перехода, а Λ_* задаёт амплитуду позднего космологического ускорения. Основная особенность модели состоит в автоматическом подавлении модифицирующей части при больших $|T|$. В высокоторсионном режиме поправка убывает как T^{-2} , и теория асимптотически приближается к телепараллельному эквиваленту общей теории относительности. При малых $|T|$ модифицирующая часть стремится к постоянной $2\Lambda_*$, воспроизводя эффект положительной космологической постоянной.

Для пространственно плоской FLRW (Фридман–Леметр–Робертсон–Уокер) геометрии выведено модифицированное уравнение Фридмана, получено выражение для эффективной плотности геометрического сектора и выполнена нормировка по условию $E(0) = 1$, где $E(z) = H(z)/H_0$. Также получены аналитические выражения для $E'(z)$, эффективного параметра состояния $w(z)$, производных функции $f(T)$ и эффективной гравитационной постоянной G_{eff} . Показано, что пересечение фантомной границы $w_X = -1$ на монотонной космологической ветви определяется условием $u = 5/4$.

Численный анализ проведён для $\tau = 0.30, 0.70$ и 1.20 . Исследованы функция расширения, относительное отклонение $H(z)$ от Λ CDM, эволюция $w_X(z)$, отношение G_{eff}/G и комбинация $f\sigma_8(z)$. Показано, что модель сохраняет близкую к Λ CDM фоновую динамику и удовлетворяет условию $\mathcal{F}_T > 0$ на интервале $0 \leq z \leq 5$. Однако современное значение $G_{eff}/G \simeq 1.29 - 1.38$ указывает на существенное усиление гравитационного взаимодействия. Следовательно, минимальная версия модели успешно реализует высокоторсионное экранирование, но, вероятно, испытывает сильные ограничения со стороны наблюдений роста крупномасштабной структуры.

Ключевые слова: кручение, телепараллельная гравитация, темная энергия, темная материя, ускоренное расширение

Кіріспе. Қазіргі космологияда Әлемнің ірі ауқымды эволюциясы стандартты Λ CDM моделі аясында жоғары дәлдікпен сипатталады. Бұл модельде Әлемнің

кейінгі кезеңдегі үдемелі кеңеюі оң таңбалы космологиялық тұрақты Λ арқылы түсіндіріледі, ал галактикалар мен ірі ауқымды құрылымдардың түзілуі негізінен суық күңгірт материямен анықталады (Møller, 1961). Бақылау деректерінің кең ауқымымен сәтті үйлескеніне қарамастан, Λ CDM моделі бірнеше іргелі мәселелерді әлі де ашық қалдырады (Aldrovandi and Pereira, 2012; Maluf, 2013). Күңгірт энергия мен күңгірт материяның физикалық табиғаты әлі күнге дейін анықталған жоқ, ал бақыланатын космологиялық тұрақтының шамасының кванттық өріс теориясына тән сипаттамалық масштабтармен салыстырғанда аса кіші болуы дәл күйге келтіру мәселесіне алып келеді (Cho, 1976; Hayashi, 1977).

Бұдан бөлек, балама космологиялық сценарийлерді зерттеуге әртүрлі космологиялық өлшеулер арасындағы сәйкессіздіктер де түрткі болады. Атап айтқанда, мұндай айырмашылықтар Әлемнің қазіргі кеңею жылдамдығын және ірі ауқымды құрылымдардың өсу амплитудасын бағалау нәтижелерінде байқалады (Li et al., 2011).

Ғаламның үдемелі кеңеюін түсіндірудің ықтимал тәсілдерінің бірі — космологиялық масштабтардағы гравитациялық өзара әрекеттесуді модификациялау болып табылады (Sotiriou et al., 2010). Бұл жағдайда бақыланатын үдемелі кеңею жеке күңгірт энергия компонентінің салдары ретінде емес, жалпы салыстырмалылық теориясындағы гравитациялық динамиканың ауытқуының көрінісі ретінде қарастырылады (Li et al., 2011). Осындай бағыттардың ішінде телепараллель гравитация теориялары ерекше қызығушылық тудырады. Жалпы салыстырмалылық теориясының телепараллель эквивалентінде гравитация кеңістік-уақыттың қисықтығымен емес, тетрадалық өрістен туындайтын бұралу арқылы сипатталады (Sotiriou et al., 2010; Ong et al., 2013). Негізгі геометриялық шама ретінде бұралу скаляры T алынады, ал T -ге сызықты тәуелді Лагранжиан Эйнштейн теңдеулеріне эквивалентті динамикаға алып келеді (Faraoni and Capozziello, 2011).

Телепараллель эквиваленттің табиғи жалпылауы болып бұралу скалярының сызықты функциясы жалпырақ сызықтық емес тәуелділікпен алмастырылатын $f(T)$ -гравитация табылады (Chen et al., 2015; Krššák and Saridakis, 2016). Мұндай тәсілдің маңызды артықшылықтарының бірі – өріс теңдеулерінің туындылар бойынша әдетте екінші ретті болып сақталуы, ал қисықтыққа негізделген көптеген модификацияларда жоғары ретті теңдеулердің пайда болуы (Krššák, 2017). Бұл космологиялық шешімдерді аналитикалық және сандық зерттеуді жеңілдетеді. Сонымен қатар, $f(T)$ функциясын еркін таңдау физикалық тұрғыдан жарамды теорияны қамтамасыз етпейді (Myrzakulov, 2011). Нақты модель ғалам эволюциясының кеш кезеңдерінде үдемелі кеңеюді қамтамасыз етуі, ерте Ғаламда жалпы салыстырмалылық теориясына жуықтауы, тиімді гравитациялық байланыстың оң мәнін сақтауы және заттық тығыздықтың ауытқуларының бақыланатын өсуіне қайшы келмеуі тиіс (Wu and Yu, 2010).

Алдыңғы зерттеулерде кеш Әлемнің прогрессивті кеңеюін сипаттауға бағытталған экспоненциалды және Λ CDM модельдеріне жақын космологиялық эволюцияны қайталайтын әртүрлі $f(T)$ модельдер қарастырылды. Сондықтан,

бұл жұмыстың ғылыми жаңалығы тек экспоненциалды функционалдық тәуелділікті пайдалануда ғана емес. Негізгі назар қарастырылып отырған минималды модельдегі жоғары спинді режимде модификациялаушы бөлікті автоматты түрде басу механизмін аналитикалық зерттеуге және оның тиімді гравитациялық байланысқа және ірі масштабты құрылымдардың сызықтық өсуіне әсерін фондық космологиямен бірге бір мезгілде талдауға бағытталған.

Осы жұмыста «космологиялық экрандау» термині нақты жоғары бұралу шегімен байланысты қолданылады. Атап айтқанда, T артқан кезде модификациялаушы $F(T)$ бөлігі және оның бұралу скаляры бойынша туындылары нөлге ұмтылып, толық $f(T)$ функциясы асимптоталық түрде жалпы салыстырмалылық теориясының телепараллельді эквивалентіне жақындайды. Демек, ерте Ғаламға тән жоғары энергетикалық немесе жоғары бұралу режимінде модификацияланған гравитация әсері басылып, стандартты гравитациялық динамика қалпына келеді. Төмен бұралу режимінде, керісінше, модификациялаушы бөлік тұрақты шамаға ұмтылып, оң космологиялық тұрақтыға ұқсас әсер тудырады.

Осыған байланысты жұмыстың мақсаты қарастырылатын экрандалған $f(T)$ -модельдің тек фондық кеңею тарихын анықтау емес, оның әртүрлі космологиялық деңгейлердегі мінез-құлқын өзара байланысты түрде бағалау болып табылады. Атап айтқанда, модификацияланған Фридман динамикасы, тиімді күй теңдеуінің параметрі, тиімді гравитациялық тұрақты G_{eff} және материя тығыздығы ауытқуларының сызықтық өсуі бір модель шеңберінде зерттеледі. Зерттеудің маңызды мәселелерінің бірі — жоғары бұралу режиміндегі сәтті экрандау мен Λ CDM-ге сапалық тұрғыдан ұқсас фондық эволюцияның қазіргі дәуірдегі тиімді гравитациялық байланыстың қолайлы мәнін автоматты түрде қамтамасыз ете ме, жоқ па деген сұрақты тексеру.

Мақалада келтірілген есептеулер мен физикалық тұжырымдарды қадағалауды жеңілдету үшін, төмендегі 1-кестеде негізгі шартты белгілер мен олардың сипаттамалары жүйеленіп көрсетілген.

Кесте 1. Негізгі шартты белгілер мен олардың сипаттамалары.

Шартты белгі	Атауы	Сипаттамасы
$\mathcal{F}(T)$	Толық гравитациялық функция	Телепараллельдік гравитацияның толық лагранждық функциясы; $\mathcal{F}(T) = T + f(T)$.
$f(T)$	Модификациялаушы бөлік	Жалпысалыстырмалылықтың телепараллельдік эквивалентіне енгізілетін сызықтық емес түзету.
T	Бұралу скаляры	Телепараллельдік геометриядағы негізгі скалярлық шама. Жазық FLRW кеңістігінде $T = -6H^2$.
T_s	Өтудің сипаттамалық масштабы	Модификацияланған және стандартты гравитациялық режимдер арасындағы өтудің бұралу масштабы.
Λ_*	Кеш дәуірлік үдеудің амплитудасы	Космологиялық тұрақтыға ұқсас әсер туғызатын және Ғаламның кеш үдемелі кеңеюін анықтайтын параметр.
H	Хаббл параметрі	Ғаламның кеңею жылдамдығын сипаттайды.
H_0	Қазіргі Хаббл параметрі	Қызыл ығысу $z = 0$ кезіндегі Хаббл параметрінің мәні.

Шартты белгі	Атауы	Сипаттамасы
$E(z)$	Өлшемсіз кеңею функциясы	$E(z) = H(z)/H_0$; космологиялық кеңею тарихын өлшемсіз түрде сипаттайды.
z	Қызылығысу	Космологиялық уақытты және бақылау дәуірін сипаттайтын айнымалы.
a	Масштабтық фактор	Ғаламның салыстырмалы өлшемін сипаттайды; әдетте қазіргі дәуірде $a = 1$.
N	e -қатпарлар саны	$N = \ln a$; өсу тендеуін жазуға қолданылатын уақыттық айнымалы.
τ	Өлшемсіз өтпелі параметр	$\tau = T_s/6H_0^2$ модификацияның космологиялық масштабын сипаттайды.
u	Көмекші өлшемсіз айнымалы	$u = \frac{\tau^2}{T_s^2} = \tau^2/E^4$; модель өрнектерін ықшамдауға қолданылады.
$S(u)$	Көмекші функция	$S(u) = 1 + (4u - 1)e^{-u}$; Тиімді геометриялық сектордың тығыздығын және Фридман тендеуін ықшам түрде өрнектейді.
k^2	Гравитациялық байланыс тұрақтысы	$k^2 = 8\pi G$ түрінде анықталатын гравитациялық байланыс коэффициенті.
G	Ньютонның гравитациялық тұрақтысы	Стандартты гравитациялық өзара әрекеттесудің негізгі тұрақтысы.
G_{eff}	Тиімді гравитациялық тұрақты	Материя тығыздығының сызықтық ауытқуларының өсуіне әсер ететін модификацияланған гравитациялық байланыс.
$\mu(z)$	Тиімді гравитация қатынасы	$\mu(z) = G_{\text{eff}}/G \approx 1/F_T$; гравитациялық әрекеттесудің стандартты мәннен ауытқуын сипаттайды.
$\mathcal{F}_T$	$\mathcal{F}(T)$ функциясының бірінші туындысы	$\mathcal{F}_T = dF/dT$; тиімді гравитациялық байланыстың таңбасы мен шамасын анықтайды. Тиімді гравитациялық байланыстың оң таңбасын қамтамасыз ететін қажетті шарт: $\mathcal{F}_T > 0$.
$\mathcal{F}_{TT}$	$\mathcal{F}(T)$ функциясының екінші туындысы	$\mathcal{F}_{TT} = d^2F/dT^2$; модельдің динамикалық қасиеттері мен тұрақтылығын талдауда қолданылады.
f_T	$f(T)$ функциясының бірінші туындысы	$f_T = df/dT$; модификациялаушы бөліктің бұралу скаляр бойынша өзгерісін сипаттайды.
f_{TT}	$f(T)$ функциясының екінші туындысы	$f_{TT} = d^2f/dT^2$; модификацияның қисықтығын және жоғары ретті өзгерісін сипаттайды.
ρ	Материяның толықтығыздығы	Фридман тендеуіне кіретін материалдық компоненттердің энергия тығыздығы.
ρ_x	Тиімді геометриялық сектор тығыздығы	$f(T)$ модификациясын антуындайтын тиімді энергия тығыздығы.
Ω_{m0}	Материяның қазіргі салыстырмалы тығыздығы	Қазіргі дәуірдегі материя тығыздығының критикалық тығыздық қатынасы.
Ω_{r0}	Сәулеленудің қазіргі салыстырмалы тығыздығы	Қазіргі дәуірдегі сәулелену тығыздығының критикалық тығыздық қатынасы.
Ω_{x0}	Тиімді сектордың қазіргі үлесі	$\Omega_{x0} = 1 - \Omega_{m0} - \Omega_{r0}$; қазіргі геометриялық немесе қараңғы энергия тәрізді сектордың үлесі.

Шартты белгі	Атауы	Сипаттамасы
$w_X(z)$	Тиімді күй теңдеуінің параметрі	Тиімді модификацияланған сектор қысымының оның тығыздығына қатынасын сипаттайды; $w_X = -1$ — фантомдық шекара.
$D(z)$	Сызықтық өсуфункциясы	Материя тығыздығы ауытқуларының уақыт бойынша сызықтық өсуін сипаттайды.
$f(z)$	Өсу қарқыны	$f = d \ln D / d \ln a$; құрылымдардың қалыптасу жылдамдығын сипаттайды.
$\sigma_8(0)$	Қазіргі флуктуациялар амплитудасы	$8h^{-1}$ Мпк масштабындағы материя тығыздығы флуктуацияларының қазіргі орташа квадраттық амплитудасы.
$f\sigma_8(z)$	Өсу бойынша бақылаулық комбинация	$f\sigma_8(z) = f(z)\sigma_8(0)D(z)/D(0)$; қызыл ығысудағы кеңістік бұрмаланулары арқылы өлшенетін шама.
q_0	Қазіргі баяулау параметрі	Ғалам кеңеюінің қазіргі үдеуі немесе баяулауын сипаттайды; $q_0 < 0$ үдемелі кеңеюге сәйкес келеді.
z_{tr}	Өтпелі қызыл ығысу	Ғаламның баяулаған кеңеюден үдемелі кеңеюге өткен кезеңін сипаттайтын қызыл ығысу.
ΔH	Хаббл функциясының салыстырмалы ауытқуы	Модельдегі $H(z)$ мәнінің Λ CDM моделіндегі Хаббл функциясынан салыстырмалы айырмасы.
Λ CDM	Стандартты космологиялық модель	Космологиялық тұрақты Λ мен суық қараңғы материяға негізделген эталондық модель.
FLRW	Фридман–Леметр–Робертсон–Уокер геометриясы	Біртекті және изотропты Ғаламды сипаттайтын космологиялық кеңістік-уақыт геометриясы.

Материалдар мен әдістер. Осы жұмыста толық гравитациялық функциямен анықталатын экрандалған модель қарастырылады (Setare and Mohammadipour, 2013; Jamil et al., 2012a; Mirza and Oboudiat, 2017; Jamil et al., 2012b; Feng et al., 2014):

$$\mathcal{F}(T) = T + f(T) \quad (1)$$

мұндағы

$$f(T) = -2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right] \quad (2)$$

$T_s > 0$ параметрі модификацияланған режим мен стандартты режим арасындағы өтудің сипаттамалық масштабын анықтайды, ал $\Lambda_* > 0$ параметрі Ғаламның кеш кезеңдеріндегі космологиялық үдеудің амплитудасын сипаттайды. Ұсынылған функцияның негізгі ерекшелігі оның $|T|$ кіші және үлкен мәндеріндегі мінез-құлқының әртүрлі болуында. Ғалам эволюциясының кеш кезеңдеріне сәйкес келетін төмен бұралу режимінде модификациялаушы бөлік тұрақты шамаға ұмтылады:

$$f(T) \rightarrow -2\Lambda_* \quad (3)$$

Сондықтан ол оң космологиялық тұрақтының әсерін қайта жаңғыртады. Ерте Ғаламға тән жоғары бұралу режимінде түзету мүшесі T^{-2} заңымен кемиді, ал оның туындылары нөлге ұмтылады. Осылайша, модификацияның әсері автоматты түрде басылып, теория асимптоталық түрде жалпы салыстырмалылық теориясының телепараллель эквивалентіне жақындайды.

Осы жұмыста бұл қасиет космологиялық экрандау механизмі ретінде қарастырылады. Экрандау критерийі жоғары бұралу режимінде $|T| \rightarrow \infty$ кезінде модификациялаушы $f(T)$ бөлігінің және оның бірінші және екінші туындыларының нөлге ұмтылуымен анықталады. Нәтижесінде толық гравитациялық функция телепараллельді жалпы салыстырмалылық шегіне асимптоталық түрде жақындайды және модификацияның фондық динамикаға әсері басылады. Бұл анықтама қарастырылып отырған модельдің жоғары бұралу режиміндегі фондық экрандалуын сипаттайды және өздігінен космологиялық ауытқулардың толық тұрақтылығын дәлелдемейді.

Жалпы салыстырмалылық теориясынан ауытқулар барлық энергетикалық масштабтарда сақталатын модельдерден айырмашылығы, қарастырылып отырған құрылым бұл ауытқуларды негізінен Ғалам эволюциясының кеш кезеңімен шектейді. Бұл әсіресе маңызды, өйткені стандартты космология алғашқы нуклеосинтезді, рекомбинацияны және бастапқы біртексіздіктердің қалыптасуын сәтті сипаттайды. Сондықтан өміршен модификацияланған теория ерте Ғаламдағы динамиканы іс жүзінде өзгертпеуі, сонымен қатар кіші қызыл ығысулар аймағында елеулі әсер тудыруы тиіс.

Жұмыстың негізгі мақсаты - қарастырылып отырған экрандалған $f(T)$ моделінің фондық эволюциясын, тиімді геометриялық сектор динамикасын және зат тығыздығының ауытқуларының сызықтық өсуін аналитикалық және сандық зерттеу, сондай-ақ қазіргі дәуірдегі тиімді гравитациялық байланыс және құрылымның өсуі деңгейінде жоғары бұралу тербелістері режимінде экрандаудың сақталу дәрежесін бағалау. Осы мақсатта $f(T)$ функциясының бірінші және екінші туындылары есептеледі, модификацияланған Фридман теңдеуі шығарылады және геометриялық сектордың тиімді энергия тығыздығы анықталады. Бұдан кейін өлшемсіз кеңею функциясы енгізілген соң

$$E(z) = \frac{H(z)}{H_0} \quad (4)$$

және параметрдің

$$\tau = \frac{T_s}{6H_0^2} \quad (5)$$

нәтижесінде сандық шешуге жарамды нормаланған теңдеу алынады. Сонымен қатар, баяулау параметрі мен тиімді күй теңдеуінің параметрін есептеу үшін қажетті $E'(z)$ функциясының аналитикалық өрнегі шығарылады.

Ерекше назар тиімді одификацияланған секторды сипаттайтын $w_X(z)$ шамасына аударылады. Оның эволюциясын талдау $w_X = -1$ фантомдық шекарасы арқылы өтудің мүмкіндігін анықтауға мүмкіндік береді. Бұдан кем емес маңызды шама – тиімді гравитациялық тұрақты.

$$G_{eff} = \frac{G}{\mathcal{F}_T} \quad (6)$$

ол тығыздық ауытқуларының өсуіне тікелей әсер етеді. Хабблдың фондық функциясы Λ CDM моделіне жақын болып қалғанның өзінде, G_{eff} шамасының -ден едәуір ауытқуы бақыланатын $f\sigma_8(z)$ шамасында елеулі өзгерістерге алып келуі мүмкін. Сондықтан модельдің космологиялық қасиеттерін бағалау үшін тек фондық кеңеюді талдау жеткіліксіз; тиімді гравитациялық байланысты және материя тығыздығы ауытқуларының өсуін де қарастыру қажет.

Сандық зерттеу зат пен сәулеленудің қазіргі үлестері тұрақты деп алынып, τ параметрінің бірнеше мәні үшін жүргізіледі. Кеңею функциясы $E(z)$, Хаббл параметрінің Λ CDM моделінен салыстырмалы ауытқуы, тиімді күй теңдеуінің параметрі $w_X(z)$, G_{eff}/G қатынасы және $f\sigma_8(z)$ комбинациясы өзара салыстырылады. Сонымен қатар, келесі шарттың орындалуы тексеріледі:

$$\mathcal{F}_T > 0 \quad (7)$$

тиімді гравитациялық байланыстың оң мәнін сақтау үшін қажетті. Мұндай тәсіл модельді бір мезгілде фондық космология, тиімді күңгірт энергияның динамикасы және ауқымды құрылымның сызықтық өсуі деңгейінде бағалауға мүмкіндік береді.

Сонымен қатар, төменде қарастырылатын $f_T > 0$ шарты мен G_{eff} -тің сипаты модельдің фондық және квазистатикалық сызықтық режимдегі қажетті диагностикалық шарттарын сипаттайтынын атап өткен жөн. Бұл шарттардың орындалуы теорияның барлық космологиялық ауытқулар деңгейіндегі толық тұрақтылығының жеткілікті шарты болып табылмайды. Скалярлық, векторлық және тензорлық ауытқулардың тұрақтылығы, сондай-ақ модификацияланған телепараллель гравитацияға тән қосымша еркіндік дәрежелерінің мінез-құлқы жеке зерттеуді қажет етеді.

Нәтижелер мен талқылаулар. Экрандалған $f(T)$ модель. Толық гравитациялық функция келесі түрде ұсынылады:

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right] \quad (8)$$

мұндағы $T_s > 0$ — бұралудың сипаттамалық масштаб, ал $\Lambda_* > 0$ Ғаламның кеш кезеңдеріндегі космологиялық үдеудің амплитудасын анықтайды.

Ыңғайлы болу үшін келесі белгілеуді енгіземіз:

$$f(T) = -2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right],$$

$$\mathcal{F}(T) = T + f(T). \quad (9)$$

$|T| \ll T_s$ болғанда экспоненциалдық көбейткіш нөлге ұмтылады, сондықтан

$$f(T) \rightarrow -2\Lambda_*. \quad (10)$$

Осылайша, инфрақызыл режимде теория асимптоталық түрде оң космологиялық тұрақтының әсерін қайта жаңғыртады.

$|T| \gg T_s$ болған жағдайда келесі жіктеуді қолданамыз:

$$1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) = \frac{T_s^2}{T^2} - \frac{T_s^4}{2T^4} + \mathcal{O}\left(\frac{T_s^6}{T^6}\right). \quad (11)$$

осыдан

$$f(T) = -2\Lambda_* \frac{T_s^2}{T^2} + \Lambda_* \frac{T_s^4}{T^4} + \mathcal{O}\left(\Lambda_* \frac{T_s^6}{T^6}\right) \quad (12)$$

және

$$\frac{f(T)}{T} = \mathcal{O}\left(\Lambda_* \frac{T_s^2}{T^3}\right). \quad (13)$$

Функцияның бірінші туындысы.

Келесі белгілеуді енгізейік:

$$u(T) = \frac{T_s^2}{T^2}. \quad (14)$$

сонда

$$f(T) = -2\Lambda_*(1 - e^{-u}),$$

$$\frac{du}{dT} = -\frac{2T_s^2}{T^3}. \quad (15)$$

олай болса

$$f_T = \frac{4\Lambda_* T_s^2}{T^3} \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \quad (16)$$

және

$$\mathcal{F}_T = 1 + \frac{4\Lambda_* T_s^2}{T^3} \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right). \quad (17)$$

Функцияның екінші туындысы.

(3.3) өрнегін дифференциалдау арқылы келесі нәтижені аламыз:

$$f_{TT} = \frac{4\Lambda_* T_s^2}{T^4} \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \left(-3 + \frac{2T_s^2}{T^2}\right). \quad (18)$$

$T \rightarrow 0$ кезінде де, $|T| \rightarrow \infty$ кезінде де модификациялаушы бөліктің туындылары нөлге ұмтылады:

$$f_T \rightarrow 0, \quad f_{TT} \rightarrow 0. \quad (19)$$

Демек, толық функция үшін

$$\mathcal{F}_T = 1 + f_T \rightarrow 1, \quad \mathcal{F}_{TT} = f_{TT} \rightarrow 0. \quad (20)$$

Модификацияланған Фридман теңдеуі.

Кеңістіктік жазық FLRW-геометриясында

$$T = -6H^2. \quad (21)$$

Бірінші Фридман теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$12H^2 \mathcal{F}_T + \mathcal{F} = 2\kappa^2 \rho, \quad (22)$$

немесе

$$3H^2 = \kappa^2 \rho + \frac{1}{2}(2Tf_T - f). \quad (23)$$

Модификацияланған сектордың тиімді энергия тығыздығы:

$$\rho_X = \frac{1}{2\kappa^2}(2Tf_T - f). \quad (24)$$

Орнына қойып есептегеннен кейін келесі өрнек алынады:

$$\rho_X(T) = \frac{\Lambda_*}{\kappa^2} [1 + (4u - 1)e^{-u}],$$

$$u = \frac{T_s^2}{T^2}. \quad (25)$$

Келесі белгілеуді енгізейік:

$$S(u) = 1 + (4u - 1)e^{-u}. \quad (26)$$

сонда

$$\rho_X = \frac{\Lambda_*}{\kappa^2} S(u). \quad (27)$$

Өлшемсіз айнымалылар және нормаландыру.

Келесі белгілеулерді енгізейік:

$$E(z) = \frac{H(z)}{H_0}, \quad \tau = \frac{T_s}{6H_0^2}. \quad (28)$$

сонда

$$u(z) = \frac{\tau^2}{E^4(z)}. \quad (29)$$

Тиімді сектордың қазіргі үлесі мынаған тең:

$$\Omega_{X0} = 1 - \Omega_{m0} - \Omega_{r0}. \quad (30)$$

$E(0) = 1$ шартынан келесі өрнек шығады:

$$\frac{\Lambda_*}{3H_0^2} = \frac{\Omega_{X0}}{S(\tau^2)}. \quad (31)$$

осылайша,

$$E^2(z) = \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{X0} \frac{S(\tau^2/E^4)}{S(\tau^2)}. \quad (32)$$

S_u функциясының туындысы:

$$S_u = (5 - 4u)e^{-u}, \quad (33)$$

Ал

$$\frac{du}{dE} = -\frac{4u}{E}. \quad (34)$$

(6.5) теңдеуін дифференциалдағаннан кейін келесі өрнек алынады:

$$E'(z) = \frac{3\Omega_{m0}(1+z)^2 + 4\Omega_{r0}(1+z)^3}{2E + \frac{4\Omega_{X0}u(5-4u)e^{-u}}{S(\tau^2)E}}. \quad (35)$$

Тиімді күй теңдеуі.

Тиімді сектордың сақталу заңы:

$$\dot{\rho}_X + 3H(1 + w_X)\rho_X = 0. \quad (36)$$

Олай болса,

$$w_X(z) = -1 + \frac{1+z}{3\rho_X} \frac{d\rho_X}{dz}. \quad (37)$$

Себебі

$$\frac{du}{dz} = -\frac{4u}{E} E', \quad (38)$$

келесі өрнекті аламыз:

$$w_X(z) = -1 - \frac{4(1+z)u(5-4u)e^{-u}}{3S(u)} \frac{E'}{E}. \quad (39)$$

Қарастырылып отырған кеңею тармағында, мұнда $u > 0$, $S(u) \neq 0$ және $E'(z) \neq 0$, фантомдық шекараның $w_X = -1$ арқылы өтуі

$$5 - 4u = 0, \quad (40)$$

шартымен анықталады, яғни

$$u_{cross} = \frac{5}{4}, \quad E_{cross}^4 = \frac{4}{5} \tau^2. \quad (41)$$

$u(z) = \tau^2/E^4(z)$ шамасы қызыл ығысу артқан сайын кемитіндіктен, бақыланатын өткен дәуірде фантомдық шекарадан өту тек $u(0) = \tau^2 > 5/4$ болған жағдайда ғана мүмкін. Сондықтан таңдалған параметр мәндерінің ішінде бұл тек $\tau = 1.20$ кезінде ғана байқалады; ал $\tau = 0.30$ және 0.70 үшін тиімді сектор $z \geq 0$ аймағында фантомдық жақта, яғни $w_X < -1$ күйінде қалады.

Тиімді гравитациялық тұрақты.

Квазистатикалық жуықтауда

$$\mu(z) = \frac{G_{eff}}{G} \simeq \frac{1}{\mathcal{F}_T}. \quad (42)$$

Нормаландыруды ескерсек,

$$\mathcal{F}_T(E) = 1 - \frac{2\Omega_{X0}\tau^2}{S(\tau^2)E^6} \exp\left(-\frac{\tau^2}{E^4}\right). \quad (43)$$

Сондықтан

$$\frac{G_{eff}}{G} = \left[1 - \frac{2\Omega_{X0}\tau^2}{S(\tau^2)E^6} \exp\left(-\frac{\tau^2}{E^4}\right)\right]^{-1}. \quad (44)$$

Қажетті шарт:

$$\mathcal{F}_T > 0. \quad (45)$$

Материя тығыздығының ауытқуларының өсуі.

$N = \ln a$ үшін сызықтық өсу функциясы келесі теңдеуді қанағаттандырады:

$$\frac{d^2 D}{dN^2} + \left(2 + \frac{d \ln H}{dN}\right) \frac{dD}{dN} - \frac{3}{2} \mu(a) \Omega_m(a) D = 0. \quad (46)$$

Осы жерде

$$\Omega_m(a) = \frac{\Omega_{m0} a^{-3}}{E^2(a)}, \quad (47)$$

$$f(a) = \frac{d \ln D}{d \ln a}, \quad (48)$$

және

$$f\sigma_8(z) = f(z)\sigma_{8,0} \frac{D(z)}{D(0)}. \quad (49)$$

Сандық эксперимент.

Фондық космологиялық динамика мен материя тығыздығы ауытқуларының сызықтық өсуін сандық зерттеу Python бағдарламалау ортасында жүргізілді. Дифференциалдық теңдеулер жүйесін интегралдау үшін `scipy.integrate.solve_ivp` функциясы және адаптивті Runge-Kutta RK45 әдісі қолданылды. Есептеулер $0 \leq z \leq 5$ қызыл ығысу аралығында орындалды. Фондық динамика үшін әрбір τ мәнінде нормаланған Фридман теңдеуі сандық түрде шешілді. Қазіргі дәуірдегі нормалау $E(0)=1$ шарты арқылы жүзеге асырылды. Сандық есептеулерде пайдаланылған қазіргі космологиялық параметрлердің мәндері төмендегі өрнекте берілген:

$$\Omega_{m0} = 0.30, \quad \Omega_{r0} = 9 \times 10^{-5},$$

$$\Omega_{x0} = 0.69991, \quad \sigma_{8,0} = 0.811. \quad (50)$$

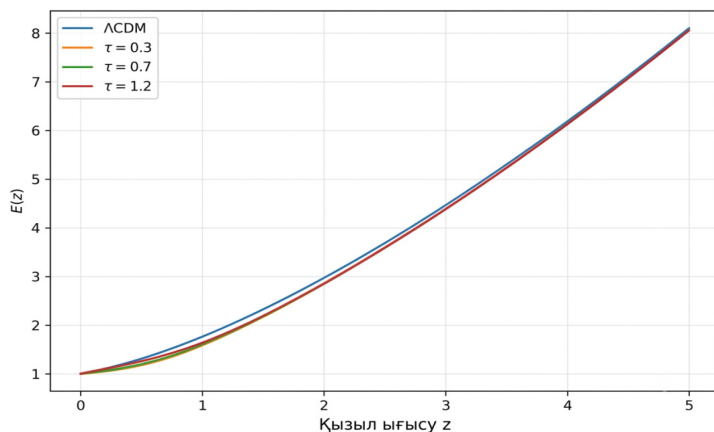
Бұл параметрлер кеңістіктік жазық ФРЛУ геометриясы үшін $\Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{x0} = 1$ шартын қанағаттандырады. Сандық есептеулерде $\tau = 0,30, 0,70$ және $1,20$ мәндері параметр кеңістігін толық статистикалық сканерлеу ретінде емес, τ функциясы ретінде модельдің сапалық сипатын көрсету үшін үш репрезентативті жағдай ретінде таңдалды. Бұл мәндер өтпелі параметрдің салыстырмалы түрде кіші, орташа және үлкен диапазондарын салыстыруға мүмкіндік береді. Сондықтан, төменде келтірілген нәтижелер бақылаулар рұқсат еткен τ параметрінің толық диапазонын анықтамайды және таңдалған мәндерді статистикалық тұрғыдан сенімді аралық ретінде түсіндіруге болмайды. Олардың мақсаты - фондық кеңеюдің сезімталдығын, күйдің тиімді теңдеуін G_{eff}/G және құрылымдардың параметрге сызықтық өсуін көрсету.

Кесте 2. Экрандалған модельдің сандық сипаттамалары.

τ	q_0	w_{x0}	$G_{eff,0}/G$	$f\sigma_8(0)$	z_{tr}	$min\mathcal{F}_T$	$max \Delta H $
0.30	-0.8032	-1.2413	1.3839	0.4600	0.6982	0.7226	10.99%
0.70	-0.7505	-1.1912	1.3598	0.4588	0.7277	0.7354	9.80%
1.20	-0.4572	-0.9118	1.2894	0.4556	0.8314	0.7755	7.09%

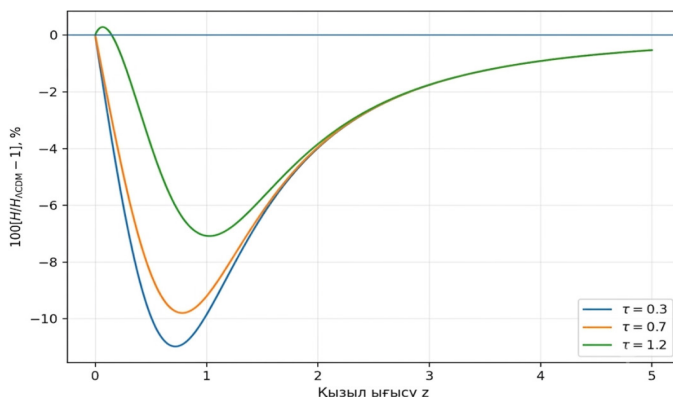
Үш жағдайдың барлығында да $0 \leq z \leq 5$ аралығында $\mathcal{F}_T > 0$ шарты орындалады. Алайда $G_{eff,0}/G \simeq 1.29 - 1.38$ мәні бірліктен айтарлықтай ерекшеленеді, сондықтан минималды модельге ірі ауқымды құрылымдардың өсуін бақылау деректері тарапынан қатаң шектеулер қойылуы ықтимал.

Графикалық нәтижелер.



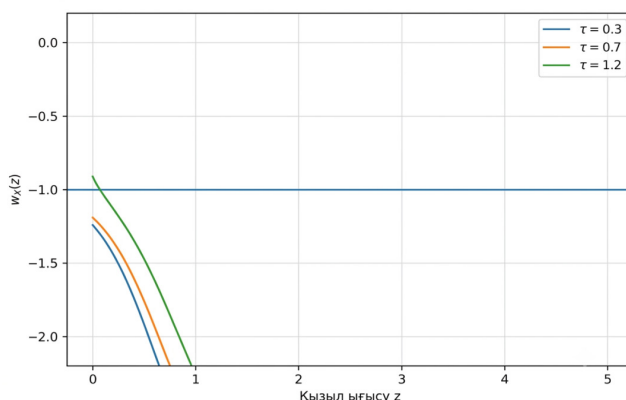
Сурет 1. Өлшемсіз кеңею функциясы $E(z)$.

1-суретте барлық шешімдер $E(0) = 1$ шарты бойынша нормаланған. $z \gtrsim 2$ кезінде қисықтар Λ CDM моделі мендерлік сәйкес келеді, өйткені $u = \tau^2/E^4$ шамасы кішірейіп, модификациялаушы бөлік жылдам басылады. Аралық қызыл ығысуларда модель $H(z)$ параметрінің сәл төмен мәндерін береді; бұл айырмашылық әсіресе τ кіші мәндерінде айқынырақ байқалады.



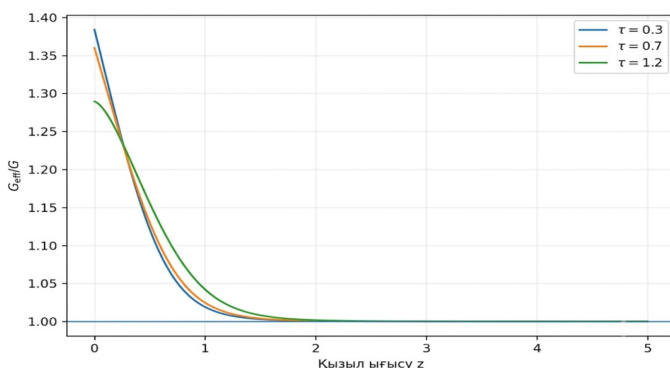
Сурет 2. Хаббл функциясының Λ CDM моделінен салыстырмалы ауытқуы.

2-суретте $100[\frac{H}{H_{\Lambda\text{CDM}}} - 1]$ шамасы пайызбен көрсетілген. Нормаландыруға сәйкес ауытқу $z = 0$ кезінде нөлге тең, кейін теріс мәнге ауысып, шамамен $z \simeq 0.7 - 1.0$ маңында минимумға жетеді. Ауытқудың ең үлкен абсолют мәндері $\tau = 0.30, 0.70$ және 1.20 үшін сәйкесінше шамамен 11.0%, 9.8% және 7.1%-ды құрайды. z үлкен мәндерінде қисықтар қайтадан нөлге жақындайды, бұл жоғары қисықтықтағы экрандалу механизмін айқын көрсетеді. z -тің кіші мәндерінде $\tau = 1.20$ үшін байқалатын шағын оң аймақ қазіргі кездегі $w_{X0} > -1$ болатын фантомдық емес күй теңдеуі параметрімен байланысты.



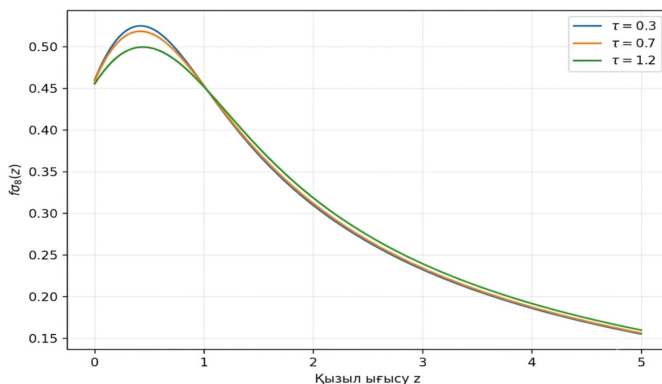
Сурет 3. Тиімді күй теңдеуінің параметрі $w_X(z)$. Қисықтардың төменгі бөлігітік осьтің таңдалған диапазонына байланысты кесілген.

3-суретте көлденең сызық космологиялық тұрақтыға сәйкес келеді, яғни $w_X = -1$. $\tau = 0.30$ және 0.70 үшін қазіргі мәндер осы сызықтан төмен орналасқан және $z \geq 0$ аймағында қиылысу болмайды. Ал $\tau = 1.20$ кезінде қазіргі уақытта $w_{X0} > -1$, содан кейін қисық $u = 5/4$ шарты орындалғанда фантомдық шекараны кесіп өтеді. Үлкен қызыл ығысуларда $\rho_X \propto S(u)$, сондықтан $(d\rho_X/dz)/\rho_X$ арқылы анықталатын w_X шамасы сандық және физикалық тұрғыдан маңыздылығы төмендейді. Қисықтардың суреттегі төменгі шекарадан төмен түсуі фондық энергия тығыздығының шексіздікке ұмтылатынын білдірмейді. Материя үстемді кететін дәуірде формальды шек шамамен $w_X \rightarrow -3$ болады.



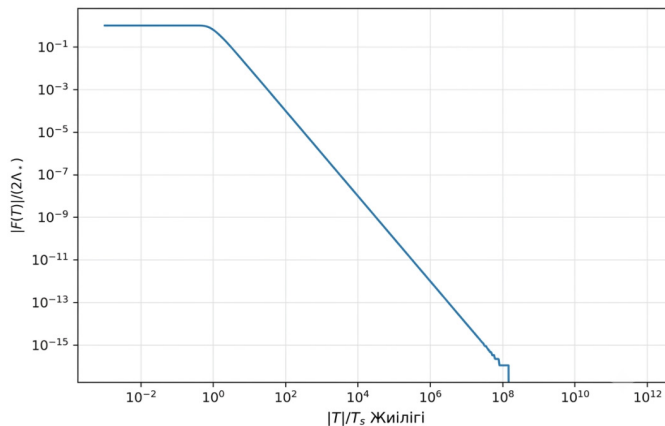
Сурет 4. G_{eff}/G қатынасының эволюциясы.

4-суретте кеш кезеңдегі тиімді гравитациялық өзара әсердің күшеюі көрсетілген. Қазіргі уақытта $G_{eff}/G \simeq 1.29 - 1.38$, ал $z \gtrsim 2$ кезінде бұл қатынас іс жүзінде бірге тең болады. Бұл үлкен $|T|$ мәндерінде $\mathcal{F}_T$ шегіне сәйкес келеді, алайда қазіргі дәуірдегі мұндай елеулі ауытқу құрылымдардың өсуі жөніндегі бақылау деректерімен қатаң шектелуі мүмкін.



Сурет 5. $f_g(z)$ комбинациясының болжамы.

5-суретте барлық үш қисық та $z \simeq 0.4 - 0.5$ маңында қалыпты максимумға жетіп, кейін төмендейді. τ параметрінің әртүрлі мәндері арасындағы айырмашылықтар үлкен емес, себебі G_{eff} -тің күшеюі кеңею тарихының өзгеруімен ішінара өтеледі. $z = 0$ кезіндегі мәндер 2-кестедегі нәтижелермен сәйкес келеді. Модельді толық тексеру үшін бұл қисықтарды қызыл ығысудан туындайтын бұрмаланулардың (redshift-space distortions) бақылау өлшемдерімен салыстыру қажет.



Сурет 6. Үлкен $|T|$ мәндерінде модификациялаушы бөліктің басылуы.

6-суретте нормаланған $|f(T)|/(2\Lambda_*) = 1 - \exp[-(T_s^2/T^2)]$ шамасы көрсетілген. $|T| \ll T_s$ кезінде бұл шама бірге ұмтылады, яғни түзету космологиялық тұрақты сияқты әрекет етеді. Ал $|T| \gg T_s$ болғанда $|f|/(2\Lambda_*) \simeq (T_s/T)^2$, сондықтан логарифмдік осьтерде көлбеуі -2 -ге тең дәрежелік кему байқалады. Қисықтың ең оң жақ шетіндегі сатылы көрініс физикалық әсердің салдары емес, өте кіші x мәндерінде $1 - e^{-x}$ айырмасын тікелей есептеу кезінде машиналық дәлдіктің жоғалуынан туындайды.

Қорытынды. Бұл жұмыста толық функциямен анықталатын экрандалған $f(T)$ -гравитация моделі зерттелді:

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\frac{T_s^2}{T^2}\right) \right]$$

Модельдің негізгі идеясы кеш кезеңдегі модификацияланған режим мен ерте кезеңдегі іс жүзінде стандартты режимді ажыратуға негізделген. $|T|$ -нің кіші мәндерінде модификациялаушы бөлік $-2\Lambda_*$ тұрақтысына ұмтылады, соның нәтижесінде оң космологиялық тұрақтының әсері пайда болып, Ғаламның үдемелі кеңеюі қамтамасыз етіледі. Ал $|T|$ -нің үлкен мәндерінде түзету T^{-2} заңы бойынша кемиді, ал оның туындылары нөлге ұмтылады. Демек, жоғары бұралу

режимінде теория асимптоталық түрде жалпы салыстырмалылық теориясының телепараллель эквивалентіне жақындайды.

Аналитикалық зерттеу барысында f_T және f_{TT} туындылары, модификацияланған сектордың тиімді энергия тығыздығы, нормаланған Фридман теңдеуі және $E'(z)$ туындысының өрнегі алынды. Функцияны енгізу арқылы

$$S(u) = 1 + (4u - 1)e^{-u}, \quad u = \frac{\tau^2}{E^4}$$

$S(u)$ функциясын енгізу фондық динамиканы ықшам түрде сипаттауға және $E(0) = 1$ шарты бойынша нормалауды жүзеге асыруға мүмкіндік берді. Сондай-ақ $w_X(z)$ тиімді күй теңдеуінің параметрі шығарылды. Монотонды кеңейетін космологиялық тармақ үшін фантомдық шекарадан өту келесі шартпен анықталады:

$$u = \frac{5}{4}$$

Сандық нәтижелер көрсеткендей, мұндай шекарадан өту бақыланатын өткен дәуірде таңдалған τ параметрінің барлық мәндері үшін жүзеге аспайды. $\tau = 0.30$ және $\tau = 0.70$ кезінде тиімді сектор қазіргі дәуірдің өзінде-ақ фантомдық режимде орналасады, ал $\tau = 1.20$ болғанда $w_X = -1$ арқылы өту қызыл ығысудың аз ғана оң мәнінде мүмкін болады.

$E(z)$ кеңею функциясының графигі модельдің фондық динамикасының Λ CDM моделіне жеткілікті дәрежеде жақын екенін көрсетеді. Барлық қисықтар $z = 0$ нүктесінде сәйкес келеді, өйткені олар $E(0) = 1$ шарты бойынша нормаланған, ал қызыл ығысудың үлкен мәндерінде олардың айырмашылығы біртіндеп азаяды. Бұл аналитикалық тұрғыдан күтілетін нәтижеге сәйкес келеді: $|T|$ артқан сайын экспоненциалдық модификация басылып, эволюция стандартты модельге жақындайды. Сонымен қатар, Хаббл функциясының салыстырмалы ауытқуы бірнеше пайызға жетіп, аралық қызыл ығысуларда айқын минимумға ие болады. Қарастырылған параметрлер үшін ең үлкен ауытқу шамамен 7–11%-ды құрайды. Сондықтан бұл модельді фондық космологияның бақылау деректері арқылы тексеруге болады.

$w_X(z)$ графигі тиімді күй теңдеуі параметрінің айқын динамикасын көрсетеді. Қызыл ығысу артқан сайын қисықтар таңдалған диапазонның төменгі шекарасынан төмен түседі. Бұл шешімнің сандық тұрғыдан жойылғанын білдірмейді: үлкен (z) мәндерінде тиімді сектордың энергия тығыздығы тез азаяды, ал энергия тығыздығының туындысының оның өзіне қатынасы арқылы анықталатын w_X параметрі өте кіші шамаларға сезімтал болады. Сондықтан оның үлкен теріс мәндері міндетті түрде физикалық тұрғыдан басым фантомдық компоненттің бар екенін білдірмейді, өйткені осы кезеңде ρ_X -тің толық энергия тығыздығына қосатын үлесі елеусіз аз болады.

Модельге ең маңызды шектеу тиімді гравитациялық тұрақтыны қарастыру кезінде пайда болады. Зерттелген барлық жағдайларда

$$\mathcal{F}(T) > 0$$

шарты орындалады, сондықтан гравитациялық байланыстың таңбасы өзгермейді. Алайда қазіргі кездегі G_{eff}/G қатынасы шамамен (1.29-1.38) аралығында болады. Бұл жалпы салыстырмалылық теориясымен салыстырғанда гравитациялық өзара әсердің шамамен үштен бірге күшейетінін білдіреді. Қызыл ығысу артқан сайын бұл қатынас тез арада бірге ұмтылады, бұл жоғары бұралу режиміндегі экрандалу механизмін растайды, бірақ қазіргі дәуірдегі ауытқу әлі де айтарлықтай үлкен болып қалады.

G_{eff} -тің өзгеруі материя тығыздығының ауытқуларының өсуіне және $f\sigma_8(z)$ шамасына тікелей әсер етеді. Тіпті Λ CDM моделіне жақын фондық динамика да ірі ауқымды құрылымдардың деректерімен сәйкестікті қамтамасыз етпейді.

Алынған қисықтар өсу қарқынының τ параметріне тәуелді екенін көрсетеді, әрі айырмашылықтар кіші және аралық қызыл ығысу мәндерінде айқынырақ байқалады. Сондықтан жылдамдық кеңістігіндегі қызыл ығысу бұрмаланулары, әлсіз гравитациялық линзалау және галактикалардың кластерленуі туралы деректер модельге тек Хаббл функциясын өлшеуге қарағанда анағұрлым қатаң шектеулер қоюы мүмкін.

Осылайша, ұсынылған модель үлкен $|T|$ мәндерінде модификацияны басу механизмін сәтті жүзеге асырады және кеш кезеңдегі үдемелі кеңеюді сипаттайды. Оның фондық космологиясы өзара үйлесімді болып табылады, ал зерттелген аралықта $\mathcal{F}_T$ оң болу шарты орындалады. Сонымен қатар, модельдің минималды нұсқасы қазіргі дәуірде тиімді гравитациялық байланыстың шамадан тыс күшеюін болжайды, сондықтан ол құрылымдардың өсуін бақылау деректерімен белгілі бір қайшылыққа түсуі мүмкін.

Перспективалы даму бағыты — экспоненциалдық аргументті жалпылау болып табылады:

$$\mathcal{F}(T) = T - 2\Lambda_* \left[1 - \exp\left(-\left|\frac{T_s}{T}\right|^p\right) \right], \quad p > 0.$$

Қосымша p параметрі модификацияланған және стандартты режимдер арасындағы ауысу жылдамдығын реттеуге мүмкіндік береді және қазіргі кездегі G_{eff} -тің -ден ауытқуын азайта алады. Модельдің өміршеңдігін түпкілікті бағалау үшін Ia типті асқын жаңа жұлдыздар, бариондық акустикалық тербелістер, ғарыштық хронометрлер, реликтік сәулелену және $f\sigma_8$ өлшемдері бойынша алынған деректерді бірлескен статистикалық талдау, сондай-ақ космологиялық ауытқулардың тұрақтылығын жеке зерттеу қажет.

References

- Aldrovandi R., Pereira J.G. (2013). Teleparallel gravity: an introduction. Springer Dordrecht. – Vol. 173. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-5143-9> (in Eng).
- Chen P. et al. (2015). Remnant symmetry, propagation, and evolution in $f(T)$ gravity. *Physical Review D*. – Vol. 91. – No. 6. – P. 064003. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.064003> (in Eng).
- Cho Y. M. (1976). Einstein lagrangian as the translational Yang-Mills lagrangian. *Physical Review D*. – Vol. 14. – P. 2521. (in Eng).
- Faraoni V., Capozziello S. (2011). Beyond Einstein gravity: a survey of gravitational theories for cosmology and astrophysics. Springer Netherlands. – Vol. 22. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-007-0165-6> (in Eng).
- Feng C.J., Li X.Z., Liu L.Y. (2014). Bifurcation and global dynamical behavior of the $f(T)$ theory. *Modern Physics Letters A*. – Vol. 29. – No. 07. – P. 1450033. <https://doi.org/10.1142/S0217732314500333> (in Eng).
- Hayashi K. (1977). The gauge theory of the translation group and underlying geometry. *Physics Letters B*. – Vol. 69. – No. 4. – P. 441-444. (in Eng).
- Jamil M. et al. (2012). Phase space analysis of interacting dark energy in $f(T)$ cosmology. *Central European Journal of Physics*. – Vol. 10. – No. 5. – P. 1065-1071. <https://doi.org/10.2478/s11534-012-0103-2> (in Eng).
- Jamil M., Momeni D., Myrzakulov R. (2012). Attractor solutions in $f(T)$ cosmology. *The European Physical Journal C*. – Vol. 72. – No. 3. – P. 1959. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-1959-4> (in Eng).
- Krssak M. (2017). Variational problem and bigravity nature of modified teleparallel theories. arXiv preprint arXiv:1705.01072. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.01072> (in Eng).
- Krššák M., Saridakis E. N. (2016). The covariant formulation of $f(T)$ gravity. *Classical and Quantum Gravity*. – Vol. 33. – No. 11. – P. 115009. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/11/115009> (in Eng).
- Li B., Sotiriou T.P., Barrow J.D. (2011). $f(T)$ gravity and local Lorentz invariance. *Physical Review D*. – Vol. 83. – P. 064035. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.064035> (in Eng).
- Li M., Miao R.X., Miao Y.G. (2011). Degrees of freedom of $f(T)$ gravity. *Journal of High Energy Physics*. – Vol. 2011. – No. 7. – P. 1-15. <https://doi.org/10.1007/JHEP07%282011%29108> (in Eng).
- Maluf J.W. (2013). The teleparallel equivalent of general relativity. *Annalen der Physik*. – Vol. 525. – No. 5. – P. 339-357. <https://doi.org/10.1002/andp.201200272> (in Eng).
- Mirza B., Oboudiat F. (2017). Constraining $f(T)$ gravity by dynamical system analysis. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – Vol. 2017. – No. 11. – P. 011-011. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/11/011> (in Eng).
- Møller C. (1961). Conservation laws and absolute parallelism in general relativity. *Nordita Publ.* – Vol. 64. – P. 50. (in Eng).
- Myrzakulov R. (2011). Accelerating universe from $F(T)$ gravity. *The European Physical Journal C*. – Vol. 71. – No. 9. – P. 1752. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1752-9> (in Eng).
- Ong Y.C. et al. (2013). Problems with propagation and time evolution in $f(T)$ gravity. *Physical Review D*. – Vol. 88. – No. 2. – P. 024019. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.024019> (in Eng).
- Setare M. R., Mohammadipour N. (2013). Can $f(T)$ gravity theories mimic Λ CDM cosmic history. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – Vol. 2013. – No. 01. – P. 015-015. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2013/01/015> (in Eng).
- Sotiriou T.P., Li B., Barrow J.D. (2010). Generalizations of teleparallel gravity and local Lorentz symmetry. *Physical Review D*. – Vol. 83. – P. 104030. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.104030> (in Eng).
- Wu P., Yu H. W. (2010). The dynamical behavior of $f(T)$ theory. *Phys. Lett. B*. – Vol. 692. – No. arXiv:1007.2348. – P. 176-179. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.07.038> (in Eng).

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty)

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Requirements for articles design for publication in the journal are available on the websites:

www.nauka-nanrk.kz

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Managing Editor: T. Apendiev
Editors: D.S. Alenov, A. Shormakova
Computer layout: G.D. Zhadyranova

Signed for print: September 29, 2026
Format: 70×90 1/16. 34.5 printed sheets. Order No. 3.

*«Central Asian Academic Research Center» LLP
Almaty, Shevchenko Street, 28*