

ISSN 2518-1483 (Online),
ISSN 2224-5227 (Print)

**ACADEMIC JOURNAL
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

**№3
2026**

ISSN 2518-1483 (Online),
ISSN 2224-5227 (Print)

2026 • 3



ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

Editor-in-Chief:

ZHURINOV Murat Zhurinovich, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of IAAS and NAS RK, General Director of the Research Institute of Petroleum Refining and Petrochemicals (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960> <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Editorial Board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the JSC "Phytochemistry Research and Production Center", (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

RAMAZANOV Tlekkaul Sabitovich, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

ABIEV Rufat, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

OLIVIERO Rossi Cesare, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

TIGINYANU Ion Mihailovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

SANG SU Kwak, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

BERSIMBAYEV Rakhmetkazhi Iskenderovich, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

CALANDRA Pietro, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

BOSHKAEV Kuantai Avgazyevich, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

BURKITBAEV Mukhambetkali, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ZHUSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

KHARIN Stanislav Nikolaevich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

ABISHEV Medeu Erzhanovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich, PhD in Chemistry, First Deputy Director General of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES.

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Owner: «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan № **KZ93VPY00121157** issued **05.06.2025**

Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Бас редактор:

ЖҰРЫНОВ Мұрат Жұрыңұлы, химия ғылымдарының докторы, профессор, ХҒАҚ және ҚР ҰҒА академигі, Мұнай өңдеу және мұнай-химиясы ғылыми-зерттеу институтының бас директоры (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%3Cp%3Ehttps://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Редакция ұжымы:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нұрәділұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мыңжасарұлы, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, "Фитохимия" ғылыми-өндірістік орталығы " АҚ директоры (Қарағанды, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

РАМАЗАНОВ Тілеккабыл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

ӘБИЕВ Руфат, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны оңтайландыру» кафедрасының меңгерушісі, (Санкт-Петербург, Ресей), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

ОЛИВЬЕРО Росси Сесаре, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

ТИГІНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

САНГ-СУ Квак, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корея Биология және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIIBV), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері, (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Ескендірұлы, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. (Астана, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

КАЛАНДРА Пьетро, PhD (физика), нанотехнология материалдары зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

БҮРКІТБАЕВ Мұхамбетқали, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

ӘБІШЕВ Медеу Ержанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

ӘБІЛМАҒЖАНОВ Арлан Зайнуталлайұлы, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы "Отын, катализ және электрохимия институты" АҚ Бас директорының бірінші орынбасары, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Орталық Азия академиялық ғылыми орталығы» ЖШС (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі 05.06.2025 ж. берген № KZ93VPY00121157 Куәлік.

Тақырыптық бағыты: физика, химия.

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Главный редактор:

ЖУРИНОВ Мурат Журинович, доктор химических наук, профессор, академик МАН и НАН РК, Генеральный директор НИИ нефтепереработки и нефтехимии (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%3Cp%3Ehttps://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

АДЕКЕНОВ Сергезы Мынжасарович, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор АО "Научно-производственного центра "Фитохимия" (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

АБИЕВ Руфат, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

ОЛИВЬЕРО Росси Чезаре, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

САНГ-СУ Квак, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB), (Дэжон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендинович, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

БУРКИТБАЕВ Мухамбеткали, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

QUEVEDO Hernando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

ТАКИБАЕВ Нурғали Жабағәевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

АБИШЕВ Медеу Ержанович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

АБИЛМАТЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич, кандидат химических наук, первый заместитель генерального директора АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Собственник: ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр» (г. Алматы).

Свидетельство № KZ93VPY00121157 о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан 05.06.2025

Тематическая направленность: физика, химия.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр», 2026

CONTENTS

PHYSICS

Aliuly A., Kaltayev A.

Aliuly A., Kaltayev A. Assessment of the Applicability of Similarity Laws for Centrifugal Pump Scaling Based on Hydrodynamic Modeling.....14

Baratov A.G., Sailaubek A., Serik A.S.

Synthesis and Investigation of a Narrow-Bandgap SrTaO₂N-Based Photocatalyst.....33

Nurbayev B., Dmitriyeva E., Kemelbekova A.

Modern Methods of Selective Lithium Leaching from Spent Lithium-Ion Batteries.....45

Seitov A., Amanzholov T.

Comparative Analysis of One-Dimensional Physical-Hydrodynamic Models of Centrifugal Flow in an Impeller for Mineralized Media.....60

Syzdykova A.M., Serikbayev N.S., Kutum B.B.

Local Kodama-Type Transformations and Integrability Limits of the Extended Fifth-Order Korteweg-de Vries Equation.....83

Ualikhanova U.A., Ussipkyzy T., Altayeva G.S., Razina O.V.

Calculation of the Screened $f(T)$ Gravity Model.....101

Zhadyranova A.A., Tsyba P.Yu., Ismail U.K., Yerzhan B.

Divergence-Free Deceleration Parameter, Kinematic Constraints from DESI DR2 and Cosmic Chronometers.....123

Zhenishan K., Bekov S.S., Syzdykova A.M.

The Influence of Gaussian Process Parameters on Reconstructing the Hubble Constant.....146

CHEMISTRY

Amangeldi B., Zhanikulov N., Taimasov B., Aitureev M., Dauletiyarov M.

Research of the Firing Processes and Whiteness of White Cement Clinkers.....155

Baisalova G.Zh., Bauyrzhanova G.B., Niyaz G.A., Taltenov A.A., Ainabayev A.A.

Study of the Chemical Composition of Ethanol Extracts of Lady's Mantle by Gas Chromatography-Mass Spectrometry.....169

Bishimbaev V.K., Kapsalyamov B.A.

Hydrogeochemical Indicators of Sulfuric-Acid Uranium Leaching Impact on Groundwater in Shieli and Zhanakorgan Districts.....183

Darmenbayeva A.S., Aubakirova R.A. Nurgaliyeva D.A., Abylkassova G.E., Abilmazhinova G.A.

Structural and Morphological Features of Polymer-Metal Functional Materials.....205

Dyusebaeva M.A., Berganayeva A.E., Ibragimova N.A., Utaraliev D.M., Berganayeva G.E.

Green synthesis of silver nanoparticles using the n-butanol fraction of Galega officinalis L.....223

Dyussembekova S.B., Utarova D.A., Kuspanov Zh.B., Daulbayev Ch.B., Abdikarimova U.A. Investigation of the Effect of SrTiO ₃ Heat Treatment on the Photocatalytic Efficiency of the \	
Decomposition of an Amphoteric Antibiotic.....	239
Issayeva U.B., Akhmetova G.S., Praliyev K.D., Malmakova A.E., Seilkhanov T.M. 1-Benzyl-4-(p-Fluorobenzoyloxyimino)Piperidine Hydrochloride as a Candidate for	
an Anti-Infective Agent.....	252
Kamunur K., Yskak M., Mussapyrova L. Effect of Chemical Modification of Sodium Lignosulfonate on Flotation Properties in the	
Barite – Calcite System.....	264
Kononov A., Kamunur K., Mussapyrova L., Assylkhanova D., Batkal A. Obtaining and Studying the Inorganic Flocculant Al–Fe–Mn Based on Modified Bentonite.....	276
Kurmangaliyeva A.1, Akhmetova F.2, Kareshova Zh.1, Iskakov R. PDMA-Modified Tagan Bentonite for Hydrogen Production in Catalytic Conversion	
of Hydrocarbons.....	292
Kurtebayeva A.A., Silvia Álvarez-Torrellas., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes H.T., Kalmakhanova M.S. Corn-Cob-Derived Fe-Modified Activated Carbons for Paracetamol and Sulfamethoxazole	
Removal by Adsorption and Oxidative Treatment.....	307
Nadirov R.K., Nurtazina N.D., Ryskaliyeva R.G. Response Surface Modelling and Optimisation of Ilmenite Flotation Using a Modified	
Lignosulphonate Reagent.....	334
Nefedov A.N., Taikenova A.T., Imashev B.K., Nurislamov R.M., Leontyeva X. Quantum Computing in the Modeling of Corrosion Processes.....	350
Nurkenov O.A., Fazylov S.D., Syzdykov A.K., Kabiyeva S.K., Zhaslan R.K. Synthesis and Structural Study of 3,5-Dimethylisoxazole Sulfone Derivatives with Secondary	
Amines.....	365
Orazbekova R.S., Tungatarova S.A., Baizhumanova T.S., Kaumenova G.B., Zhumabek M. Influence of Reaction Mixture Composition in Steam Reforming of Bioethanol on a High-Entropy	
Oxide Catalyst.....	382
Ryskaliyeva R.G., L.K. Beisembayeva, Osserov T.B. Hydrocyclone Classification of Balkhash Processing Plant Tailings.....	398
Sass A.S., Torlopov I.I., Rakhmetova K.S., Kenzin E.N., Zhurinov M. Formation and Maturation of Phosphate Coatings on Steel from an Alcohol-Based	
Phosphating Solution.....	418
Sdikova G.Zh., Dalabayeva N.S., Balkembay A.S., Sarova N.B., Zhaltyrbayeva N.K. Effect of Electrolyte Formulation on the Characteristics of Zinc-Based	
Electroplated Coatings.....	435
Seitkaliyeva N., Kussainova G., Zhursumbayeva M., Mohamad Ibrahim M.N., Abdiyev K. Study of the Flocculation Properties of Itaconic Acid-Based Copolymers.....	448

Sergazina S.M., Nurmukhanbetova N.N., Ostretsova I.B., Kamze A.R., Kassenova N.B. Comprehensive Assessment of Natural Drinking Water Quality and Statistical Analysis of Physicochemical Parameters.....	460
Talgatkyzy A., Nazhipkyzy M., Otenov A., Seitkazinova A., Issanbekova A. Wood Waste-Derived Organosolv Lignin-Based Carbon Nanofibers For Energy Storage Applications.....	475
Toktabayeva A.K., Makhayeva D.N., Rakhmetullayeva R.K., Rvaidarova G.O., Issenova G.D. Synthesis, Structure, and Physicochemical Properties of Sulfur-Containing Composites Based on Aniline, p-Phenylenediamine, Phenol, and Formaldehyde.....	498
Yeshmanova G.B., Smagulov D.U. Effect of Silicon-Based Particles on the Formation and Composition of PEO Coatings.....	517
Zhortarova A.A., Kubicek V., Ibrayev M.K., Panshina S.Y., Seidakhmetova R.B. N-Phosphorylation of Amino-thiazoles and Amino-Thiadiazoles with P(III)- and P(V)-Reagents: Synthesis, Structure, and Biological Activity.....	538
Zhussupova A., Tyumentseva O., Antonyuk V. Comparative Study of the Kinetics and Energy Characteristics of Planetary Milling of Copper Smelting Dump Slag and Granulated Lead-Smelting Slag.....	552

МАЗМҰНЫ

ФИЗИКА

Әлиұлы А., Калтаев А.

Гидродинамикалық модельдеу негізінде ортадан тепкіш сорғыларды масштабтауда ұқсастық заңдарының қолданылуын бағалау.....14

Баратов А.Ғ., Сайлаубек А., Серік А.С.

SrTaO_2N негізіндегі тар тыйым салынған аймақты фотокатализаторды алу және зерттеу.....33

Нұрбаев Б., Дмитриева Е., Кемелбекова А.

Пайдаланылған литий-ионды аккумуляторлардан литийді селективті шаймалаудың заманауи әдістері.....45

Сейтов А.Н., Аманжолов Т.Е.

Минералданған орталарға арналған жұмыс дөңгелегіндегі ортадан тепкіш ағыстың бірөлшемді физикалық–гидродинамикалық модельдерін салыстырмалы талдау.....60

Сыздыкова А.М., Серикбаев Н.С., Кутум Б.Б.

Кенетейлген бесінші ретті Кортевег-де Фриз тендеуінің локалды кодам типті түрлендіруі мен интегралдану шектері.....83

Уалиханова У.А., Үсіпқызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В.

Экрандалған $f(T)$ – гравитация моделінің есебі.....101

Жадыранова А.А., Цыба П.Ю., Исмаил Ү.Қ., Ержан Б.

Дивергенциясыз бәсеңдеу параметрі, DESI DR2 және космикалық хронометрлер деректері бойынша кинематикалық шектеулер.....123

Жеңіскан Қ., Беков С.С., Сыздыкова А.М.

Хаббл тұрақтысын реконструкциялауға Гаусстық процестер параметрлерінің әсері.....146

ХИМИЯ

Амангелді Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтурсев М., Даулетияров М.

Ақ цемент клинкерлерінің күйдіру процестерін және ақтығын зерттеу.....155

Байсалова Г.Ж., Бауыржанова Г.Б., Нияз Г.А., Талтенов А.А., Айнабаев А.А.

Газ хроматография-масс-спектрометрия әдісімен кәдімгі теңгежапырақ өсімдігінің этанолды сығындыларының химиялық құрамын зерттеу.....169

Бишимбаев В.К., Капсаямов Б.А.

Шиелі және Жаңақорған аудандарындағы уранды күкірт қышқылымен шаймалаудың жер асты суларына әсерінің гидрогеохимиялық көрсеткіштері.....183

Дарменбаева А.С., Аубакирова Р.А., Нурғалиева Д.А., Абылкасова Г.Е., Абилямжинова Г.А.

Полимер-металл функционалдық материалдардың құрылымдық-морфологиялық ерекшеліктері.....205

Дюсебаева М.А., Берганаева А.Е., Ибрагимова Н.А., Утаралиев Д.М., Берганаева Г.Е.

Galega officinalis L. өсімдігінің N-бутанолдық фракциясы арқылы күміс нанобөлшектерін жасыл синтездеу.....223



Дюсембекова С.Б., Утарова Д.А., Құспанов Ж.Б., Даулбаев Ч.Б., Әбдікәрімова Ұ.Ә. Термиялық өңделген SrTiO ₃ фотокатализаторларының екідайлы антибиотикті тиімді ыдыратуын зерттеу.....	239
Исаева Ұ.Б., Ахметова Г.С., Пірәлиев Қ.Ж., Малмакова А.Е., Сейлханов Т.М. Жұқпалы ауруларға қарсы кандидат ретінде 1-бензил-4-(П-фторбензоилоксиимино) пиперидин гидрохлориді.....	252
Қамұнұр Қ., Ысқақ М., Мусапирова Л. Барит–кальцит жүйесіндегі натрий лигносульфонатының флотациялық қасиеттеріне химиялық модификацияның әсері.....	264
Кононов А., Қамұнұр Қ., Мусапирова Л., Асылханова Д., Батқал А. Модификацияланған бентонит негізіндегі Al–Fe–Mn бейорганикалық флокулянтын алу және зерттеу.....	276
Қурманғалиева А.1, Ахметова Ф., Карешова Ж., Исаков Р. Көмірсутектердің каталитикалық конверсиясы арқылы сутек алуға арналған ПДМА-модификацияланған таған бентониті.....	292
Қуртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes H.T., Калмаханова М.С. Жүгері собықтарынан алынған темірмен модификацияланған белсендірілген көмірлермен парацетамол мен сульфаметоксазолды адсорбциялық-тотығу жолымен жою.....	307
Надиров Р.К., Нуртазина Н.Д., Рыскалиева Р.Г. Модификацияланған лигносульфонатты реагентті қолдану арқылы ильменит флотациясының жауап бетін модельдеу және оңтайландыру.....	334
Нефедов А.Н., Тайекенова А.Т., Имашев Б.К., Нурисламов Р.М., Леонтьева К.А. Коррозиялық процестерді модельдеудегі кванттық есептеулер.....	350
Нүркенов О.А., Фазылов С.Д., Сыздықов А.К., Қабиева С.Қ., Жаслан Р.К. Екіншілік аминдермен 3,5-диметилизоксазолдың сульфотуындыларын синтездеу және құрылымдық зерттеу.....	365
Оразбекова Р.С., Тунгатарова С.А., Байжұманова Т.С., Кауменова Г.Б., Жұмабек М. Жоғары энтропиялық оксид катализаторы қатысында биоэтанолдың бу риформингісіне реакциялық қоспа құрамының әсері.....	382
Рыскалиева Р.Г., Бейсембаева Л.К., Осеров Т.Б. Балқаш байыту фабрикасының байыту қалдықтарын гидроциклондық классификациялау.....	398
Сасс А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С., Кензин Э.Н., Жұрынов М. Спирт негізіндегі фосфаттау ерітіндісінен болат бетінде фосфатты жабындардың қалыптасуы және жетілуі.....	418
Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Балкембай А.С., Сарова Н.Б., Жалтырбаева Н.К. Мырыш негізіндегі гальваникалық қаптамалардың қасиеттеріне электролит құрамының әсері.....	435

Сейтқалиева Н., Құсаинова Г., Жүрсімбаева М., Мохамад Ибрагим М.Н., Әбдиев Қ. Итакон қышылы негізіндегі сополимерлердің флокуляциялық қасиеттерін зерттеу.....	448
Сергазина С.М., Нұрмұханбетова Н.Н., Острцова И.Б., Камзе А.Р., Касенова Н.Б. Табиғи ауыз су сапасын кешенді бағалау және физика-химиялық көрсеткіштерге статистикалық талдау.....	460
Талгатқызы Ә., Нажиқызы М., Өтенов Ә., Сейтқазинаева Ә., Исанбекова А. Ағаш қалдықтарынан алынған органосольв лигнин негізіндегі көміртеккі талшықтарды энергия сақтау жүйелерінде қолдану.....	475
Тоқтабаева Ә.Қ., Махаева Д.Н., Рахметуллаева Р.Қ., Рвайдарова Г.О., Исенова Г.Д. Анилин, п-фенилендиамин, фенол және формальдегид негізіндегі күкіртқұрамды композиттердің синтезі, құрылымы және физика-химиялық қасиеттері.....	498
Ешманова Г.Б., Смағұлов Д.У. Кремний негізіндегі бөлшектердің ПЭО жабындарының қалыптасуы мен құрамына әсері.....	517
Жортарова А.А., Kubicek V., Ибраев М.Қ., Паньшина С.Ю., Сейдахметова Р.Б. P(III) және P(V) реагенттерімен аминотиазолдар мен аминок-тиадиазолдарды N-фосфорлирлеу: синтезі, құрылымы және биологиялық белсенділігі.....	538
Жусупова А., Тюменцева О., Антонюк В. Үйінді мыс балқыту шлагы мен қорғасын балқытудың түйіршіктелген шлагын планетарлық ұнтақтау кинетикасы мен энергетикасын салыстырмалы зерттеу.....	552

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Әлиұлы А., Калтаев А.

Оценка применимости законов подобия при масштабировании центробежных насосов на основе гидродинамического моделирования.....14

Баратов А.Г., Сайлаубек А., Серік А.С.Получение и исследование узкозонного фотокатализатора на основе SrTaO_2N33**Нұрбаев Б., Дмитриева Е., Кемелбекова А.**

Современные методы селективного выщелачивания лития из отработанных литий-ионных аккумуляторов.....45

Сейтов А.Н., Аманжолов Т.Е.

Сравнительный анализ одномерных физико-гидродинамических моделей центробежного течения в рабочем колесе для минерализованных сред.....60

Сыздыкова А.М., Серикбаев Н.С., Кутум Б.Б.

Локальные преобразование типа кодамы и пределы интегрируемости расширенного уравнения Кортевега-де Фриза пятого порядка.....83

Уалиханова У.А., Усипкызы Т., Алтаева Г.С., Разина О.В.Расчёт экранированной модели $f(T)$ -гравитации.....101**Жадыранова А.А., Цыба П.Ю., Исмаил У.Қ., Ержан Б.**

Дивергентно-свободный параметр замедления, кинематические ограничения по данным DESI DR2 и космических хронометров.....123

Женискан К., Беков С.С., Сыздыкова А.М.

Влияние параметров Гауссового процесса на реконструкцию постоянной Хаббла.....146

ХИМИЯ

Амангелди Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтурсев М., Даулетияров М.

Исследование процессов обжига и белизны клинкеров белых цементов.....155

Байсалова Г.Ж., Бауыржанова Г.Б., Нияз Г.А., Талтенов А.А., Айнабаев А.А.

Изучение химического состава этанольных экстрактов манжетки обыкновенной методом газ хроматографии-масс-спектрометрии.....169

Бишимбаев В.К., Капсалямов Б.А.

Гидрогеохимические индикаторы воздействия сернокислотного выщелачивания урана на подземные воды районов Шиели и Жанакоргана.....183

Дарменбаева А.С., Аубакирова Р.А., Нургалиева Д.А., Абылкасова Г.Е., Абилямажинова Г.А.

Структурно-морфологические особенности полимер-металлических функциональных материалов.....205

Дюсебаева М.А., Берганаева А.Е., Ибрагимова Н.А., Утаралиев Д.М., Берганаева Г.Е. Зеленый синтез серебряных наночастиц с использованием N-бутанольной фракции Galega officinalis L.....	223
Дюсембекова С.Б., Утарова Д.А., Куспанов Ж.Б., Даулбаев Ч.Б., Абдикаримова У.А. Исследование влияния термической обработки SrTiO ₃ на фотокаталитической эффективности разложения амфотерного антибиотика.....	239
Исаева У.Б., Ахметова Г.С., Пралиев К.Д., Малмакова А.Е., Сейлханов Т.М. Гидрохлорид 1-бензил-4-(п-фторбензоилоксиимино) пиперидина в качестве кандидата в противомикробное средство.....	252
Қамұнұр Қ., Ысқақ М., Мұсапирова Л. Влияние химической модификации лигносульфоната натрия на его флотационные свойства в системе барит–кальцит.....	264
Кононов А., Қамұнұр Қ., Мұсапирова Л., Асылханова Д., Батқал А. Получение и исследование неорганического флокулянта Al–Fe–Mn на основе модифицированного бентонита.....	276
Курмангалиева А., Ахметова Ф., Карешова Ж., Исаков Р. ПДМА-модифицированный таганский бентонит для получения водорода при каталитической конверсии углеводородов.....	292
Қуртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Noor Haida Mohd Kaus., Gomes H.T., Калмаханова М.С. Модифицированные железом активированные угли из кукурузных початков для адсорбционно-окислительного удаления парацетамола и сульфаметоксазола.....	307
Надиров Р.К., Нуртазина Н.Д., Рыскалиева Р.Г. Моделирование поверхности отклика и оптимизация флотации ильменита с использованием модифицированного лигносульфонатного реагента.....	334
Нефедов А.Н., Тайкенова А.Т., Имашев Б.К., Нурисламов Р.М., Леонтьева К.А. Квантовые вычисления в моделировании коррозионных процессов.....	350
Нуркенов О.А., Фазылов С.Д., Сыздыков А.К., Кабиева С.К., Жаслан Р.К. Синтез и структурное исследование сульфопроизводных 3,5-диметилизоксазола совторичными аминами.....	365
Оразбекова Р.С., Тунгатарова С.А., Байжұманова Т.С., Кауменова Г.Б., Жумабек М. Влияние состава реакционной смеси в паровом риформинге биоэтанола на высокоэнтропийном оксидном катализаторе.....	382
Рыскалиева Р.Г., Бейсембаева Л.К., Осеров Т.Б. Гидроциклонная классификация хвостов обогащения Балхашской обогажительной фабрики.....	398
Сасс А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С., Кензин Э.Н., Журинов М. Формирование и созревание фосфатных покрытий на стали из фосфатирующего раствора на основе спирта.....	418

Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Балкембай А.С., Сарова Н.Б., Жалтырбаева Н.К. Влияние состава электролита на свойства гальванических покрытий на основе цинка.....	435
Сейткалиева Н., Кусаинова Г., Журсумбаева М., Мохамад Ибрагим М.Н., Абдиев К. Исследование флокулирующих свойств сополимеров на основе итаконовой кислоты.....	448
Сергазина С.М., Нурмуханбетова Н.Н., Острцова Н.Б., Камзе А.Р., Касенова Н.Б. Комплексная оценка качества природной питьевой воды и статистический анализ физико-химических показателей.....	460
Талгаткызы А., Нажибкизы М., Отонов А., Сейтказинова А., Исанбекова А. Углеродные волокна на основе органосольв лигнина, полученного из древесных отходов, для применения в системах хранения энергии.....	475
Токтабаева А.К., Махаева Д.Н., Рахметуллаева Р.К., Рвайдарова Г.О., Исенова Г.Д. Синтез, структура и физико-химические свойства серосодержащих композитов на основе анилина, п-фенилендиамина, фенола и формальдегида.....	498
Ешманова Г.Б., Смагулов Д.У. Влияние частиц на основе кремния на формирование и состав ПЭО покрытий.....	517
Жортарова А.А., Kubicek V., Ибраев М.К., Панышина С.Ю., Сейдахметова Р.Б. N-фосфорилирование аминотиазолов и амино-тиадиазолов с помощью реагентов Р(III) и Р(V): синтез, структура и биологическая активность.....	538
Жусупова А., Тюменцева О., Антонюк В. Сравнительное исследование кинетики и энергетики планетарного измельчения отвального медеплавильного шлака и гранулированного шлака свинцовой плавки.....	553

ACADEMIC JOURNAL
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES
ISSN 2224-5227
Volume 3.
Number 359 (2026), 123–145

<https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.466>

UDC: 524.8
IRSTI: 41.03.01

©Zhadyranova A.A.^{1*}, Tsyba P.Yu.¹, Ismail U.K.², Yerzhan B.³, 2026.

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan;

²JSC “Park of Nuclear Technologies”, Kurchatov, Kazakhstan;

³Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.

*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

DIVERGENCE-FREE DECELERATION PARAMETER, KINEMATIC CONSTRAINTS FROM DESI DR2 AND COSMIC CHRONOMETERS

Zhadyranova Aliya — PhD, Acting Associate Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

Tsyba Pyotr — PhD, Associate Professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: pyotrtsyba@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4928-0392>;

Ismail Umit — Junior researcher, JSC “Park of Nuclear Technologies”, Kurchatov, Kazakhstan,

E-mail: umitismail848@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0003-4881-6244>;

Yerzhan Bauyrzhan — PhD student, Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

Abstract. Observations of recent decades – type Ia supernovae, baryon acoustic oscillations (BAO), and the cosmic microwave background – have firmly established that the Universe is currently expanding at an accelerating rate. The standard Λ CDM model describes these data successfully but leaves open fundamental questions about the nature and magnitude of the cosmological constant, motivating the study of alternative gravity theories, including $f(R, T)$, which introduces a direct coupling between matter and geometry. This work is motivated by DESI DR2 (2025), which provided high-precision BAO measurements. We adopt a divergence-free parametrization of the deceleration parameter within the $f(R, T) = R + 2\lambda T$ model and derive an analytical expression for the Hubble parameter. We constrain the model parameters using a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) analysis of cosmic chronometer and DESI DR2 BAO data and compare the resulting kinematic model with Λ CDM using the Akaike and Bayesian information criteria. The data constrain the kinematics $\{H_0, q_0, q_1\}$. The $f(R, T)$ coupling constant λ is not determined directly by the observations and enters only in the interpretation of the energy conditions and the equation of state. The joint analysis yields $H_0 = 68.68 \pm 1.05$, $q_0 = -0.523 \pm 0.065$, $q_1 = 0.702 \pm 0.072$, with the transition to

acceleration at $z_t = 0.64$. Including DESI DR2 tightens the constraints by roughly a factor of six and establishes the present accelerated expansion ($q_0 < 0$) at the 8σ level. Within the adopted $q(z)$ parametrization, the data exclude a constant deceleration parameter ($q_1 = 0$) and favor an evolving $q(z)$, while showing no statistically significant departure from Λ CDM. For the illustrative positive λ values considered over $0 \leq z \leq 3$, the null and dominant energy conditions are satisfied, whereas the strong condition is violated at low redshifts, consistently with accelerated expansion. The results provide an efficient kinematic framework for testing dark-energy and modified-gravity scenarios with next-generation BAO data and can serve as a baseline for future analyses with Euclid, Roman, and DESI DR3.

Keywords: $f(R, T)$ gravity, divergence-free deceleration, DESI DR2, baryon acoustic oscillations, cosmic chronometers, MCMC, Λ CDM

Funding: This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP26194585).

For citations: Zhadyranova A.A., Tsyba P.Yu., Ismail U.K., Yerzhan B. Divergence-Free Deceleration Parameter, Kinematic Constraints from DESI DR2 and Cosmic Chronometers. *Academic Journal of Physical and Chemical Sciences*. 2026. No.3. Pp. 123–145. DOI: <https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.466>

©Жадыранова А.А.^{1*}, Цыба П.Ю.¹, Исмаил У.Қ.², Ержан Б.³ 2026.

¹Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан;

²«Ядролық технологиялар паркі» АҚ, Курчатов, Қазақстан;

³Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан.

*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

ДИВЕРГЕНЦИЯСЫЗ БӘСЕҢДЕУ ПАРАМЕТРІ, DESI DR2 ЖӘНЕ КОСМИКАЛЫҚ ХРОНОМЕТРЛЕР ДЕРЕКТЕРІ БОЙЫНША КИНЕМАТИКАЛЫҚ ШЕКТЕУЛЕР

Жадыранова Алия — PhD, доцент м.а., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

Цыба Пётр — PhD, қауымдастырылған профессор, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: pyotrtsyba@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4928-0392>;

Исмаил Үміт — кіші ғылыми қызметкер, «Ядролық технологиялар паркі» АҚ, Курчатов, Қазақстан,

E-mail: umitismail848@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0003-4881-6244>;

Ержан Бауыржан — PhD докторант, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

Аннотация. Соңғы онжылдықтардағы бақылаулар – Ia типті аса жаңа жұлдыздар, барион акустикалық тербелістер (BAO) және ғарыштық

микротолқынды фон – Ғаламның қазіргі дәуірде үдей кеңейетінін сенімді түрде растады. Стандартты Λ CDM моделі бұл деректерді табысты сипаттағанымен, космологиялық тұрақтының табиғаты мен шамасына қатысты сұрақтарды ашық қалдырады, бұл материя мен геометрияның тікелей байланысын енгізетін $f(R, T)$ сияқты баламалы гравитация теорияларын зерттеуге түрткі болады. Жұмыстың өзектілігі BAO-ның бұрын-соңды болмаған дәл өлшемдерін берген DESI-дің екінші деректер шығарылымымен (DR2, 2025) байланысты. $f(R, T) = R + 2\lambda T$ моделінде бәсеңдеу параметрінің дивергенциясыз параметрленуін қолданып, Хаббл параметрінің аналитикалық түрін алдық. Модель параметрлерін космостық хронометрлер мен DESI DR2 BAO деректерін пайдаланып, Марков тізбегі Монте-Карло (MCMC) әдісімен шектедік және алынған кинематикалық модельді Λ CDM моделімен Акаике және Байес ақпараттық критерийлері арқылы салыстырдық. Деректер кинематиканы $\{H_0, q_0, q_1\}$ шектейді. $f(R, T)$ моделінің байланыс тұрақтысы λ бақылаулармен тікелей анықталмайды және тек энергетикалық шарттар мен күй тендеуін интерпретациялауға кіреді. Бірлескен талдау $H_0 = 68,68 \pm 1,05, q_0 = -0,523 \pm 0,065, q_1 = 0,702 \pm 0,072$ берді, ал үдеуге ауысу $z_c = 0,64$ кезінде жүреді. DESI DR2 қосылуы шектеулерді шамамен алты есе күшейтіп, қазіргі үдемелі кеңеюді ($q_0 < 0$) 8σ деңгейінде бекітеді. Тандалған $q(z)$ параметрленуі аясында деректер бәсеңдеу параметрінің тұрақты мәнін ($q_1 = 0$) жоққа шығарып, $q(z)$ -тің эволюциясын қолдайды әрі модель Λ CDM-ден статистикалық маңызды ауытқу көрсетпейді. Қарастырылған оң λ мәндері үшін $0 \leq z \leq 3$ аралығында нөлдік және доминантты энергетикалық шарттар орындалады, ал күшті шарт төмен қызыл ығысуларда бұзылады, бұл үдемелі кеңеюмен үйлеседі. Алынған нәтижелер жаңа буын BAO деректері негізінде қараңғы энергия мен түрлендірілген гравитация сценарийлерін кинематикалық тұрғыдан сынаудың тиімді негізін ұсынады және болашақ Euclid, Roman, DESI DR3 талдаулары үшін тірек бола алады.

Түйін сөздер: $f(R, T)$ гравитациясы, дивергенциясыз бәсеңдеу, DESI DR2, барион акустикалық тербелістер, космикалық хронометрлер, MCMC, Λ CDM

©Жадыранова А.А.^{1*}, Цыба П.Ю.¹, Исмаил Ү.Қ.², Ержан Б.³ 2026.

¹Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва,
Астана, Казахстан;

²АО «Парк ядерных технологий», Курчатов, Казахстан;

³Казахский национальный педагогический университет имени Абая,
Алматы, Казахстан.

*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

ДИВЕРГЕНТНО-СВОБОДНЫЙ ПАРАМЕТР ЗАМЕДЛЕНИЯ, КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ДАННЫМ DESI DR2 И КОСМИЧЕСКИХ ХРОНОМЕТРОВ

Жадыранова Алия — PhD, и.о. доцента, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва, Астана, Казахстан,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

Цыба Пётр — PhD, ассоциированный профессор, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва, Астана, Казахстан,

E-mail: pyotrtsyba@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4928-0392>;

Исмаил Умит — младший научный сотрудник, АО «Парк ядерных технологий», Курчатов, Казахстан, E-mail: umitismail848@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0003-4881-6244>;

Ержан Бауыржан — PhD докторант, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

Аннотация. Наблюдения последних десятилетий – сверхновые типа Ia, барионные акустические осцилляции (BAO) и реликтовое излучение – надёжно установили ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху. Стандартная модель Λ CDM успешно описывает эти данные, но оставляет открытыми вопросы о природе и величине космологической постоянной, что мотивирует изучение альтернативных теорий гравитации, включая $f(R, T)$ с прямой связью материи и геометрии. Актуальность работы связана со вторым выпуском данных DESI (DR2, 2025), давшим беспрецедентно точные измерения BAO. Мы применяем дивергентно-свободную параметризацию параметра замедления в модели $f(R, T) = R + 2\lambda T$, получаем аналитическое выражение для параметра Хаббла. Параметры модели ограничены методом Монте-Карло с марковскими цепями (MCMC) с использованием данных космических хронометров и DESI DR2 BAO, а полученная кинематическая модель сопоставлена с Λ CDM с помощью информационных критериев Акаике, Байеса. Данные ограничивают лишь кинематику $\{H_0, q_0, q_1\}$. Константа связи λ ими напрямую не определяется и входит только в интерпретацию энергетических условий и уравнения состояния. Совместный анализ даёт $H_0 = 68,68 \pm 1,05$, $q_0 = -0,523 \pm 0,065$, $q_1 = 0,702 \pm 0,072$, переход к ускорению происходит при $z_t = 0,64$. Включение DESI DR2 усиливает ограничения примерно вшестеро и устанавливает современное ускоренное расширение ($q_0 < 0$) на уровне 8σ . В рамках выбранной параметризации $q(z)$ данные исключают постоянное значение параметра замедления ($q_1 = 0$) и свидетельствуют в пользу эволюции $q(z)$, не показывая при этом статистически значимого отклонения от Λ CDM. Для рассмотренных положительных значений λ в диапазоне $0 \leq z \leq 3$ нулевое и доминантное энергетические условия выполняются, тогда как сильное условие нарушается при низких красных смещениях, что согласуется с ускоренным расширением. Результаты предлагают эффективный кинематический подход к проверке сценариев тёмной энергии и модифицированной гравитации по данным нового поколения BAO и могут служить основой для будущих анализов Euclid, Roman, DESI DR3.

Ключевые слова: гравитация $f(R, T)$, дивергентно-свободное замедление, DESI DR2, барионные акустические осцилляции, космические хронометры, MCMC, Λ CDM

Кіріспе. Іа типті аса жаңа жұлдыздарды зерттеу Ғаламның кеңеюі баяуламай, қайта үдей түсіп жатқанын көрсетті (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999). Кейіннен ғарыштық микротолқынды фон мен ірі масштабты құрылымның деректері де осыны растады (Aghanim et al., 2020).

Ендігі басты мәселе – осы үдеудің физикалық себебін түсіну. Жалпы салыстырмалылық теориясында мұны көбіне теріс қысымы бар қараңғы энергиямен түсіндіреді. Ең танымал үлгі – әрине, Λ CDM моделі. Онда қараңғы энергия космологиялық тұрақты (Λ) түрінде енгізіледі және оның күй параметрі дәл -1-ге тең болады.

Модель шынымен көптеген бақылау нәтижелерін жақсы сипаттайды. Бірақ теориялық жағынан бірнеше үлкен сұрақ бар: неге космологиялық тұрақтының мәні соншалық кішкентай? Және неге дәл қазіргі кезеңде материя мен қараңғы энергияның тығыздықтары бір-біріне осыншама жақын болып қалды? Міне, осы баптау мәселесі ғалымдарды Λ CDM-нен тыс басқа теорияларды іздеуге мәжбүр етеді (Di Valentino et al., 2021; Perivolaropoulos and Skara, 2022). Кейбір зерттеушілер гравитацияның өзін өзгерту жолымен шешуге тырысады. Мысалы, $f(R)$ гравитациясында скаляр қисықтықтың орнына оның еркін функциясы алынады. Бұл модель ерте инфляцияны да, бүгінгі үдеуді де сипаттай алады.

Тағы бір қызықты бағыт – $f(R,T)$ теориясы (Harko et al., 2011). Мұнда гравитациялық лагранжиан материяның энергия-импульс тензорының ізіне (T) де байланысты болады. Геометрия мен материя тікелей әсерлеседі. Сондықтан тұтқырлық, диссипация сияқты құбылыстарды космологияға енгізу мүмкін болады. Бірақ мұндай модельдерде энергияның сақталу заңы бұзылуы мүмкін, сондықтан оларды өте мұқият тексеру қажет. $f(R,T)$ теориясының ыңғайлы жері – ЖСТ-дан ауытқуды бір ғана функция арқылы басқаруға болады. Ал кейбір жағдайларда Ғаламның эволюциясы өте қызық сценарийлер береді: сингулярлықсыз секіру, фантомдық режим немесе кеш кезеңдегі үдеу (Bhattacharjee and Sahoo, 2020). Дегенмен параметрлерді таңдаумен шектеліп қалмау керек. Ең маңызы – модельдің болжамдарын нақты бақылаулармен салыстыру. Осы үшін Ғаламның кеңею динамикасын, әсіресе бәсеңдеу параметрін толығырақ сипаттаған жөн.

Зерттеудің негізгі мақсаты – $f(R,T) = R + 2\lambda T$ гравитациялық моделі үшін дивергенциясыз бәсеңдеу параметрін DESI DR2 BAO және космостық хронометрлер (CC) деректерімен шектеу. MCMC әдісі арқылы H_0 , q_0 және q_1 параметрлерін бағалаймыз. CC және DESI деректерін бөлек, сондай-ақ біріктіріп талдаймыз. Модельдің сәйкестігін χ^2 , AIC және BIC критерийлері бойынша бағалаймыз. Соңында алынған параметрлердің энергетикалық шарттарға сәйкестігін тексереміз.

Әдебиеттерге шолу. ЖСТ мен $f(R,T)$ гравитациясының басты айырмашылығы материя секторын қарастырған кезде айқын байқалады. Стандартты Жалпы салыстырмалылық теориясында энергия–импульс тензорының сақталу заңы әрқашан орындалады. Ал $f(R,T)$ теориясында лагранжианның T -ға (энергия–импульс тензорының ізіне) тәуелді болуы бұл заңды бұзуы мүмкін. Содан материя мен геометрия арасында қосымша энергия алмасуы туындайды,

ал сынақ бөлшектерінің қозғалысы да геодезиялық траекториядан ауытқуы ықтимал. Кейбір ғалымдар бұл құбылысты бөлшектердің пайда болуымен немесе термодинамикалық тұрғыдан ашық жүйедегі энергия алмасуымен түсіндіруге тырысады. Бірақ мұндай түсіндірмелердің бәрі бірдей жұмыс істемейді – бәрі нақты модельге байланысты. Сондықтан энергия–импульстің сақталмауын барлық $f(R,T)$ модельдері үшін бірдей ереже ретінде қабылдау дұрыс емес. Осы жұмыста қарастырылатын $f(R,T) = R + 2\lambda T$ сызықтық моделі өріс теңдеулерін айтарлықтай жеңілдетеді. Бұл жағдайда $f_R = 1$ және $f_T = 2\lambda$ тұрақты болғандықтан, f_R -дің туынды мүшелері пайда болмайды. Сонымен бірге материяның күйі (энергия тығыздығы мен қысымы) гравитациялық теңдеулерге тікелей әсер етеді. Қысым мен тығыздық өзгерген сайын T -мен байланысты түзетулер де өзгеріп отырады. $f(R,T)$ теориясы космологиялық модельдерде, термодинамикалық процестерде және басқа да гравитациялық қолданбаларда кеңінен зерттеліп келеді (Jeakel et al., 2024).

Космологиялық тұрғыдан алғанда бұл мүше кеңею динамикасына қосымша үлес қосады және кейде эффективті қараңғы энергияға ұқсас әсер береді. Оның күші мен рөлі $f(R,T)$ параметріне байланысты. Осының арқасында қараңғы энергияны міндетті түрде жеке экзотикалық компонент ретінде енгізбей-ақ, үдемелі кеңеюді материя мен геометрия арасындағы байланыс арқылы түсіндіруге болады. Әрине, нақты интерпретация параметрлер мен материя лагранжианының түріне байланысты өзгеріп отырады.

Космологиялық талдауда ең маңыздысы – Ғаламды қандай масштабта қарастырып отырғанымыз. Жеке галактикалар мен шоғырлар біртекті болмаса да, жеткілікті үлкен масштабтарда Ғаламды біртекті және изотропты фон ретінде қарастыруға болады. Бақылау деректері де осыны растайды. Сондықтан біз FLRW метрикасын қолданып, космологиялық материяны идеал сұйықтық түрінде қарастырамыз. Төмендегі барлық нәтижелер осы біртекті фонға қатысты, локалдық құрылымдар мен анизотропиялық эффектілер мұнда бөлек қарастырылмайды.

Ғаламның кеңею тарихын зерттегенде тек $H(z)$ функциясын білу жеткіліксіз. Кеңею қашан баяулаудан үдеуге өткенін түсіну үшін бәсеңдеу параметрі $q(z)$ өте қолайлы. Ерте дәуірде $q > 0$ болса, кеш кезеңде $q < 0$ -ге ауысуы оның таңбасының өзгеруі арқылы бірден байқалады.

Алайда параметрлеудің нақты түрі өте маңызды. Кейбір формулалар төмен қызыл ығысуда (z) жақсы жұмыс істегенімен, болашаққа ($z \rightarrow -1$) жалғастырғанда сингулярлық немесе тұрақсыз мінез көрсетеді. Сондықтан дивергенциясыз және тұрақты форма таңдау – бұл тек математикалық ыңғайлылық емес, параметрлеуді кеңірек қызыл ығысу диапазонында қолдануға деген қажеттілік. Бұған дейін ұқсас кинематикалық параметрлеуді скаляр өрісті қараңғы энергия модельдерінде қолданған (Mamon and Das, 2016). Біздің жағдайда мәселе басқаша: таңдалған параметрлеуді $f(R,T)$ гравитациясымен біріктіріп, 2025 жылғы DESI DR2 BAO өлшемдері және космостық хронометрлердің $H(z)$ деректерімен шектеу қойылған (Moresco et al., 2022).

Мұндай тәсілдің ең басты артықшылығы – қараңғы энергияның нақты қандай

бөлшектен немесе өрістен тұратынын алдын ала шешудің қажеті жоқ. Кеңею тарихы $H(z)$, $q(z)$ және jerk параметрі $j(z)$ арқылы тікелей сипатталады. Сондықтан бір бақылау жиынтығын әртүрлі гравитациялық модельдермен салыстыруға мүмкіндік көп.

Бірақ бұл еркіндік өз тәуекелін де ала келеді. Алынған нәтиже көбіне таңдалған параметрлеу формасына тәуелді болады. Әсіресе деректер аз болатын аймаққа экстраполяция жасағанда бұл тәуелділік айқын сезіледі. Осы себептен дивергенциясыз параметрлеу формасын таңдау маңызды. Ол болашақтағы мінез-құлықты автоматты түрде физикалық дұрыс етпесе де, кем дегенде параметрлеудің өзінен туатын жасанды мәселелерді азайтады.

Бұл әдісті әйгілі Чевалье–Полярски–Линдер (CPL) параметрлеуімен салыстырғанда айырмашылық бірден көзге түседі. CPL қараңғы энергияның күй теңдеуін $w_0 w_a$ арқылы тікелей параметрлейді. Ал біздің тәсіл кеңеюдің кинематикасынан бастайды: алдымен Ғалам қалай кеңейетінін сипаттаймыз, содан кейін ғана бұл динамиканың нақты гравитациялық модельмен үйлесімділігін тексереміз.

Артықшылығы – қараңғы энергияның микрофизикалық табиғаты туралы қатаң болжам жасаудың қажеті жоқ. Бірақ шектеуі де бар: кинематикалық сәйкестіктің өзі қандай механизм үдеуді тудырып жатқанын анықтай алмайды. Бірдей $H(z)$ немесе $q(z)$ мінезі мүлдем әртүрлі теориялық модельдерден шығуы мүмкін.

Бақылау жағына келсек, жағдай жылдам өзгеріп жатыр. DESI жобасының 2025 жылғы DR2 деректер шығарылымы BAO өлшемдерінің сапасы мен статистикалық күшін едәуір арттырды (Abdul-Karim et al., 2025). Бірнеше талдауларда DESI деректерін басқа бақылаулармен бірге қарағанда уақыт бойынша өзгеретін қараңғы энергияға меңзейтін ауытқулар байқалғаны айтылды (Adame et al., 2025; DESI Collaboration, 2025).

Дегенмен бұны Λ CDM-нің толық құлауы деп қабылдауға әлі ерте. Нәтиженің маңызы таңдалған деректер жиынтығы мен модельге тікелей байланысты. Сондықтан жаңа BAO өлшемдерін басқа $H(z)$ деректерімен бірге пайдаланып, $f(R,T)$ сияқты балама гравитациялық модельдердің параметрлерін қайта шектеу қазір өте өзекті мәселе болып тұр.

DESI-дің 2024 жылғы алғашқы нәтижелері мен 2025 жылы жарияланған DR2 деректері қараңғы энергия тақырыбын қайтадан жандандырды. BAO өлшемдерін CMB және Ia типті аса жаңа жұлдыздардың бақылауларымен біріктіргенде, $w_0 w_a$ CDM моделі стандартты Λ CDM-ге қарағанда $2.8\text{--}4.2\sigma$ деңгейінде артық көрінеді. Бұл қараңғы энергия уақыт өткен сайын өзгеруі мүмкін екенін меңзейді.

Дегенмен бұл нәтижені интерпретациялауда бірнеше шектеу бар. Статистикалық маңыздылық қай аса жаңа жұлдыздар каталогы қолданылғанына тікелей байланысты. Жүйелік қателіктер мәселесі де әлі толық шешілген жоқ. Сондықтан бұл нәтижені түпкілікті қорытынды деп емес, қосымша тексеруді қажет ететін маңызды сигнал ретінде қабылдаған дұрыс.

Космологиядағы ең өзекті мәселелердің бірі – H_0 кернеуі. Planck және CMB деректерінен алынатын $H_0 \approx 67\text{--}68$ км/с/Мпк жергілікті бақылаулардағы ≈ 73

км/с/Мпк мәнінен шамамен 5σ айырмашылықта тұр. Бұл айырмашылықтың нақты себебі әлі белгісіз: стандартты Λ CDM моделінің жеткіліксіздігінен де, байқалмай қалған жүйелік қателіктерден де болуы мүмкін. Осыған байланысты модификацияланған гравитация және динамикалық қараңғы энергия модельдері барған сайын көбірек қарастырылуда. Жаңа ВАО деректері бұл баламаларды тағы да сынауға мүмкіндік береді.

Ғаламның кеңею тарихын бір ғана түрдегі бақылаумен толық қалпына келтіру мүмкін емес. Әр зонд өзіндік ақпарат береді: Ia типті аса жаңа жұлдыздар салыстырмалы қашықтықтарды, ВАО – космологиялық масштабты, космостық хронометрлер $H(z)$ -ті тікелей өлшейді, ал СМВ ерте Ғалам туралы мәлімет береді. Осы әртүрлі деректерді біріктіру модельді бірнеше жақтан тексеруге жол ашады. Біздің жұмыста CC және DESI DR2 ВАО деректері осы мақсатта бірге қарастырылады.

Материалдар мен әдістер. Теориялық модель: $f(R, T) = R + 2\lambda T$. Зерттеуде (Harko et al. 2011) ұсынған $f(R, T)$ гравитация теориясын қолданамыз. Әсер функционалы келесі түрде жазылады

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int \mathcal{L}_m \sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

мұндағы $\mathcal{L}_m$ – материя лагранжианы, T – энергия-импульс тензорының ізі $T_{\mu\nu} = -2/\sqrt{-g} \delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_m)/\delta g^{\mu\nu}$. Әсерді вариациялау нәтижесінде өріс теңдеулері шығады

$$\begin{aligned} f_R R_{\mu\nu} - 1/2 f g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) f_R = \\ = 8\pi G T_{\mu\nu} - f_T (T_{\mu\nu} + \Theta_{\mu\nu}), \end{aligned} \quad (2)$$

мұндағы $f_R \equiv \partial f/\partial R$, $f_T \equiv \partial f/\partial T$, ал $\Theta_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}}$ – энергия-импульс тензорының вариациясынан шығатын тензор. Жалпы жағдайда энергия-импульс тензоры сақталмайды, яғни $\nabla^\mu T_{\mu\nu} \neq 0$ болады.

Кеңістіктік жазық Фридман-Леметр-Робертсон-Уокер (FLRW) метрикасын қолданамыз:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \gamma_{ij} dx^i dx^j, \quad (3)$$

мұнда $a(t)$ – масштаб факторы, $H = \dot{a}/a$ – Хаббл параметрі, γ_{ij} – жазық үш өлшемді метрика. Нөлден өзгеше Кристоффель символдары

$$\Gamma_{ij}^0 = a^2 H \gamma_{ij}, \quad \Gamma_{0j}^i = H \delta_j^i, \quad \Gamma_{jk}^i = \bar{\Gamma}_{jk}^i. \quad (4)$$

Олардан Риччи тензорының компоненттері мен скаляр қисықтық келесідей есептеледі

$$R_{00} = -3(\dot{H} + H^2), \quad R_{ij} = (\dot{H} + 3H^2) a^2 \gamma_{ij},$$

$$R = 6(\dot{H} + 2H^2), \quad (5)$$

ал Эйнштейн тензоры $G_{00} = 3H^2$, $G_{ij} = -(2\dot{H} + 3H^2) a^2 \gamma_{ij}$. Материяны идеал сұйықтық ретінде аламыз $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}$, $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$, ізі $T = 3p - \rho$. $L_m = p$ таңдауын қолданамыз $\Theta_{\mu\nu} = -2T_{\mu\nu} + pg_{\mu\nu}$. Бұл таңдау космологиялық ауқымда кеңінен қолданылады, өйткені тұтқырлық пен жылу өткізгіштікті елемей, біртекті-изотропты фонды жақсы сипаттайды және өріс теңдеулеріне ыңғайлы түрде кіреді.

Минималды емес байланыстың ең қарапайым түрін таңдаймыз

$$f(R, T) = R + 2\lambda T, \quad (6)$$

мұндағы λ — әрекеттесу тұрақтысы. $\lambda = 0$ болғанда модель жалпы салыстырмалылық теориясына (ЖСТ) оралады. $f_R = 1$, $f_T = 2\lambda$ тұрақты болғандықтан туынды мүшелер жоғалады және өріс теңдеуі айтарлықтай жеңілдейді. Бұдан әрі $8\pi G = 1$ болатын табиғи бірліктер жүйесін қолданамыз

$$G_{\mu\nu} = (1 + 2\lambda)T_{\mu\nu} + \lambda(p - \rho)g_{\mu\nu}. \quad (7)$$

Осыдан кейін келесідей екі Фридман теңдеуі шығады

$$3H^2 = (1 + 3\lambda)\rho - \lambda p,$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = \lambda\rho - (1 + 3\lambda)p. \quad (8)$$

Жүйені ρ, p бойынша шешіп, $\dot{H} = -(1 + q)H^2$ және $(1 + 3\lambda)^2 - \lambda^2 = (1 + 2\lambda)(1 + 4\lambda)$ ескерсек

$$\rho = \frac{3(1+2\lambda)+2\lambda[1+q]}{(1+2\lambda)(1+4\lambda)} H^2,$$

$$p = \frac{-3(1+2\lambda)+2(1+3\lambda)[1+q]}{(1+2\lambda)(1+4\lambda)} H^2, \quad (9)$$

$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{-3(1+2\lambda)+2(1+3\lambda)[1+q]}{3(1+2\lambda)+2\lambda[1+q]}. \quad (10)$$

$\lambda = 0$ кезінде $\rho = 3H^2$, $p = (2q - 1)H^2$ – стандартты Фридман қатынастары. мұндағы ρ және p – тиімді тығыздық пен қысым. $\lambda = 0$ кезінде бұл өрнектер стандартты Фридман теңдеулеріне айналады.

Дивергенциясыз бәсеңдеу параметрі және Хаббл параметрі. Бәсеңдеу

параметрі $q = -1 - \dot{H}/H^2$ ретінде анықталады. $q(z)$ берілсе, $H(z) = H_0 \exp\left(\int_0^z \frac{1+q}{1+z} dz\right)$. Дивергенциясыз параметрлеуді қолданамыз (Mamon and Das, 2016)

$$q(z) = q_0 + q_1 \frac{z(1+z)}{1+z^2}, \quad (11)$$

мұнда q_0 – бәсеңдеудің қазіргі мәні, q_1 – оның эволюциясы. Жоғары z кезінде $q \rightarrow q_0 + q_1$, төмен z кезінде $q \rightarrow q_0 + q_1 z$. Өрнек бүкіл $z \in [-1, \infty)$ ауқымында шектелген. Интегралдан

$$H(z) = H_0 (1+z)^{1+q_0} (1+z^2)^{q_1/2}. \quad (12)$$

λ параметрі $H(z)$ өрнегіне тікелей кірмейді. Сондықтан ғаламның кеңею тарихы кинематикалық параметрлер – $q(z)$, яғни q_0 және q_1 арқылы анықталады. Осыған байланысты likelihood функциясы да тек осы параметрлерге тәуелді болады $\chi^2 = \chi^2(H_0, q_0, q_1), \frac{\partial \chi^2}{\partial \lambda} = 0$. Яғни бақылау деректері бізге дивергенциясыз $q(z)$ параметрленуін шектейді. Ал $f(R, T) = R + 2\lambda T$ моделі алынған кинематиканы ρ , p , ω және энергетикалық шарттар арқылы физикалық тұрғыдан түсіндіруге мүмкіндік береді.

CC және DESI деректері $H(z)$ және қашықтықтарға сезімтал болғандықтан, олар тек H_0 , q_0 және q_1 параметрлерін шектей алады. λ параметрі тығыздық, қысым және ω өрнектерінде ғана пайда болады, сондықтан оның нақты мәнін осы деректерден тікелей анықтау мүмкін емес.

Осы себепті λ -ны фиттелетін еркін параметр ретінде емес, бірнеше бекітілген мәндерде қарастырамыз: $\lambda = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$. Қисықтар λ -ның өлшенген мәнін көрсетпейді (6, 7, 8 суреттер). Олардың мақсаты – λ өзгерген кезде ρ , p және ω қалай өзгередінін көрсету. Тандалған мәндер (13) өрнектерінде бөлім нөлге айналатын ерекше нүктелерден ($\lambda = -1/2$ және $\lambda = -1/4$) алыс жатыр, сондықтан бұл нүктелерді қарастырмаймыз.

Дивергенциясыз параметрлеудің маңызды артықшылығы – $z \rightarrow -1$ шегіндегі сипаттамасы. Мысалы, кейбір полиномдық ($q = q_0 + q_1 z$) немесе логарифмдік параметрлеулер алыс болашақта қолайсыз жүріс көрсетуі мүмкін. Ал біз қолданып отырған $q(z)$ функциясы $z \rightarrow -1$ кезінде де ажырамай, шектелген күйде қалады. Бұл параметрлеуді алыс болашаққа дейін формалды түрде жалғастыруға мүмкіндік береді және функцияның өзінен туындайтын жасанды дивергенциялар пайда болмайды.

Бақылау деректері. DESI DR2 BAO. DESI – Mayall телескопында орналасқан көпнысанды спектроскопиялық құрал. Ол мыңдаған галактика мен квазардың қызыл ығысуын өлшеп, бариондық акустикалық тербелістерді (BAO) зерттеуге мүмкіндік береді.

BAO – ерте Ғаламдағы фотон-барион плазмасында таралған дыбыс толқындарының қалдығы. Олардың характерлік масштабы – дыбыс горизонты

$r_d \approx 147$ Мпк. Бұл масштаб ғаламның стандартты сызғышы ретінде қолданылады. 2025 жылғы DESI DR2 деректері осы масштабты жеті түрлі қызыл ығысу аралығында өлшейді: D_M/r_d (көлденең) және D_H/r_d (радиалды) шамалары арқылы, ал Bright Galaxy Sample (BGS) үшін D_V/r_d қолданылады.

Кесте 1-де көрсетілген өлшемдер $z = 2.33$ -ке дейінгі аралықты қамтиды. Дерек нүктелерінің саны көп болмаса да, олардың дәлдігі өте жоғары (Сурет 1).

BAO-ның физикалық негізі рекомбинацияға дейінгі дәуірдегі фотон-барион плазмасындағы дыбыс толқындарымен байланысты. Рекомбинациядан кейін бұл толқындардың ізі материяның таралуында r_d масштабы түрінде сақталады. DESI-дің басты артықшылығы – өте үлкен галактика және квазар үлгісі бойынша жиналған жоғары сапалы спектроскопиялық деректер. Бұл BAO масштабын бұрын-соңды болмаған статистикалық дәлдікпен өлшеуге мүмкіндік береді.

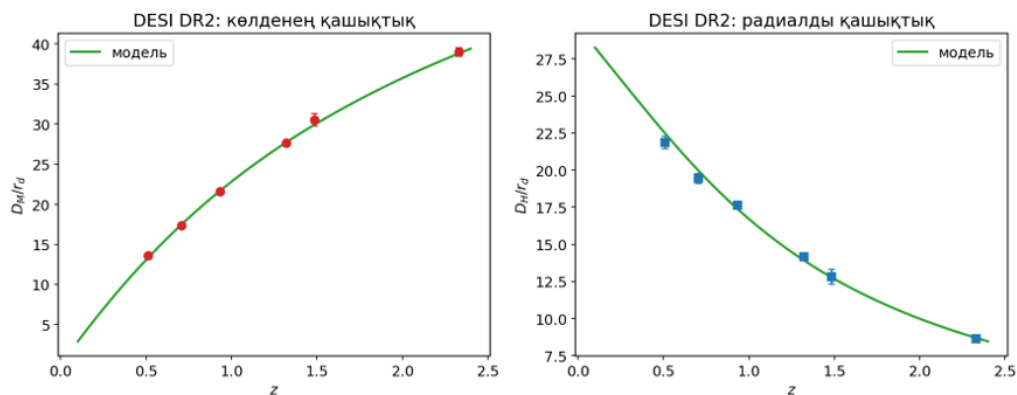
Кесте 1. DESI DR2 BAO өлшемдері (Abdul-Karim et al., 2025).

Трейсер	z_{eff}	D_M/r_d	D_H/r_d
BGS	0,295	$D_V/r_d = 7,942 \pm 0,075$	–
LRG1	0,510	$13,588 \pm 0,167$	$21,863 \pm 0,425$
LRG2	0,706	$17,351 \pm 0,177$	$19,455 \pm 0,330$
LRG3+ELG1	0,934	$21,576 \pm 0,152$	$17,641 \pm 0,193$
ELG2	1,321	$27,601 \pm 0,318$	$14,176 \pm 0,221$
QSO	1,484	$30,512 \pm 0,760$	$12,817 \pm 0,516$
Ly α	2,330	$38,988 \pm 0,531$	$8,632 \pm 0,101$

Жазық ғаламда қашықтықтар келесі өрнектермен анықталады $D_H = \frac{c}{H(z)}$, $D_M = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$, $D_V = [z D_M^2 D_H]^{1/3}$. Көлденең және радиалды BAO өлшемдері бір-бірімен корреляцияланған, сондықтан әр қызыл ығысу бины үшін 2×2 ковариация матрицасы ескеріледі.

BAO деректері H_0 және r_d комбинациясына тәуелді болғандықтан, талдауда дыбыс горизонты Planck нәтижелері бойынша $r_d = 147.09$ Мпк-ке бекітілді (Aghanim et al., 2020). Бұл H_0 -ға абсолютті масштаб береді. Ал r_d -ның бекітілген мәні кинематикалық параметрлер q_0 , q_1 және z_t үшін маңызды әсер етпейді.

Космостық хронометрлер (CC). Космостық хронометрлер әдісі пассивті галактикалардың дифференциалдық жас айырмасы арқылы Хаббл параметрін тікелей өлшейді $H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}$. Бұл өлшем r_d калибрлеуіне тәуелді емес, сондықтан BAO деректерін толықтыратын тәуелсіз қосымша тексеру құралы болып табылады. Талдауда $0.07 \leq z \leq 1.965$ аралығындағы 31 нүктеден тұратын $H(z)$ деректер жинағы қолданылды (Jiao et al., 2023; Tomasetti et al., 2023).



Сурет 1. DESI DR2 BAO деректері: D_M/r_d және D_H/r_d ; қысық – CC+DESI ең жақсы сәйкестігі.

Зерттеу әдістері. Модель параметрлерін $\theta = \{H_0, q_0, q_1\}$ бағалау үшін ықтималдық функциясын $\mathcal{L} \propto \exp(-\chi^2/2)$ түрінде анықтадық. CC деректері үшін $\chi^2_{CC} = \sum_i [H(z_i) - H_{obs,i}]^2 / \sigma_i^2$, ал DESI үшін $\chi^2_{DESI} = \sum_{bins} \Delta D^T C^{-1} \Delta D$, мұнда $D = (D_M/r_d, D_H/r_d)$ (BGS үшін D_V/r_d). Әрбір анизотропты бин үшін D_M/r_d мен D_H/r_d арасындағы бинішілік 2×2 ковариация ескерілді

$$C_i = \begin{pmatrix} \sigma_{D_M/r_d}^2 & \rho_i \sigma_{D_M/r_d} \sigma_{D_H/r_d} \\ \rho_i \sigma_{D_M/r_d} \sigma_{D_H/r_d} & \sigma_{D_H/r_d}^2 \end{pmatrix}$$

мұндағы ρ_i – әрбір биндегі D_M мен D_H арасындағы корреляция коэффициенті (DESI DR2 берген мәндер). Талдауда қолданылған бинішілік корреляция коэффициенттері: LRG1 үшін $\rho = -0,459$, LRG2 үшін $\rho = -0,404$, LRG3+ELG1 үшін $\rho = -0,416$, ELG2 үшін $\rho = -0,434$, QSO үшін $\rho = -0,500$ және Ly α үшін $\rho = -0,431$. BGS өлшемі изотропты D_V/r_d шамасы түрінде берілгендіктен, ол үшін мұндай корреляция коэффициенті қолданылмайды. Биндер арасындағы корреляциялар осы талдауда ескерілмеді, бұл қолданылған likelihood функциясының жуықтауы болып табылады. Бірлескен талдауда $\chi^2_{joint} = \chi^2_{CC} + \chi^2_{DESI}$.

Апостериорларды зерттеу үшін аффинді-инвариантты ансамбльдік MCMC сэмплерін (Foreman-Mackey et al., 2013) іске асырдық: 60 walker, 4000 қадам, 1500 burn-in. $H_0 \in [50, 100]$, $q_0 \in [-1, 5, 0, 5]$, $q_1 \in [-3, 5]$ біркелкі априорлары қолданылды. Жинақталуды Гельман–Рубин критерийі $\hat{R}$ мен автокорреляция уақыты τ арқылы тексердік, барлық параметрлер үшін $\hat{R} \approx 1,006 < 1,01$, $\tau \approx 55 - 60$ қадам, қабылдау үлесі $\approx 0,65$, ESS ~ 2600 . Талдау үш конфигурацияда орындалды: CC, DESI, CC+DESI. Есептеулер Python ортасында emcee пакетімен орындалды.

Ұсынылған модельдің бақылау деректеріне қаншалықты жақсы сәйкес келетінін тексеру үшін оны стандартты Λ CDM моделімен салыстырдық. Λ CDM үшін

Хаббл параметрі келесідей жазылады $H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)}$ мұндағы еркін параметрлер – $\{H_0, \Omega_m\}$.

Салыстыруды тек $\Delta\chi^2$ -пен шектемедік. Параметрлер саны (k) ескеріліп, AIC және BIC критерийлерін қолдандық $AIC = \chi^2 + 2k$, $BIC = \chi^2 + k \ln N$. Мұндағы $N = 44$ (31 CC + 13 DESI нүктесі). Күрделі модель деректерге сәл жақсырақ сәйкес келсе де, қосымша параметр нақты пайда бермесе, AIC және BIC оны артықшылық ретінде қабылдамайды. $\Delta BIC < 2$ – әлсіз айырмашылық, 2–6 – оң, 6–10 – күшті, >10 – өте күшті дәлел деп есептеледі. AIC сәйкестік пен күрделілік арасындағы теңгерімге сезімтал, ал BIC параметр санына қатаңырақ қарайды. Сондықтан екі критерийді бірге қолдану дұрысырақ.

Априор тандауының әсерін де тексердік. Кеңірек біркелкі априорлар қолданғанда нәтижелер айтарлықтай өзгермеген. MCMC тізбектері әртүрлі бастапқы нүктелерден іске қосылғанда да бірдей аймаққа жинақталды. Бұл нәтиженің тұрақты екенін көрсетеді.

Ковариацияны ескермеу нәтижені бұрмалауы мүмкін. DESI-де D_M/r_d және D_H/r_d өлшемдері корреляцияланған, сондықтан оларды тәуелсіз деп қарастыру дұрыс емес. Космостық хронометрлер үшін біз диагональды қателіктерді қолдандық. Болашақта толық ковариация енгізілсе, шектеулердің өзгеруін бөлек тексеруге болады.

Нәтижелер мен талқылаулар. MCMC талдауының нәтижелері Кесте 2-де келтірілген. Барлық конфигурацияларда $q_0 < 0$, яғни қазіргі кезеңде ғаламның үдемелі кеңеюі жалғасуда. CC+DESI бірлескен талдауы үшін мына мәндер алынды $H_0 = 68,68 \pm 1,05$, $q_0 = -0,523 \pm 0,065$, $q_1 = 0,702 \pm 0,072$.

Кесте 2. Деректер жиынтықтары бойынша MCMC шектеулері (медиана $\pm 1\sigma$).

Параметр	CC	DESI DR2	CC + DESI
H_0 [км·с ⁻¹ Мпк ⁻¹]	69,15 ^{+5,88} _{-5,44}	68,69 ^{+1,08} _{-1,05}	68,68 ^{+1,07} _{-1,05}
q_0	-0,573 ^{+0,385} _{-0,387}	-0,524 ^{+0,066} _{-0,066}	-0,523 ^{+0,064} _{-0,065}
q_1	0,782 ^{+0,509} _{-0,507}	0,702 ^{+0,074} _{-0,073}	0,702 ^{+0,073} _{-0,072}
z_t	0,623 ^{+0,119} _{-0,137}	0,641 ^{+0,020} _{-0,025}	0,640 ^{+0,020} _{-0,024}
χ^2/dof	0,51	1,21	0,65

Сәйкестік сапасы деректер жиынтығына байланысты өзгереді. CC үшін $\chi^2/\text{dof} = 0.51$ – бұл салыстырмалы төмен мән. Оны бірден модельдің артық бейімделуі деп қабылдамаған жөн, өйткені космостық хронометрлердің қателіктері көбіне консервативті бағаланады. DESI үшін $\chi^2/\text{dof} \approx 1.2$, ал бірлескен талдауда бұл көрсеткіш 0.65-ке түседі. Жалпы, үш жағдайда да модель мен деректер арасында елеулі қайшылық жоқ.

Қалдықтарда жүйелі ығысу байқалмады. CC нүктелері бүкіл қолжетімді қызыл ығысу аралығында, тіпті $z > 1.5$ аймағында да модельмен жақсы сәйкес

келеді. DESI BAO өлшемдеріндегі ауытқулардың басым бөлігі 1σ шегінде жатыр. Бұл параметрлеудің деректерді сипаттауға жеткілікті икемді екенін көрсетеді. Дегенмен, мұны артық параметрленудің тікелей дәлелі немесе модельдің толық расталуы деп қабылдауға болмайды.

DESI DR2 деректерінің үлесі. DESI DR2 деректерін қосқан кезде ең алдымен байқалатыны – сенімділік интервалдарының айтарлықтай тарылуы. Тек Cosmic Chronometers (CC) деректерін жеке талдағанда $q_0 = -0.573 \pm 0.386$ мәні нөлден шамамен 1.5σ ауытқиды, ал q_1 параметрі өте нашар шектеледі.

DESI DR2 қосылған соң жағдай едәуір өзгереді: $q_0 < 0$ мәні шамамен 8σ деңгейінде анықталады, ал $q_1 = 0.702 \pm 0.073$ нөлден 9.6σ қашықтықта тұр. Бірақ бұл жоғары статистикалық маңыздылықтың бір бөлігі таңдалған екі параметрлі $q(z)$ параметрлеуінің ерекшеліктеріне байланысты болуы мүмкін. Параметрлеу еркіндігі шектеулі болғандықтан, интервалдардың тарылуы күтілетін нәтиже. Сондықтан $q_1 = 0$ гипотезасының жоққа шығарылуы мен $q(z)$ -тің уақыт бойынша өзгеруі туралы қорытындыны тек осы модель шеңберінде ғана сенімді деп есептеген жөн.

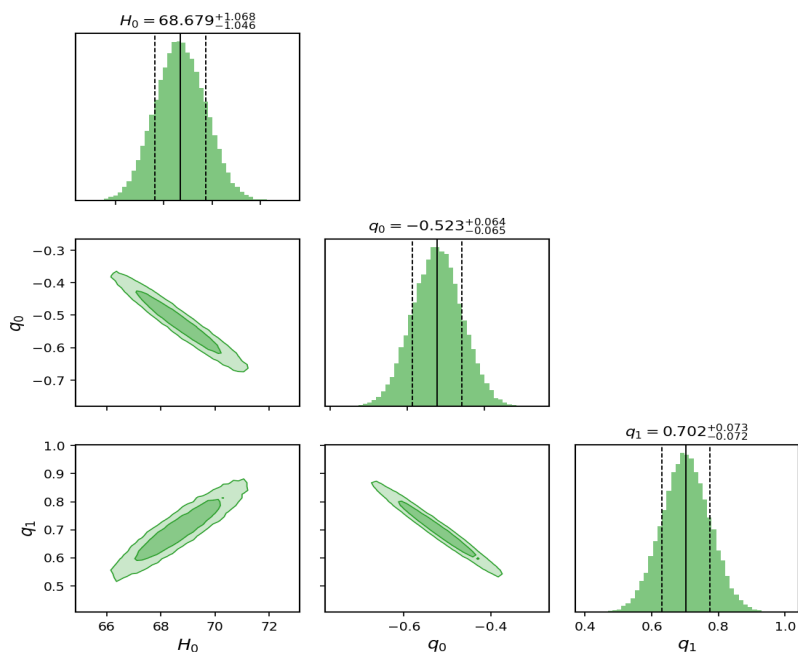
Жалпы алғанда, DESI DR2 тұрақты q сценарийінен гөрі уақыт өткен сайын өзгертін $q(z)$ моделін қолдайтынын көрсетеді.

Параметрлер кеңістігінде де өзгеріс өте айқын. Тек CC деректерімен жұмыс істегенде рұқсат етілген аймақ әлдеқайда кең болатын. DESI DR2 қосылғаннан кейін параметрлік шектеулер едәуір тарылды. Әсіресе $q_0 \gtrsim -0.39$ және $q_0 \lesssim -0.65$ аймақтары едәуір шектелді. Яғни, BAO деректері q_0 мен q_1 үшін мүмкін мәндер ауқымын едәуір тарылтты.

CC және DESI деректері бір-бірін жақсы толықтырады. Космостық хронометрлер $H(z)$ мәнін дыбыстық көкжиек (r_d) калибрлеуінен тәуелсіз береді, алайда жоғары z аймағында қателіктері салыстырмалы түрде үлкен. DESI BAO өлшемдері саны аз болғанымен, дәлдігі жоғары және $z = 2.33$ -ке дейінгі аралықты қамтиды. Сондықтан CC тәуелсіз ақпарат берсе, DESI параметрлерге әлдеқайда қатаң шектеу қояды.

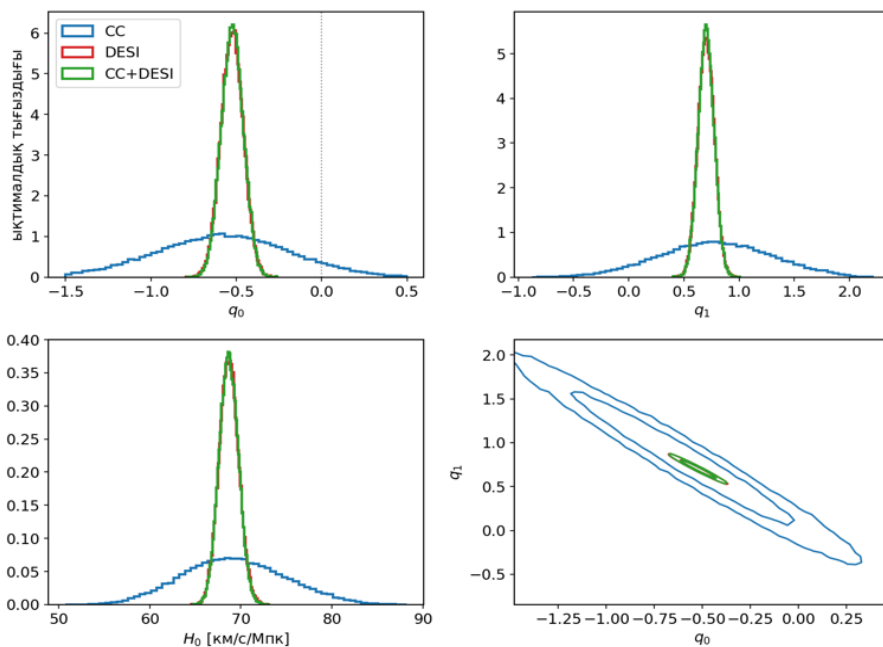
CC + DESI бірлескен талдауының апостериорлық үлестірімдері мен параметрлер корреляциясы көрсетілген (Сурет 2). CC, DESI және CC+DESI нәтижелері салыстырылады (Сурет 3). Тек CC деректерімен $q_0 \geq 0$ немесе $q_1 = 0$ гипотезаларын сенімді түрде алып тастау қиын еді. DESI DR2 қосылғаннан кейін рұқсат етілген аймақ едәуір қысқарып, таңдалған $q(z)$ моделі аясында мүмкін космологиялық сценарийлердің саны айтарлықтай азайды.

CC + DESI DR2 (біріскен талдау)



Сурет 2. CC+DESI біріскен талдауы үшін апостериорлар мен контурлар.

Деректер жиынтықтары бойынша апостериорлы үлестірімдерді салыстыру

Сурет 3. CC, DESI және CC+DESI бойынша q_0 , q_1 , H_0 апостериорлары.

Λ CDM-мен статистикалық салыстыру. CC + DESI деректеріне стандартты Λ CDM моделін сәйкестендіргенде $H_0 = 69.00$, $\Omega_m = 0.298$ және $\chi^2 = 25.20$ мәндері шықты. Нәтижелер Кесте 3-те берілген.

Біздің мақсатымыз кинематикалық модельдің Λ CDM-нен міндетті түрде жақсы екенін дәлелдеу емес, екі модельдің бірдей деректер жиынтығымен қаншалықты үйлесетінін салыстыру еді. $\Delta\chi^2 = +1.35$ мәні екі модельдің сәйкестік сапасы бойынша өте жақын тұрғанын көрсетеді.

Дегенмен параметрлер санын ескергенде жағдай өзгереді: $\Delta\text{AIC} = +3.35$ және $\Delta\text{BIC} = +5.14$. Ақпараттық критерийлер параметрі аз Λ CDM моделінің пайдасына сөйлейді. Әсіресе $\Delta\text{BIC} = 5.14$ мәні Λ CDM-нің белгілі бір артықшылығы бар екенін аңғартады.

Мұнда екі нәрсені шатастырмаған абзал. Тандалған $q(z)$ параметрлеуі бойынша q_1 нөлден елеулі ауытқиды. Бірақ үш параметрлі кинематикалық модель AIC және BIC критерийлері бойынша Λ CDM-нен статистикалық артықшылық ала алмады. Қосымша еркіндік деректерді сәл жақсырақ сипаттағанымен, қазіргі дәлдік деңгейінде күрделірек модельді таңдауға жеткілікті дәлел бермейді.

DESI DR2 деректерімен дивергенциясыз кинематикалық модель Λ CDM-мен әлі де үйлесімді болып шықты. Алынған $H_0 \approx 68.7$ мәні Planck нәтижелеріне жақын. Бірақ r_d CMB арқылы калибрленгендіктен, жергілікті H_0 өлшемдерімен тікелей салыстырғанда сақ болған жөн.

Сонымен бірге DESI DR2-дегі динамикалық қараңғы энергия туралы нәтижелер де бұл қорытындыға қайшы келмейді. Өйткені $w_0 w_a$ CDM нақты күй теңдеуінің эволюциясын зерттесе, біздің $q(z)$ параметрленуіміз қараңғы энергияның микрофизикалық табиғатын емес, ғаламның кеңею тарихын кинематикалық деңгейде сипаттайды. Екі көзқарас бір сұраққа әртүрлі жақтан қарайды.

Жалпы алғанда, қазіргі DESI DR2 дәлдігінде тандалған кинематикалық модель Λ CDM-нен елеулі статистикалық айырмашылық көрсетпейді. $H(z)$ қисықтары қарастырылған аралықта бір-біріне жақын, ал AIC пен BIC параметрі аз Λ CDM-ге басымдық береді.

Бұл нәтиже барлық модификацияланған гравитация модельдеріне емес, тек біз қарастырған $q(z)$ параметрлеуіне ғана қатысты. Алдағы жоғары дәлдіктегі деректер (Euclid, Nancy Grace Roman және DESI-дің келесі шығарылымдары) q_1 параметрін дәлірек шектеген кезде екі модель арасындағы айырмашылықтар айқынырақ байқалуы мүмкін. Қазіргі жұмыс сол болашақ салыстырулар үшін бастапқы бақылаулық нүкте ретінде қызмет етеді.

Кесте 3. CC+DESI бойынша модельдерді салыстыру (Δ шамалары Λ CDM-ге қатысты).

Модель	k	χ^2	χ^2/dof	$\Delta\chi^2$	ΔAIC	ΔBIC
Λ CDM	2	25,20	0,60	0	0	0
Дивергенциясыз модель	3	26,55	0,65	+1,35	+3,35	+5,14

Алынған мәндердің физикалық мағынасы. $q_0 \approx -0.52$ мәні стандартты космологиялық картинадан алыс емес. Жазық Λ CDM моделінде $q_0 = \frac{1}{2}\Omega_m - \Omega_\Lambda$ формуласынан $\Omega_\Lambda \approx 0.68$ болғанда дәл осындай нәтиже шығады. Бұл қараңғы энергияның шамамен 70% үлесіне сәйкес келеді.

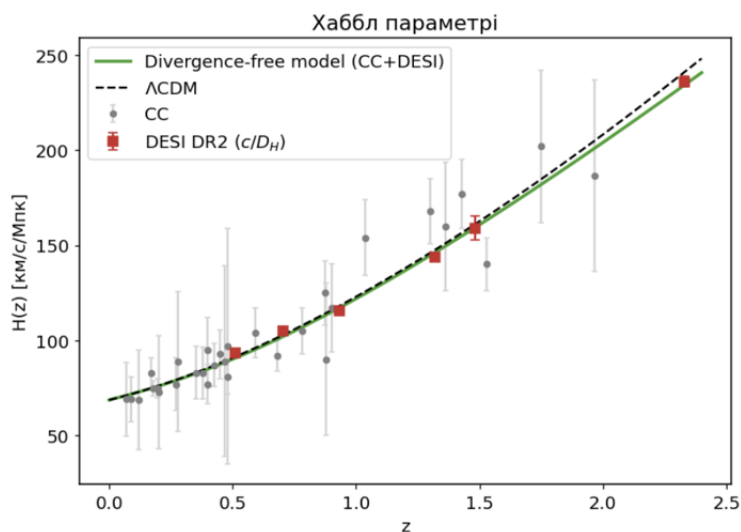
Ауысу қызыл ығысуы $z_t \approx 0.64$ Ғаламның бәсеңдеп кеңеюден үдемелі кеңеюге өткен кезеңін көрсетеді. Жазық Λ CDM моделінде $q = 0$ шарты $\rho_m = 2\rho_\Lambda$ қатынасына сәйкес келеді. Кесте 3-тегі $\Omega_m = 0.298$ мәнін қолдансақ, $z_t \approx 0.68$ шығады. Бұл біздің алған $z_t \approx 0.64$ нәтижесіне өте жақын. Демек, кинематикалық модельдегі үдеуге өту кезеңі Λ CDM болжамымен жалпы үйлеседі.

Кеңею динамикасын тереңірек түсіну үшін жоғары ретті кинематикалық шамаларды да қарастыруға болады. Олардың ішінде jerk параметрі $j = \ddot{a}/(aH^3)$ және statefinder жұбы $\{r, s\}$ ерекше. Λ CDM үшін $j = 1$ және $\{r, s\} = \{1, 0\}$. Сондықтан бұл шамалар модельдер арасындағы айырмашылықты іздеуге қолайлы. Қолданылған параметрлеуде $j(z)$ функциясын q_0 мен q_1 арқылы аналитикалық түрде жазуға болады. Болашақтағы дәлірек деректер бұл деңгейді де жеке тексеруге мүмкіндік береді.

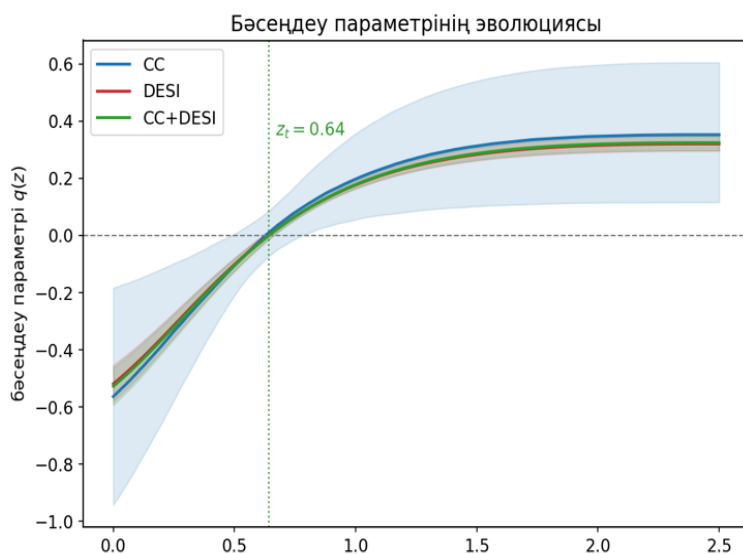
Алынған $H_0 \approx 68.7 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$ Planck CMB нәтижесіне $H_0 \approx 67.4 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$, жақын (Aghanim et al., 2020). Бірақ жергілікті өлшемдерден алынатын ≈ 73 мәнінен төмен (Riess et al., 2022). Мұнда маңызды жайт бар, бұл талдауда r_d CMB нәтижесімен калибрленген. Сондықтан H_0 -дің Planck жағына жақын болуы осы калибрлеумен де байланысты. Демек, Хаббл кернеуі туралы дербес қорытынды жасауға әлі ерте.

Ауысу қызыл ығысуы $z_t = 0.640 \pm 0.024$ бірлескен талдауда әлдеқайда нақты шектелді. Тек CC деректерімен жұмыс істегенде белгісіздік ± 0.13 шамасында болатын. DESI DR2 қосылғаннан кейін z_t -ға қойылатын шектеу шамамен бес есе жақсарды. Бұл параметр Ғаламның бәсеңдеу режимінен үдеуге өткен уақытын сипаттайтындықтан, кеш Ғалам динамикасын зерттеуде маңызды рөл атқарады.

$H(z)$ қисығы бақылау деректерімен бірге көрсетілген (Сурет 4). Қарастырылған қызыл ығысу аралығында модель CC және DESI деректерімен жақсы үйлеседі, ал төмен z аймағында Λ CDM-нен айырмашылығы аз. $q(z)$ эволюциясы бәсеңдеуден үдеуге өту $z_t = 0.640 \pm 0.024$ маңында жүретінін көрсетеді (Сурет 5). Бұл мән әдебиетте келтірілетін кеш Ғаламдағы ауысу қызыл ығысуының бағаларымен жалпы сәйкес келеді (Di Valentino et al., 2021).



Сурет 4. Хаббл параметрі $H(z)$: CC, DESI, дивергенциясыз кинематикалық модель және Λ CDM.



Сурет 5. Бәсеңдеу параметрі $q(z)$ үш дерек жиынтығы үшін.

Энергетикалық шарттар. Қалпына келтірілген энергия тығыздығы ρ мен қысым p -ның физикалық шектеулерге қаншалықты сәйкес келетінін NEC, WEC, DEC және SEC шарттары арқылы тексеруге болады. Олар келесі түрде жазылады (Bhattacharjee and Sahoo, 2020):

- NEC: $\rho + p \geq 0$
- WEC: $\rho \geq 0, \rho + p \geq 0$

- DEC: $\rho \geq 0, \rho \pm p \geq 0$
- SEC: $\rho + p \geq 0, \rho + 3p \geq 0$

2-бөлімде алынған ρ және p өрнектерінен мына қатынастар шығады

$$\rho + p = \frac{2[1+q]}{1+2\lambda} H^2, \quad \rho - p = \frac{2[2-q]}{1+4\lambda} H^2,$$

$$\rho + 3p = \frac{2\{(3+10\lambda)[1+q]-3(1+2\lambda)\}}{(1+2\lambda)(1+4\lambda)} H^2. \quad (13)$$

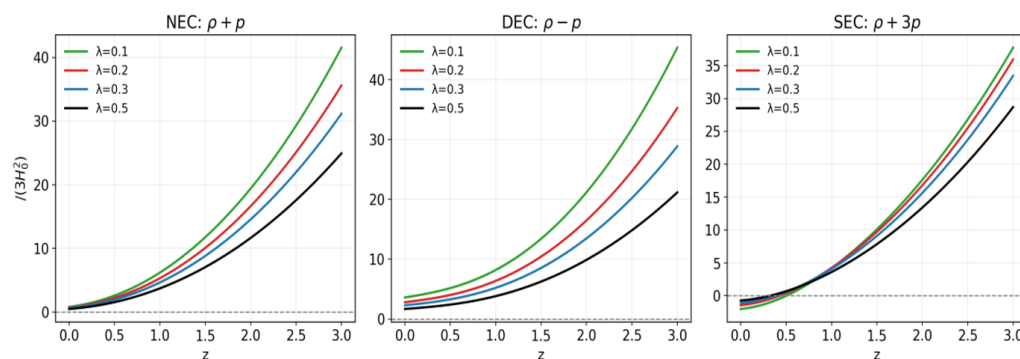
Қарастырылған $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$ аралығында және $1 + 4\lambda > 0$. Сондықтан $q > -1$ кезінде $\rho + p \geq 0$, ал $q < 2$ болса $\rho - p \geq 0$ орындалады. Энергия тығыздығы

$$\rho = \frac{3(1+2\lambda) + 2\lambda(1+q)}{(1+2\lambda)(1+4\lambda)} H^2,$$

түрінде беріледі. Бұл диапазонда және $q > -1$ шартында $\rho > 0$. Осылайша NEC және WEC шарттары сақталады. Қарастырылған $0 \leq z \leq 3$ аралығында $q < 2$ шарты да орындалады, сондықтан DEC үшін қажетті $\rho - p \geq 0$ теңсіздігі де бұзылмайды.

SEC жағдайы басқаша. $\rho + 3p \geq 0$ шарты төмен қызыл ығысуларда орындалмайды. Оның бұзылуы $q < -\frac{4\lambda}{3+10\lambda}$ шартымен анықталады. Қолданылған λ мәндеріне қарай бұл шекара $z \approx 0.33 - 0.50$ аралығына сәйкес келеді. Бұл айырмашылық айқын көрінеді: NEC, WEC және DEC шарттары қарастырылған диапазонда сақталғанымен, SEC кеш Ғалам кезеңінде бұзылады (Сурет 6).

Мұндай нәтиже үдемелі кеңеюмен қайшылық туғызбайды. Райчаудхури теңдеуі тұрғысынан SEC-тің бұзылуы тиімді теріс қысыммен және ғарыштық үдеумен байланысты. Сонымен қатар $\rho > 0$, NEC, WEC және DEC шарттарының сақталуы тиімді сұйықтықтың қалған негізгі энергетикалық шектеулерден шықпайтынын көрсетеді. Яғни үдеу барлық энергетикалық шарттардың бірдей бұзылуынан емес, негізінен SEC шартының төмен z -дегі өзгерісінен байқалады.

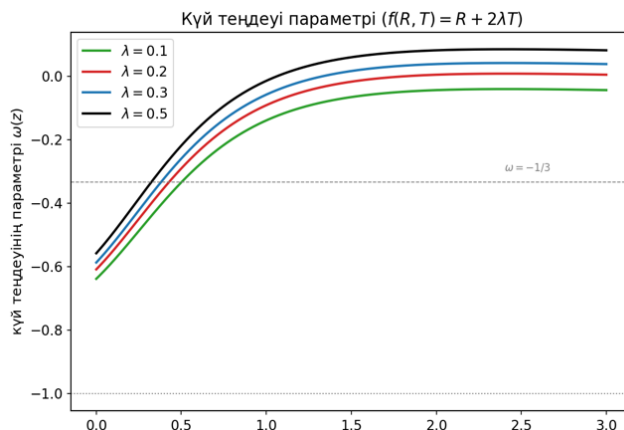


Сурет 6. Энергетикалық шарттар NEC, DEC, SEC $\lambda = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$.

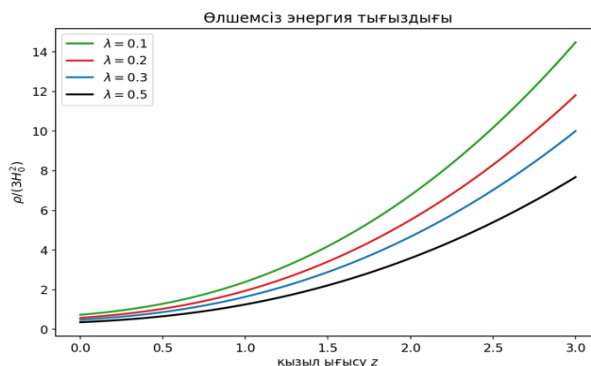
Күй теңдеуінің параметрі $\omega(z)$ жоғары қызыл ығысуларда нөл маңына жақындайды (Сурет 7). Бұл мінез шаң тәрізді материяға ұқсайды, алайда асимптотикалық мән дәл нөлге тең емес және λ -ға тәуелді. Мысалы, $\lambda = 0.1$ кезінде $\omega \rightarrow -0.14$, ал $\lambda = 0.5$ үшін $\omega \rightarrow -0.015$. Оң асимптотикалық мән тек $\lambda \gtrsim 0.6$ аймағында ғана пайда болады.

Дегенмен модельді толық материя дәуірінің сипаттамасы ретінде қарастыруға болмайды. Жоғары z шегінде $q(z \rightarrow \infty) = q_0 + q_1 \approx 0.18$, ал таза материя үстемдік ететін кезең үшін $q = 1/2$ күтіледі. Айырмашылық елеулі. Сондықтан қолданылған параметрлеу негізінен кеш Ғаламның кеңею тарихын сипаттайды, ал алынған нәтижелер бақылау деректері қамтитын $0 \leq z \lesssim 2.5$ аралығымен шектеледі. Оны ерте Ғаламға тікелей жалғастыру дұрыс емес.

Төмен қызыл ығысуларда ω квинтэссенция аймағына, яғни $-1 < \omega < -1/3$ аралығына өтеді. Бұл кеш кезеңдегі үдемелі кеңеюмен үйлесетін мінез. Өлшемсіз энергия тығыздығы $\rho/(3H_0^2)$ арқылы оның z -мен қалай өзгеретіні көрсетілген (Сурет 8).



Сурет 7. Күй теңдеуінің параметрі $\omega(z)$.



Сурет 8. Өлшемсіз энергия тығыздығы $\rho/(3H_0^2)$.

Зерттеудің шектеулері. Талдауда дыбыстық горизонттың мәні $r_d = 147.09$ Мпк деп бекітілді. Бұл таңдау ең алдымен H_0 мәніне тікелей әсер етеді. Сондықтан оны тексеру үшін r_d шамасын $\pm 3\%$ өзгертіп, 143 Мпк және 151 Мпк болатын екі жағдайда MCMC талдауын қайта жүргіздік.

Нәтижесінде q_0, q_1 және z_t параметрлерінің өзгерісі $\Delta \lesssim 0.001$ деңгейінде ғана болды. Бұл өзгеріс олардың 1σ қателіктерінен әлдеқайда кіші. Ал H_0 күткендей r_d -ге кері пропорционал өзгерді, $r_d = 143$ Мпк кезінде $H_0 \approx 70.6$, ал $r_d = 151$ Мпк кезінде $H_0 \approx 67.0$ км·с⁻¹·Мпк⁻¹ болды. Екі жағдайда да $H_0 r_d$ көбейтіндісі іс жүзінде тұрақты қалды. Сонымен, r_d -ні бекіту кинематикалық параметрлерге (q_0, q_1, z_t) елеулі әсер етпейді, бірақ H_0 мәні осы калибрлеуге тікелей тәуелді болып шықты. Тағы бір маңызды жуықтау – DESI BAO биндері арасындағы ықтимал корреляцияларды ескермеуіміз. Бұл параметрлік шектеулерге белгілі бір дәрежеде әсер етуі мүмкін. Сондықтан келесі жұмыстарда толық ковариациялық матрицаны қолданған әлдеқайда дұрыс болады. Сонымен қатар Pantheon+ аса жаңа жұлдыздар деректері және CMB бақылаулары бұл талдауға мүлдем қосылмады (Brout et al., 2022; Scolnic et al., 2022). Оларды қосқанда параметрлерге қойылатын шектеулер едәуір күшейеді, әсіресе H_0 мен r_d арасындағы дегенерацияны азайтуға пайдасы көп болар еді.

Қолданылған тәсілдің тағы бір маңызды шегі бар. Бұл жұмыс негізінен кеш Ғаламның кеңею кинематикасына бағытталған. Сондықтан алынған нәтижелер λ параметрін және $f(R, T)$ теориясын толық шектемейді. Космологиялық ауытқулар мен ерте Ғалам динамикасы мүлдем қарастырылған жоқ. Осыған байланысты біздің алынған шектеулерді $f(R, T)$ теориясының жалпы бақылаулық сынағы ретінде қабылдауға болмайды – олар тек осы жұмыста таңдалған кеш Ғалам кинематикасына қатысты.

Қорытынды. Бұл жұмыста $f(R, T) = R + 2\lambda T$ гравитациясы аясында дивергенциясыз $q(z)$ параметрленуі қарастырылды. Оның кинематикалық параметрлері DESI DR2 (2025) BAO өлшемдері мен космостық хронометрлердің $H(z)$ деректері негізінде шектелді. Бірлескен талдау нәтижесінде мына мәндер алынды: $H_0 = 68.68 \pm 1.05$, $q_0 = -0.523 \pm 0.065$, $q_1 = 0.702 \pm 0.072$.

Бәсеңдеуден үдеуге ауысу $z_t = 0.640 \pm 0.024$ маңында жүреді. DESI DR2 деректерін қосқаннан кейін параметрлерге қойылатын шектеулер едәуір тарылды. Космостық хронометрлердің деректері жеке қарастырылғанда қазіргі үдеу тек 1.5σ деңгейінде ғана байқалса, бірлескен талдауда $q_0 < 0$ шарты шамамен 8σ деңгейінде анықталады. Сонымен қатар таңдалған $q(z)$ формасы ішінде $q_1 = 0$ гипотезасы да шамамен 10σ деңгейінде қабылданбайды. Дегенмен бұны $q(z)$ -тің кез келген модельден тәуелсіз эволюциясының дәлелі деп қабылдауға болмайды – нәтиже тек қолданылған параметрлеу аясында алынған.

Λ CDM моделімен салыстырғанда айырмашылық үлкен емес. $\Delta\chi^2 = +1.35$ мәні екі модельдің сәйкестік сапасы жақын екенін көрсетеді. Ал $\Delta\text{AIC} = +3.35$ және $\Delta\text{BIC} = +5.14$ мәндері параметрі аз Λ CDM моделіне белгілі бір басымдық береді. Демек, дивергенциясыз кинематикалық модель қазіргі деректермен

жақсы үйлескенімен, ақпараттық критерийлер бойынша Λ CDM-нен артықшылық көрсетпейді.

Энергетикалық шарттар да біркелкі емес, $0 \leq z \leq 3$ аралығында NEC, WEC және DEC сақталады, ал SEC төмен қызыл ығысуларда бұзылады. Бұл кеш Ғаламдағы үдемелі кеңеюмен толық сәйкес келеді.

Қарастырылған параметрлеудің қолданылу аймағы негізінен кеш Ғаламмен шектеледі. Ол ерте Ғалам динамикасын толық сипаттамайды және λ параметрін тікелей шектемейді. Сондықтан алынған нәтижелерді $f(R,T)$ теориясының толық бақылаулық сынағы ретінде емес, тек таңдалған кинематикалық сценарийге қойылған шектеулер ретінде қарастырған дұрыс.

Алдағы жұмыстарда Pantheon+ аса жаңа жұлдыздар және CMB деректерін қосу H_0 мен r_d арасындағы дегенерацияны жақсырақ бақылауға мүмкіндік береді. Тағы бір маңызды бағыт – фондық эволюциямен шектелмей, космологиялық ауытқулар мен ауқымды құрылымның өсуін зерттеу. Дәл осы деңгейде $f(R,T)$ моделі мен Λ CDM арасындағы айырмашылық айқынырақ байқалуы мүмкін.

References

- Abdul Karim M., Aguilar J., et al. (2025). DESI DR2 results II: Measurements of baryon acoustic oscillations and cosmological constraints. arXiv:2503.14738. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.14738> (in Eng.).
- Adame A.G., Aguilar J., et al. (2025). DESI 2024 VI: Cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* – Vol. 2025 (02). – P. 021. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2025/02/021> (in Eng.).
- Aghanim N., Akrami Y., et al. (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics.* – Vol. 641. – P. A6. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910> (in Eng.).
- Bhattacharjee S., Sahoo, P.K. (2020). Comprehensive analysis of a non-singular bounce in $f(R,T)$ gravitation. *Physics of the Dark Universe.* – Vol. 28. – P. 100537. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2020.100537> (in Eng.).
- Brout D., Scolnic D., et al. (2022). The Pantheon+ analysis: Cosmological constraints. *The Astrophysical Journal.* – Vol. 938 (2). – P. 110. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac8e04> (in Eng.).
- DESI Collaboration. (2025). Extended dark energy analysis using DESI DR2 BAO measurements. arXiv:2503.14743. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.14743> (in Eng.).
- Di Valentino E., Mena O., et al. (2021). In the realm of the Hubble tension – a review of solutions. *Classical and Quantum Gravity.* – Vol. 38 (15). – P. 153001. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac086d> (in Eng.).
- Foreman-Mackey D., Hogg D. W., et al. (2013). emcee: The MCMC hammer. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific.* – Vol. 125 (925). – P. 306-312. <https://doi.org/10.1086/670067> (in Eng.).
- Harko T., Lobo F.S.N., et al. (2011). $f(R,T)$ gravity. *Physical Review D.* – Vol. 84 (2). – P. 024020. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.024020> (in Eng.).
- Jeakel A.P., da Silva J.P., et al. (2024). Revisiting $f(R,T)$ cosmologies. *Physics of the Dark Universe.* – Vol. 43. – P. 101401. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2023.101401> (in Eng.).
- Jiao K., Borghi N., et al. (2023). New observational $H(z)$ data from full-spectrum fitting of cosmic chronometers in the LEGA-C survey. *The Astrophysical Journal Supplement Series.* – Vol. 265 (2). – P. 48. <https://doi.org/10.3847/1538-4365/acbc77> (in Eng.).
- Mamon A.A., Das S. (2016). A divergence-free parametrization of the deceleration parameter for scalar field dark energy. *International Journal of Modern Physics D.* – Vol. 25 (3). – P. 1650032. <https://doi.org/10.1142/S0218271816500322> (in Eng.).

Moresco M., Amati L., et al. (2022). Unveiling the Universe with emerging cosmological probes. *Living Reviews in Relativity*. – Vol. 25 (1). – P. 6. <https://doi.org/10.1007/s41114-022-00040-z> (in Eng.).

Perivolaropoulos L., Skara F. (2022). Challenges for LambdaCDM: An update. *New Astronomy Reviews*. – Vol. 95. – P. 101659. <https://doi.org/10.1016/j.newar.2022.101659> (in Eng.).

Perlmutter S., Aldering G., et al. (1999). Measurements of Omega and Lambda from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*. – Vol. 517 (2). – P. 565-586. <https://doi.org/10.1086/307221> (in Eng.).

Riess A.G., Filippenko A.V., et al. (1998). Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*. – Vol. 116 (3). – P. 1009-1038. <https://doi.org/10.1086/300499> (in Eng.).

Riess A.G., Yuan W., et al. (2022). A comprehensive measurement of the local value of the Hubble constant with 1 km/s/Mpc uncertainty from HST and the SH0ES team. *The Astrophysical Journal Letters*. – Vol. 934 (1). – P. L7. <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac5c5b> (in Eng.).

Scolnic D., Brout D., et al. (2022). The Pantheon+ analysis: The full data set and light-curve release. *The Astrophysical Journal*. – Vol. 938 (2). – P. 113. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac8b7a> (in Eng.).

Tomasetti E., Moresco M., et al. (2023). A new measurement of the expansion history of the Universe at $z = 1.26$ with cosmic chronometers in VANDELs. *Astronomy & Astrophysics*. – Vol. 679. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202346992> (in Eng.).

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty)

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Requirements for articles design for publication in the journal are available on the websites:

www.nauka-nanrk.kz

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

Managing Editor: T. Apendiev
Editors: D.S. Alenov, A.Shormakova
Computer layout: G.D. Zhadyranova

Signed for print: September 29, 2026
Format: 70×90 1/16. 34.5 printed sheets. Order No. 3.

*«Central Asian Academic Research Center» LLP
Almaty, Shevchenko Street, 28*