

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

**ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

**№2  
2026**

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

2026 • 2



# **ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

**Editor-in-Chief:**

**ZHURINOV Murat Zhurinovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of IAAS and NAS RK, General Director of the Research Institute of Petroleum Refining and Petrochemicals (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960> <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

**Editorial Board:**

**KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the JSC "Phytochemistry Research and Production Center", (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**RAMAZANOV Tlekkaul Sabitovich**, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**ABIEV Rufat**, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**OLIVIERO Rossi Cesare**, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**TIGINYANU Ion Mihailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**SANG SU Kwak**, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**BERSIMBAYEV Rakhmetkazhi Iskenderovich**, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**CALANDRA Pietro**, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**BOSHKAEV Kuantai Avgazyevich**, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**BURKITBAEV Mukhambetkali**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ZHUSUPOV Marat Abzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**KOVALEV Alexander Mikhailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**KHARIN Stanislav Nikolaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**ABISHEV Medeu Erzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

**ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich**, PhD in Chemistry, First Deputy Director General of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

**ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES.**

**ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)**

Owner: «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan № **KZ93VPY00121157** issued **05.06.2025**

Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

**Бас редактор:**

**ЖҰРЫНОВ Мұрат Жұрыңұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ХҒАҚ және ҚР ҰҒА академигі, Мұнай өңдеу және мұнай-химиясы ғылыми-зерттеу институтының бас директоры (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%3Cp%3Ehttps://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

**Редакция ұжымы:**

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нұрәділұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мыңжасарұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, "Фитохимия" ғылыми-өндірістік орталығы " АҚ директоры (Қарағанды, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**РАМАЗАНОВ Тілеккабыл Сәбитұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**ӘБИЕВ Руфат**, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны оңтайландыру» кафедрасының меңгерушісі, (Санкт-Петербург, Ресей), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**ОЛИВЬЕРО Росси Сесаре**, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**ТИГІНЯНУ Ион Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**САНГ-СУ Квак**, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корея Биология және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIIBV), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері, (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Ескендірұлы**, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. (Астана, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**КАЛАНДРА Пьетро**, PhD (физика), нанотехнология материалдары зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы**, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**БҮРКІТБАЕВ Мұхамбетқали**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**ӘБІШЕВ Медеу Ержанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

**ӘБІЛМАҒЖАНОВ Арлан Зайнуталлайұлы**, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы "Отын, катализ және электрохимия институты" АҚ Бас директорының бірінші орынбасары, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

## ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Орталық Азия академиялық ғылыми орталығы» ЖШС (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі 05.06.2025 ж. берген № KZ93VPY00121157 Куәлік.

Тақырыптық бағыты: физика, химия.

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

**Главный редактор:**

**ЖУРИНОВ Мурат Журинович**, доктор химических наук, профессор, академик МАН и НАН РК, Генеральный директор НИИ нефтепереработки и нефтехимии (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960%3Cp%3Ehttps://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

**Редакционная коллегия:**

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**АДЕКЕНОВ Сергезы Мынжасарович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор АО "Научно-производственного центра "Фитохимия" (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович**, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**АБИЕВ Руфат**, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**ОЛИВЬЕРО Росси Чезаре**, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**САНГ-СУ Квак**, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB), (Дэжон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендинович**, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**КАЛАНДРА Пьетро**, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич**, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**БУРКИТБАЕВ Мухамбеткали**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ЖУСУПОВ Марат Абжанович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**ТАКИБАЕВ Нурғали Жабағәевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**АБИШЕВ Медеу Ержанович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

**АБИЛМАТЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич**, кандидат химических наук, первый заместитель генерального директора АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

## ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Собственник: ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр» (г. Алматы).

Свидетельство № KZ93VPY00121157 о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан 05.06.2025

Тематическая направленность: физика, химия.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр», 2026

## CONTENTS

### PHYSICS

|                                                                                                                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Koshtybayev T.B., Aliev Sh., Aliyeva M.E., Zhavliyeva A.T.</b><br>Covariant approach to the kinetic theory of plasma in a strong electromagnetic field.....                                                              | 13  |
| <b>Kemelbekova A., Shongalova A., Bondar E., Otunchi Ye.</b><br>Recycling technologies for spent lithium-ion batteries: environmental impact, recovered products, and future development trends.....                        | 25  |
| <b>Koilyk N., Baimbetova G., Dalelkhankyzy A., Kaptagay G., Primkulova Zh.</b><br>Simplification of the fermionic dynamical symmetry model for identical particles and its mapping into bosonic space.....                  | 38  |
| <b>Massak B., Agyl-Mussapar O., Amangeldinova S., Kurmangaliyeva V., Snow M.</b><br>Constraints on Yukawa-Type short-range interactions from neutron interferometry data.....                                               | 60  |
| <b>Nurbayev B.M., Dmitriyeva E.A.</b><br>Tin-based perovskites.....                                                                                                                                                         | 70  |
| <b>Nurtazina A.S., Zhubaev A.K.</b><br>Study of the effect of highly dispersed ochre on the kinetic characteristics of epoxy composites.....                                                                                | 92  |
| <b>Shokanov A.K., Khamrayev Sh.I., Smikhan Y.A.</b><br>Mössbauer studies of fly ash-based tracers.....                                                                                                                      | 103 |
| <b>Ualikhanova U.A., Kurban Y.Y., Syzdykova A.M., Altayeva G.S., Altaibayeva A.B.</b><br>Breaking the degeneracy between metric and teleparallel gravity theories through multi-messenger gravitational-wave astronomy..... | 119 |
| <b>Zhadyranova A.A., Yerzhan B.</b><br>Dynamics of bounce regimes in modified teleparallel gravity.....                                                                                                                     | 134 |
| <b>Zhusupova N.K.</b><br>Application of machine learning methods in the analysis of gravitational waves and cosmological models.....                                                                                        | 151 |

### CHEMISTRY

|                                                                                                                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Aubakirov Ye., Akhmetova F., Tashmukhambetova Zh., Toshtay K., Amantaiuly K.</b><br>Conversion of Polymer Waste into Synthetic Fuel via Modification of Taizhuzhen Zeolite with Tungsten Salts..... | 164 |
| <b>Auyeshov A.P., Eskibayeva Ch.Z., Ibrayeva A.M., Alzhanov K.B., Dikanbayeva A.K.</b><br>Physicochemical study of serpentinite waste and phosphoric acid products.....                                | 175 |
| <b>Bayeshova A.K., Bayeshov A., Tuleshova E.Zh.</b><br>Reduction of copper ions by zinc in the presence of titanium(iv) ions in sulfuric acid solutions.....                                           | 188 |

|                                                                                                                                                                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Fazylov S.D., Syzdykov A.K., Pustolaikina I.A., Kazhmuratova A.T., Tazhibay A.M.</b><br>Production of $\alpha$ -, $\beta$ -, $\gamma$ -oligosaccharide clathrate cytosine complexes.....                                                  | 200 |
| <b>Jalmakhanbetova R.I., Yelshibayeva A.M., Zhumagaliyeva Zh.Zh., Mukusheva G.K.</b><br>Terpenoid compounds of <i>Artemisia terrae-albae</i> growing in the Turkestan Region<br>of Kazakhstan.....                                           | 213 |
| <b>Kapizov O.S., Mukhanov D.K., Dzheldybaeva I.M., Seisenov E.B., Akimbayeva A.B.</b><br>Sustainable recycling of ferrosilicon machining chips from metallurgical plants into<br>high-performance silicon–carbon anodes.....                 | 228 |
| <b>Massalimova B.K.</b><br>Wastewater treatment methods for heavy metal removal: production of activated carbon<br>from biomass.....                                                                                                         | 244 |
| <b>Nurtai Zh., Orynassar R., Aimaganbetova Z.K., Zhanturina N.N.</b><br>Simulation of kinetic parameters of vinyl ester resin samples with diatomite and<br>dimethyl methylphosphonate fillers.....                                          | 272 |
| <b>Sagyntayeva A., Zhanikulov N., Sudarev E., Kaiyrbaeva M., Zhakipbayev B.</b><br>Research on the quality of raw materials for obtaining gypsum-cement-pozzolanic<br>composite material.....                                                | 286 |
| <b>Satayeva S., Yermukhanova S., Urazova A., Mendygaliyeva A., Sabitov B.</b><br>Obtaining benzene by photocatalytic oxidation of toluene.....                                                                                               | 302 |
| <b>Sdikova G.Zh., Dalabayeva N.S., Sarova N.B., Muhtar T.Zh., Zhaltirbayeva N.K.</b><br>Efficiency of phosphorus-containing inhibitors in protecting steel against corrosion.....                                                            | 315 |
| <b>Shaimardan M., Azhikhanova Z., Abutalip M., Toktarbaiuly O.</b><br>Isolation and Characterization of lignin from <i>Phlomis tuberosa</i> L. biomass via<br>acid treatment.....                                                            | 329 |
| <b>Yesimsiitova Z.B., Seisenova A., Oryngaliyeva S.Zh., Sanuar A., Manap K.R.</b><br>Obtaining carbonized materials from rice husk using a mobile pyrolysis plant<br>for energy applications.....                                            | 338 |
| <b>Zhetenova M.S., Suleimenova M.Sh., Nuraly A.M., Mutushev A.Zh., Kalimoldina L.M.</b><br>Development and research of carotenoid-containing extracts obtained from plant<br>raw materials.....                                              | 353 |
| <b>Zhortarova A.A., Kubicek V., Salkeyeva L.K., Ibrayev M.K., Seidakhmetova R.B.</b><br>Synthesis and investigation of biological activity of 1,3-Bis(4-Phenylthiazol-2-yl)-2,4-Bis(N,N-<br>Diethylamino)-1,3-Diaza-2,4-Diphosphétidine..... | 367 |
| <b>Zhumabek M., Tungatarova S.A., Murzin D.Yu., Baizhumanova T.S.</b><br>Structural and catalytic properties of SCS-derived Co–Al–Mg–Mn catalysts<br>in dry reforming of methane.....                                                        | 383 |

## МАЗМҰНЫ

## ФИЗИКА

|                                                                                                                                                                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Қоштыбаев Т.Б., Алиев Ш., Алиева Е.М., Жавлиева А.Т.</b><br>Күшті электромагниттік өрістегі плазманың кинетикалық теориясына коварианттық көзқарас.....                                                                     | 13  |
| <b>Кемелбекова А., Шонғалова А., Бондарь Е., Отунчи Е.</b><br>Пайдаланылған литий-ионды аккумуляторларды қайта өңдеу технологиялары: экологиялық әсері, алынатын өнімдер және болашақ даму бағыттары.....                      | 25  |
| <b>Қойлық Н.О., Байымбетова Г.А., Дәлелханқызы А., Қаптағай Г.А., Примкулова Ж.Е.</b><br>Бірдей бөлшектер үшін фермионды динамикалы-симметриялық модельді ықшамдау және оны бозондық кеңістікке бейнелеу.....                  | 38  |
| <b>Масақ Б., Ағыл-Мұсапар О., Амангелдинова С., Курманғалиева В., Сноу М.</b><br>Нейтрондық интерферометрия негізінде юкава типті қысқа-қашықтықтағы өзара әсерлесулерге шектеулер қою.....                                    | 60  |
| <b>Нұрбаев Б.М., Дмитриева Е.А.</b><br>Қалайы негізіндегі перовскиттер.....                                                                                                                                                    | 70  |
| <b>Нуртазина А.С., Жубаев А.К.</b><br>Дисперстілігі жоғары охраның эпоксидті композиттердің кинетикалық сипаттамаларына ықпалын зерттеу.....                                                                                   | 92  |
| <b>Шоканов А.К., Хамраев Ш.И., Смихан Е.А.</b><br>Ұшқыш күл негізіндегі трассерлердің мессбауэрлік зерттеулері.....                                                                                                            | 103 |
| <b>Уалиханова У.А., Құрбан Е.Е., Сыздыкова А.М., Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б.</b><br>Көп арналы гравитациялық-толқындық астрономия арқылы метрикалық және телепараллельді гравитация теорияларының айырмашылығын зерттеу..... | 119 |
| <b>Жадыранова А.А., Ержан Б.</b><br>Модификацияланған телепараллель гравитациядағы серпіліс режимдерінің динамикасы.....                                                                                                       | 134 |
| <b>Жусупова Н.К.</b><br>Машиналық оқыту әдістерін гравитациялық толқындар мен космологиялық модельдерді талдауда қолдану.....                                                                                                  | 151 |

## ХИМИЯ

|                                                                                                                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Аубакиров Е., Ахметова Ф., Ташмұхамбетова Ж., Тоштай Қ., Амантайұлы Қ.</b><br>Тайжүзген цеолитін вольфрам тұздарымен модификациялау арқылы полимер қалдықтарын синтетикалық отынға түрлендіру..... | 164 |
| <b>Ауешов А.П., Ескибаева Ч.З., Ибраева А.М., Алжанов К.Б., Диканбаева А.К.</b><br>Серпентинит қалдықтарының фосфор қышқылымен әрекеттесу өнімдерінің физика-химиялық зерттелуі.....                  | 175 |

**Башова А.К., Башов А.Б., Түлешова Э.Ж.**

Мыс иондарын күкіртқышқылды ерітінділерде титан (IV) иондары қатысында  
мырышпен тотықсыздандыру.....188

**Фазылов С.Д., Сыздықов А.К., Пустолайкина И.А., Қажмұратова А.Т., Тәжібай А.М.**  
Цитизиннің  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -олигосахаридтермен клатраттыкешендерін алу.....200**Джалмаханбетова Р.И., Елшібаева А.М., Жумагалиева Ж.Ж., Мукушева Г.К.**  
Қазақстанның Түркістан өңірінде өсетін *Artemisia terrae-albae* терпеноидты  
косылыстары.....213**Капизов О.С., Муханов Д.К., Желдыбаева И.М., Сейсенов Е.Б., Акимбаева А.Б.**  
Металлургиялық зауыттардың ферросилиций жоңқаларын жоғары өнімді  
кремний-көміртекті анодтарға тұрақты қайта өңдеу.....228**Масалимова Б.К.**  
Ауыр металдардан ағын суларды жою әдістері: биомассада белсендендірілген  
көміртек алу.....244**Нуртай Ж., Орынбасар Р.О., Аймағанбетова З.К., Жантурина Н.Н.**  
Диатомит пен диметил метилфосфонат толтырғыштары бар винилэфир шайыр  
үлгілерінің кинетикалық параметрлерінің модельдеу.....272**Сағынтаева А., Жаниқұлов Н., Сударев Е., Қайырбаева М., Жакипбаев Б.**  
Гипс-цемент-пуццоланды композициялық материал алу үшін қажетті  
шикізаттардың сапасын зерттеу.....286**Сатаева С., Ермуханова С., Уразова А., Мендығалиева А., Сабитов Б.**  
Толуолдың фотокаталитикалық тотығуы арқылы бензол алу.....302**Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Сарова Н.Б., Мұхтар Т.Ж., Жалтырбаева Н.К.**  
Фосфор ингибиторлардың болаттың жемірілуіне қарсы тиімділігі.....315**Шаймардан М., Ажиханова Ж., Әбутәліп М., Тоқтарбайұлы О.**  
*Phlomis Tuberosa* L. өсімдігі биомассасынан лигнинді қышқылдық өңдеу арқылы  
бөліп алу және сипаттау.....329**Есимсиитова З.Б., Сейсенова А., Орынғалиева С.Ж., Сануар А., Манап К.Р.**  
Энергиялық қолдану үшін жылжымалы пиролиз қондырғысын пайдалану арқылы  
күріш қауызынан көміртекті материалдар алу.....338**Жетенова М.С., Сүлейменова М.Ш., Нұралы Ә.М., Мутушев А.Ж.,  
Калимолдина Л.М.**  
Өсімдік шикізатынан алынған құрамында каротиноид бар сығындыларды  
өзірлеу және зерттеу.....353

**Жортарова А.А., Kubicek V., Салькева Л.К., Ибраев М.К., Сейдахметова Р.Б.**  
1,3-бис(4-фенилтиазол-2-ил)-2,4-бис(N,N-диэтиламино)-1,3-диазо-2,4-дифосфетидиннің  
синтезі және биологиялық белсенділігін зерттеу.....367

**Жұмабек М., Тунгатарова С.А., Мурзин Д.Ю., Байжуманова Т.С.**  
SCS әдісімен дайындалған Co–Al–Mg–Mn катализаторларының метанның құрғақ  
реформингіндегі құрылымдық және каталитикалық қасиеттері.....383

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКА

**Коштыбаев Т.Б., Алиев Ш., Алиева М.Е., Жавлиева А.Т.**

Ковариантный подход к кинетической теории плазмы в сильном электромагнитном поле.....13

**Кемелбекова А., Шонгалова А., Бондарь Е., Отунчи Е.**

Технологии переработки отработанных литий-ионных аккумуляторов: экологическое воздействие, получаемые продукты и будущие направления развития.....25

**Қойлық Н.О., Баймбетова Г.А., Дәлелханқызы А., Қаптағай Г.Ә., Примкулова Ж.Е.**

Упрощение фермионной динамико-симметрической модели для идентичных частиц и её отображение в бозонное пространство.....38

**Масақ Б., Ағыл-Мұсапар О., Амангелдинова С., Курмангалиева В., Сноу М.**

Ограничения на юкавовские короткодействующие взаимодействия на основе нейтронной интерферометрии.....60

**Нурбаев Б.М., Дмитриева Е.А.**

Перовскиты на основе олова.....70

**Нуртазина А.С., Жубаев А.К.**

Исследование влияния высокодисперсной охры на кинетические характеристики эпоксидных композитов.....92

**Шоканов А.К., Хамраев Ш.И., Смихан Е.А.**

Мёссбауэровские исследования трассеров на основе летучей золы.....103

**Уалиханова У.А., Курбан Е.Е., Сыздыкова А.М., Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б.**

Разрешение вырождения метрических и телепараллельных теорий гравитации посредством многоканальной гравитационно-волновой астрономии.....119

**Жадыранова А.А., Ержан Б.**

Динамика отскоковых режимов в модифицированной телепараллельной гравитации.....134

**Жусупова Н.К.**

Применение методов машинного обучения при анализе гравитационных волн и космологических моделей.....151

## ХИМИЯ

**Аубакиров Е., Ахметова Ф., Ташмухамбетова Ж., Тоштай К., Амантайулы К.**

Конверсия полимерных отходов в синтетическое топливо путем модификации цеолита тайжугзен солями вольфрама.....164

|                                                                                                                                                                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Ауешов А.П., Ескибаева Ч.З., Ибраева А.М., Алжанов К.Б., Диканбаева А.К.</b><br>Физико-химическое исследование продуктов взаимодействия серпентинитовых<br>отходов и фосфорной кислоты.....                                   | 175 |
| <b>Баешова А.К., Баешов А.Б., Тулешова Э.Ж.</b><br>Восстановление ионов меди цинком в присутствии ионов титана (IV)<br>в растворах серной кислоты.....                                                                           | 188 |
| <b>Фазылов С.Д., Сыздыков А.К., Пустолайкина И.А., Кажмуратова А.Т., Тажибай А.М.</b><br>Получение $\alpha$ -, $\beta$ -, $\gamma$ -олигосахаридных клатратных комплексов цитизина.....                                          | 200 |
| <b>Джалмаханбетова Р.И., Елшыбаева А.М., Жумагалиева Ж.Ж., Мукушева Г.К.</b><br>Терпеноидные соединения <i>Artemisia terrae-albae</i> , произрастающего<br>в Туркестанском регионе Казахстана.....                               | 213 |
| <b>Капизов О.С., Муханов Д.К., Желдыбаева И.М., Сейсенов Е.Б., Акимбаева А.Б.</b><br>Устойчивая переработка стружки ферросилиция металлургических заводов<br>в высокопроизводительные кремний-углеродные аноды.....              | 228 |
| <b>Масалимова Б.К.</b><br>Методы очистки сточных вод от тяжелых металлов: получение активированного<br>угля из биомассы.....                                                                                                     | 244 |
| <b>Нуртай Ж., Орынбасар Р.О., Аймаганбетова З.К., Жантурина Н.Н.</b><br>Моделирование кинетических параметров образцов винилэфирных смол<br>с наполнителями из диатомита и диметилметилфосфоната.....                            | 272 |
| <b>Сагынтаева А., Жаникулов Н., Сударев Е., Кайырбаева М., Жакипбаев Б.</b><br>Исследование качества сырья для получения гипсо-цементно-пуццоланового<br>композиционного материала.....                                          | 286 |
| <b>Сатаева С., Ермуханова С., Уразова А., Мендыгилиева А., Сабитов Б.</b><br>Получение бензола методом фотокаталитического окисления толуола.....                                                                                | 302 |
| <b>Сдикова Г.Ж., Далабаева Н.С., Сарова Н.Б., Мухтар Т.Ж., Жалтырбаева Н.К.</b><br>Эффективность фосфорсодержащих ингибиторов против коррозии стали.....                                                                         | 315 |
| <b>Шаймардан М., Ажиханова Ж., Абуталип М., Токтарбай О.</b><br>Выделение и характеристика лигнина из биомассы <i>Phlomis Tuberosa L.</i> с помощью<br>кислотной обработки.....                                                  | 329 |
| <b>Есимсиитова З.Б., Сейсенова А., Орынгалиева С.Ж., Сануар А., Манап К.Р.</b><br>Получение карбонизированных материалов из рисовой шелухи с использованием<br>мобильной пиролизной установки для энергетических применений..... | 338 |

**Жетенова М.С., Сулейменова М.Ш., Нуралы А.М., Мутушев А.Ж.,  
Калимолдина Л.М.**

Разработка и исследование каротиноидсодержащих экстрактов, полученных  
из растительного сырья.....353

**Жортарова А.А., Kubicek V., Салькева Л.К., Ибраев М.К., Сейдахметова Р.Б.**

Синтез и исследование биологической активности 1,3-бис(4-фенилтиазол-2-ил)-2,4-  
бис(N,N-диэтиламино)-1,3-диазо-2,4-дифосфетидина.....353

**Жумабек М., Тунгатарова С.А., Мурзин Д.Ю., Байжуманова Т.С.**

Структурные и каталитические свойства Co–Al–Mg–Mn катализаторов, приготовленных  
методом SCS, для сухого риформинга метана.....383

ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES  
ISSN 2224-5227  
Volume 2.  
Number 358 (2026), 134–150

<https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.442>

UDC: 524.8  
IRSTI: 41.03.01

©Zhadyranova A.A.<sup>1\*</sup>, Yerzhan B.<sup>2</sup>, 2026.

<sup>1</sup>L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan;

<sup>2</sup>Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan.

\*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

## DYNAMICS OF BOUNCE REGIMES IN MODIFIED TELEPARALLEL GRAVITY

**Zhadyranova Aliya** — PhD, Senior Lecturer, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

**Yerzhan Bauyrzhan** — PhD student, Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

**Abstract.** In this paper, a parametric analysis of bounce cosmology is carried out within the framework of  $f(\mathbf{T}, \mathcal{T})$  gravity. The main objective of the study is to determine the influence of the model parameters on the dynamics of the bounce scenario and on the evolution of the main cosmological quantities. A bounce-type scale factor describing a non-singular cosmological evolution is considered, and on the basis of this parametrization the time behavior of the Hubble parameter, the deceleration parameter, the energy density, the pressure, and the equation-of-state parameter is investigated. In addition, particular attention is paid to the regions of fulfillment or violation of the null, weak, strong, and dominant energy conditions.

The results obtained for different parameter values make it possible to characterize the physical regimes in the vicinity of the bounce, to determine the behavior of the energy density and pressure at the bounce point, and to assess the possibility of the transition of the equation-of-state parameter into the phantom region. The analysis shows that the violation of the null energy condition plays an important role in the realization of the bounce scenario, whereas in some parametric regimes the dominant energy condition remains satisfied.

During the study, analytical expressions and graphical results are compared, making it possible to evaluate the influence of the model parameters on the character of the bounce, the fulfillment of the energy conditions, and the effective cosmological dynamics. The obtained results contribute to a deeper understanding of bounce cosmology in  $f(\mathbf{T}, \mathcal{T})$  gravity and may serve as a theoretical basis for further investigations of non-singular

cosmological models in modified gravity theories. In addition, the conclusions help identify physically admissible parameter regions for bounce scenarios and may provide a basis for future studies of stability and cosmological perturbations.

**Keywords:** bounce cosmology,  $f(T, \mathcal{T})$  gravity, parametric analysis, energy conditions, Hubble parameter, equation of state, scale factor

**Financing.** This work is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan, Grant No. AP26194585 Gravitational wave and observational estimates of the constraints of cosmological models with non-minimal coupling.

**For citations:** Zhadyranova A.A., Yerzhan B. Dynamics of Bounce Regimes in Modified Teleparallel Gravity. Academic Journal of Physical and Chemical Sciences. 2026. No.2. Pp. 134–150. DOI: <https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.442>

©Жадыранова А.А.<sup>1\*</sup>, Ержан Б.<sup>2</sup>, 2026.

<sup>1</sup>Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан;

<sup>2</sup>Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан.

\*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

## МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИЯДАҒЫ СЕРПІЛІС РЕЖИМДЕРІНІҢ ДИНАМИКАСЫ

**Жадыранова Алия** — PhD, аға оқытушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

**Ержан Бауыржан** — PhD докторант, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

**Аннотация.** Бұл жұмыста  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы аясындағы серпіліс космологиясына параметрлік талдау жүргізіледі. Зерттеудің негізгі мақсаты - модель параметрлерінің серпіліс сценарийінің динамикасына және негізгі космологиялық шамалардың эволюциясына әсерін анықтау болып табылады. Жұмыста сингулярлықсыз космологиялық эволюцияны сипаттайтын серпіліс түріндегі масштабтық фактор қарастырылып, осы параметрлену негізінде Хаббл параметрі, баяулау параметрі, энергия тығыздығы, қысым және күй теңдеуі параметрінің уақыт бойынша өзгерісі зерттеледі. Сонымен қатар энергия шарттарының, атап айтқанда нөлдік, әлсіз, күшті және доминант энергия шарттарының орындалу немесе бұзылу аймақтарына ерекше назар аударылады. Параметрлердің әртүрлі мәндері үшін алынған нәтижелер серпіліс маңындағы физикалық режимдердің ерекшеліктерін сипаттауға, серпіліс нүктесіндегі энергия тығыздығы мен қысымның сипатын анықтауға, сондай-ақ күй теңдеуі параметрінің фантомдық аймаққа өту мүмкіндігін бағалауға мүмкіндік береді.

Жүргізілген талдау нәтижесінде серпіліс сценарийінің жүзеге асуы үшін нөлдік энергия шартының бұзылуы маңызды рөл атқаратыны, ал кейбір параметрлік режимдерде доминант энергия шартының сақталатыны көрсетіледі.

Зерттеу барысында аналитикалық өрнектер мен графиктік талдау нәтижелері өзара салыстырылып, модель параметрлерінің серпіліс сипатына, энергия шарттарының орындалуына және тиімді космологиялық динамикаға әсері бағаланады. Зерттеу нәтижелері  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс космологиясының қасиеттерін тереңірек түсінуге жағдай жасайды және модификацияланған гравитация теорияларындағы сингулярлықсыз космологиялық модельдерді одан әрі зерттеу үшін теориялық негіз бола алады. Сонымен бірге алынған қорытындылар серпіліс сценарийлерінің физикалық тұрғыдан жарамды параметрлер облысын анықтауға және болашақта орнықтылық пен космологиялық ұйытқуларды зерттеуге бағытталған жұмыстарға негіз болады.

**Түйін сөздер:** серпіліс космологиясы,  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы, параметрлік талдау, энергия шарттары, Хаббл параметрі, күй теңдеуі, масштабтық фактор

©Жадыранова А.А.<sup>1\*</sup>, Ержан Б.<sup>2</sup>, 2026.

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва,  
Астана, Казахстан;

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая,  
Алматы, Казахстан.

\*E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com

## ДИНАМИКА ОТСКОКОВЫХ РЕЖИМОВ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ГРАВИТАЦИИ

**Жадыранова Алия** — PhD, старший преподаватель, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва, Астана, Казахстан,

E-mail: a.a.zhadyranova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1153-3438>;

**Ержан Бауыржан** — PhD докторант, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан,

E-mail: bauyr.phy@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-5652-1039>.

**Аннотация.** В данной работе проведён параметрический анализ космологии отскока в рамках модифицированной телепараллельной  $f(T, \mathcal{T})$ -гравитации. Целью исследования является определение влияния параметров модели на динамику сценария отскока и эволюцию основных космологических величин. Рассматривается масштабный фактор отскокового типа, описывающий несингулярную космологическую эволюцию. На основе выбранной параметризации исследовано временное поведение параметра Хаббла, параметра замедления, плотности энергии, давления и параметра уравнения состояния. Особое внимание уделено анализу выполнения и нарушения энергетических условий, включая нулевое, слабое, сильное и доминантное условия энергии. Полученные для различных

значений параметров результаты позволили охарактеризовать особенности физических режимов вблизи точки отскока, определить характер поведения плотности энергии и давления, а также оценить возможность перехода параметра уравнения состояния в фантомную область. Показано, что реализация сценария космологического отскока тесно связана с нарушением нулевого энергетического условия, тогда как в отдельных параметрических режимах сохраняется выполнение доминантного энергетического условия. В ходе исследования аналитические выражения сопоставлены с результатами графического анализа, что позволило оценить влияние параметров модели на характер отскока, выполнение энергетических условий и особенности эффективной космологической динамики. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию свойств космологии отскока в рамках  $f(T, \mathcal{T})$ -гравитации и могут служить теоретической основой для дальнейших исследований несингулярных космологических моделей в теориях модифицированной гравитации. Кроме того, сделанные выводы позволяют определить физически допустимые области параметров сценариев отскока и могут быть использованы при последующем изучении устойчивости решений и космологических возмущений.

**Ключевые слова:** космология отскока,  $f(T, \mathcal{T})$  гравитация, параметрический анализ, энергетические условия, параметр Хаббла, уравнение состояния, масштабный фактор

**Кіріспе.** Қазіргі космологиядағы іргелі мәселелердің бірі - Ғаламның бастапқы күйін сипаттау және бастапқы сингулярлық мәселесін шешу. Осы тұрғыда стандартты гравитациялық теорияларды жалпылайтын модификацияланған модельдерге қызығушылық артып келеді. Сондай бағыттардың бірі - кеңістік-уақыт геометриясын қисықтық арқылы емес, бұралу арқылы сипаттайтын телепараллель гравитация. Бұл тәсіл космологиялық эволюцияны жаңа қырынан зерттеуге мүмкіндік береді. Телепараллель теория негізінде ұсынылған  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясында гравитациялық әрекет бұралу скаляры  $T$  мен энергия-импульс тензоры ізі  $\mathcal{T}$ -ға тәуелді болады, сондықтан мұндай модельдерде Ғалам динамикасының күрделі режимдерін қарастыруға жол ашылады (Bahamonde et al., 2023; Harko et al., 2014). Телепараллель гравитацияның ковариантты және инвариантты тұжырымдалуы кейінгі еңбектерде кеңейтіліп, оның геометриялық негіздері мен физикалық интерпретациясы тереңірек зерттелді (Krššák et al., 2019). Кейінгі зерттеулерде бұл теория аясында космологиялық шешімдерді реконструкциялау, термодинамикалық қасиеттерді талдау, орнықтылықты зерттеу (Junior et al., 2016; Momeni and Myrzakulov, 2014), ұйытқулардың өсуін сипаттау және астрофизикалық қолданбалар қарастырылған, бұл  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясының қазіргі космологиядағы маңызын көрсетеді (Farrugia and Said, 2016; Pace and Said, 2017).

Сонымен қатар, қазіргі теориялық космологиядағы өзекті бағыттардың бірі - сингулярлықсыз эволюциялық сценарийлерді құру. Мұндай балама тәсілдердің бірі ретінде серпіліс космологиясы кеңінен зерттелуде. Бұл сценарийде Ғалам

ығысу фазасынан ұлғаю фазасына сингулярлықсыз өтеді, яғни эволюция белгілі бір серпіліс нүктесі арқылы жүзеге асады (Battefeld and Peter, 2015; de Haro and Cai, 2015). Серпіліс космологиясы сингулярлықсыз эволюцияны сипаттайтын балама сценарий ретінде ұзақ уақыттан бері зерттеліп келеді, ал мұндай модельдердің жалпы қасиеттері мен негізгі қиындықтары шолу еңбектерінде жан-жақты қарастырылған (Novello and Perez Bergliaffa, 2008). Мұндай модельдер бастапқы сингулярлық мәселесін қайта қарастыруға және ерте Ғалам физикасын жаңа тұрғыдан түсіндіруге мүмкіндік береді. Телепараллель гравитация аясында да серпіліс сценарийлері белсенді түрде қарастырылған. Атап айтқанда,  $f(T)$  гравитациясында matter bounce түріндегі шешімдер алынған, ал кеңейтілген телепараллель теорияларда симметриялы, осцилляциялық және басқа да серпіліс модельдері зерттелген (Cai et al., 2011; de la Cruz-Dombriz et al., 2018). Телепараллель теорияларда серпіліс шешімдері тек  $f(T)$  гравитациясында ғана емес, сондай-ақ  $f(T, B)$  тәрізді кеңейтілген үлгілерде де алынған, мұнда симметриялы, тербелмелі, matter bounce және басқа серпіліс сценарийлері зерттелген (Caguana et al., 2020). Дегенмен сингулярлықсыз космологиялық модельдерді құруда орнықтылық мәселесі әрдайым маңызды болып қалады, сондықтан олардың физикалық жарамдылығын бағалау кезінде бұл аспект міндетті түрде ескерілуі қажет (Kobayashi, 2016).

Осыған байланысты  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс космологиясын зерттеу ерекше қызығушылық тудырады. Бұл теория телепараллель тәсілдің артықшылықтарын материялық секторға тәуелділікпен ұштастырады, сондықтан Ғалам эволюциясының бейсызық және күрделі режимдерін зерттеуге қолайлы негіз береді. Соңғы жұмыстардың бірінде  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы шеңберінде серпіліс сценарийі қарастырылып, оның космографиялық параметрлері зерттелген (Zubair et al., 2022). Алайда мұндай модельдердегі негізгі космологиялық шамалардың және энергия шарттарының параметрлерге тәуелді сипаттамасы әлі де тереңірек талдауды қажет етеді. Осыған орай, бұл жұмыстың мақсаты  $-f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс космологиясына параметрлік талдау жүргізу. Зерттеуде модель параметрлерінің масштабтық факторға, Хаббл параметріне, баяулау параметріне, энергия тығыздығына, қысымға және күй теңдеуі параметріне әсері қарастырылады. Сонымен бірге серпіліс маңындағы энергия шарттарының орындалуы талданып, космологиялық эволюцияның физикалық тұрғыдан рұқсат етілетін режимдері сипатталады.

Қазіргі кезеңде модификацияланған гравитация теориялары ерте Ғалам эволюциясын түсіндіруде маңызды құралдардың біріне айналып отыр. Стандартты космологиялық модель көптеген бақылаулық нәтижелерді сәтті сипаттағанымен, бастапқы сингулярлық мәселесі, инфляциялық сценарийдің кейбір теориялық қиындықтары және қараңғы энергия мен қараңғы материяның табиғаты сияқты мәселелер толық шешімін тапқан жоқ (Battefeld and Peter, 2015). Осыған байланысты классикалық жалпы салыстырмалылық теориясын кеңейтетін және гравитациялық әсерді басқа геометриялық шамалар арқылы сипаттайтын балама тәсілдерге қызығушылық артуда. Осындай бағыттардың ішінде телепараллель

гравитация мен оның жалпыланған нұсқалары ерекше орын алады, себебі олар екінші ретті теңдеулермен сипатталады және космологиялық есептерде салыстырмалы түрде қолайлы математикалық аппарат береді (Bahamonde et al., 2023).  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы осы тұрғыдан алғанда өте өзекті модельдердің бірі болып табылады. Бұл теорияда гравитациялық лагранжиан тек бұралу скалярына ғана емес, сондай-ақ энергия-импульс тензорының ізіне де тәуелді болады. Мұндай тәуелділік зат пен геометрия арасындағы байланысты күшейтіп (Harko et al., 2014), Ғалам эволюциясының дәстүрлі модельдерде кездеспейтін жаңа режимдерін қарастыруға мүмкіндік береді (Junior et al., 2016). Әсіресе серпіліс космологиясында мұндай қосымша байланыс нөлдік энергия шартының тиімді бұзылуына жағдай жасап, ығысу фазасынан ұлғаю фазасына сингулярлықсыз өтуді жүзеге асыруы мүмкін. Сондықтан  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс модельдерін параметрлік тұрғыдан талдау олардың физикалық мазмұнын ашу үшін ғана емес, сонымен қатар модификацияланған гравитацияның ерте Ғаламды сипаттаудағы мүмкіндіктерін бағалау үшін де маңызды болып табылады (Kobayashi, 2016; Zubair et al., 2022).

**Материалдар және негізгі әдістер.** Бұл жұмыста серпіліс космологиясы телепараллель гравитацияның жалпыланған  $f(T, \mathcal{T})$  моделінде зерттеледі. Телепараллельдік тәсілде гравитациялық әсер кеңістік–уақыт қисықтығымен емес, бұралуымен сипатталады, ал негізгі айнымалы ретінде тетрада өрісі алынады (Bahamonde et al., 2023). Бұл негізде құрылған  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы бұралу скаляры  $T$  мен энергия–импульс тензоры ізі  $\mathcal{T}$ -ға тәуелді болатындықтан, зат пен геометрия арасындағы байланыс күрделеніп, космологиялық эволюцияның жаңа режимдерін сипаттауға мүмкіндік береді (Harko et al., 2014). Бұл теорияның космологиядағы қолданылуы, атап айтқанда  $\Lambda$  CDM моделін реконструкциялау, термодинамика, орнықтылық, құрылымдардың өсуін сипаттау бағыттарында кеңінен қарастырылған (Farrugia and Said, 2016).

Сингулярлықсыз ерте Ғалам сценарийлерін түсіндіруде серпіліс космологиясы маңызды орын алады. Мұндай модельде Ғалам алдымен ығысу фазасынан өтеді, содан кейін белгілі бір сәтте серпіліс жасап, ұлғаю фазасына көшеді (Battefeld and Peter, 2015; de Haro and Cai, 2015). Телепараллельдік теорияларда серпіліс шешімдері  $f(T)$  және оның кеңейтілген нұсқаларында да алынған (Cai et al., 2011; de la Cruz-Dombriz et al., 2018). Сонымен бірге сингулярлықсыз модельдер үшін энергия шарттарының орындалуы мен орнықтылық мәселесі ерекше мәнге ие (Kobayashi, 2016).  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс сценарийлерінің космографиялық параметрлері де бұрын зерттелген (Zubair et al., 2022), сондықтан бұл жұмыста олардың параметрлерге тәуелді сипатын тереңірек қарастыру көзделеді.

*Модельдің әрекеті және негізгі шамалар.* Телепараллель гравитацияда негізгі динамикалық айнымалы ретінде метрика емес, тетрада өрісі алынады. Тетрада кеңістік-уақыттың әр нүктесінде жанама кеңістікте ортонормаль базис құрып, кеңістік-уақыт геометриясын сипаттауға мүмкіндік береді (Bahamonde et al., 2023). Жалпы салыстырмалылық теориясында гравитация римандық

қисықтықпен байланысты болса, телепараллель тәсілде гравитациялық өзара әсер бұралу арқылы өрнектеледі. Осы себепті бұл теорияда Вейценбёк байланысы пайдаланылады, ол нөлдік қисықтықпен, бірақ нөлден өзгеше бұралуымен сипатталады (Harko et al., 2014). Мұндай геометриялық құрылым гравитациялық өрістің динамикасын жаңа түрде жазуға мүмкіндік береді және космологияда сингулярлықсыз шешімдерді зерттеу үшін ыңғайлы негіз қалыптастырады.

$f(T, \mathcal{T})$  теориясында бұралу скаляры  $T$  мен энергия-импульс тензорының ізі  $\mathcal{T}$  бір мезгілде ескеріледі. Егер  $f(T, \mathcal{T}) = 0$  деп алсақ, онда теория телепараллель эквиваленттің қарапайым түріне келеді, ал  $f(T)$  немесе  $f(T, \mathcal{T})$  түріндегі жалпылаулар енгізілген кезде космологиялық динамика айтарлықтай күрделене түседі (Harko et al., 2014). Бұл жалпылау әсіресе біртекті және изотропты Ғалам модельдерінде маңызды, себебі геометриялық және материялық үлестердің бірігуі арқылы энергия тығыздығы мен қысымның тиімді сипаты өзгереді. Соның нәтижесінде серпіліс, үдемелі ұлғаю немесе фантомдық аймаққа өту сияқты құбылыстарды бір теория шеңберінде сипаттау мүмкін болады (Junior et al., 2016; Momeni and Myrzakulov, 2014).  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы әсер мына түрде жазылады (Harko et al., 2014).

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x e [T + f(T, \mathcal{T})] + \int d^4x e \mathcal{L}_m, \quad (1)$$

мұндағы  $e = \det(e_\mu^A) = \sqrt{-g}$ ,  $G$ - гравитациялық тұрақты,  $\mathcal{L}_m$ - заттың лагранж тығыздығы. Бұл әсерден алынатын өрістік теңдеулер метрикалық және материялық шамалардың өзара байланысын анықтайды.  $f(T, \mathcal{T})$  моделінің ерекшелігі - заттың қасиеттері тек энергия тығыздығы мен қысым арқылы ғана емес, сонымен бірге олардың  $\mathcal{T}$  ізі арқылы да геометриялық секторға тікелей әсер етеді. Сондықтан мұндай теориялар стандартты космологиялық эволюциядан ауытқитын режимдерді, соның ішінде серпіліс тәрізді сингулярлықсыз өтулерді сипаттауға қабілетті (Zubair et al., 2022).

Біртекті және изотропты Ғаламды сипаттау үшін жазық Фридман–Леметр–Робертсон–Уокер метрикасы қарастырылады

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (2)$$

Осы фон үшін диагональ тетрада

$$e_\mu^A = \text{diag}(1, a(t), a(t), a(t)), \quad (3)$$

түрінде алынады. Мұндай жағдайда бұралу скаляры

$$T = -6H^2, \quad (4)$$

қатынасы арқылы өрнектеледі, мұндағы  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  - Хаббл параметрі (Harko et al., 2014).

Зат идеал сұйықтық ретінде қарастырылып, энергия–импульс тензоры келесідей жазылады

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, u_\mu = (1, 0, 0, 0), \quad (5)$$

мұнда  $\rho$ - энергия тығыздығы,  $p$ - қысым. Энергия–импульс тензорының ізі келесідей болып табылады

$$\mathcal{T} = \rho - 3p. \quad (6)$$

*Серпіліс параметрленуі.* Бұл жұмыста серпіліс сценарийін сипаттау үшін масштабтық фактордың келесі параметрленуі пайдаланылады (Zubair et al., 2022)

$$a(t) = \sqrt{a_0^2 + \gamma^2 t^2}, \quad (7)$$

Таңдалған  $a(t)$  параметрленуі серпіліс космологиясын сипаттаудың қарапайым әрі көрнекі тәсілдерінің бірі болып табылады. Бұл өрнектің басты артықшылығы - серпіліс нүктесінде масштабтық фактордың нөлге түспеуі. Яғни  $t = 0$  кезінде  $a(0) = a_0$ , сондықтан модельде бастапқы сингулярлық пайда болмайды. Мұндағы  $a_0$  параметрі серпіліс сәтіндегі Ғаламның минимал өлшемін сипаттайды, ал  $\gamma$  параметрі ығысу мен ұлғаю фазаларының қарқындылығын басқарады.  $\gamma$  неғұрлым үлкен болса, серпіліс маңындағы эволюция соғұрлым тез жүреді және қисықтардың пішіні соғұрлым айқын өзгереді.

Серпіліс сценарийін кинематикалық тұрғыдан сипаттауда Хаббл параметрінің таңба өзгерісі шешуші рөл атқарады. Егер  $t < 0$  кезінде  $H < 0$  болса, бұл Ғаламның ығысу фазасында екенін көрсетеді. Ал  $t = 0$  кезінде  $H = 0$  болуы серпіліс нүктесіне сәйкес келеді. Одан кейін  $t > 0$  үшін  $H > 0$  болып, Ғалам ұлғаю фазасына өтеді. Демек, таңдалған параметрлену серпіліс космологиясының негізгі физикалық шарттарын табиғи түрде орындайды. Баяулау параметрі де осы маңда айқын өзгеріп, серпіліс маңындағы динамиканың бірқалыпты емес сипатын көрсетеді. Бұл параметрленуден Хаббл параметрі келесідей табылады.

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\gamma^2 t}{a_0^2 + \gamma^2 t^2}. \quad (8)$$

Сондықтан

$$H(t) < 0 (t < 0), H(0) = 0, H(t) > 0 (t > 0), \quad (9)$$

яғни Ғалам ығысу фазасынан серпіліс арқылы ұлғаю фазасына өтеді.

Хаббл параметрінің уақыт бойынша туындысы

$$\dot{H}(t) = \frac{\gamma^2(a_0^2 - \gamma^2 t^2)}{(a_0^2 + \gamma^2 t^2)^2}, \quad (10)$$

болса, баяулау параметрі келесі түрде анықталады

$$q(t) = -1 - \frac{H}{\dot{H}} = -\frac{a_0^2}{\gamma^2 t^2}. \quad (11)$$

$f(T, \mathcal{T})$  моделі. Параметрлік талдауда сызықтық емес модель қолданылады

$$f(T, \mathcal{T}) = \alpha\sqrt{-T} + \beta\mathcal{T}, \quad (12)$$

мұндағы  $\alpha$  және  $\beta$ - еркін тұрақтылар. Бұл модель серпіліс космологиясын зерттеуде қолданылған және бейсызық әсерлерді есепке алуға мүмкіндік береді (Zubair et al., 2022). (12) моделі бейсызық сипатқа ие және серпіліс космологиясын зерттеуде тиімді үлгілердің бірі болып саналады. Бұл модельде  $\sqrt{-T}$  мүшесі бұралу скалярының бейсызық үлесін сипаттаса,  $\beta\mathcal{T}$  мүшесі зат пен геометрия арасындағы қосымша байланысты анықтайды. Соның нәтижесінде энергия тығыздығы мен қысымның уақыт бойынша өзгерісі стандартты космологиядағыдан өзгеше сипатқа ие болады. Мұндай модельдерде фантомдық аймаққа өту, теріс қысымның пайда болуы және энергия шарттарының тиімді бұзылуы табиғи түрде жүзеге асуы мүмкін (Harko et al., 2014).

Параметрлік тұрғыдан карағанда  $\alpha$  және  $\beta$  тұрақтылары модельдің негізгі физикалық қасиеттерін анықтайды.  $\alpha$  бұралу үлесінің салмағын белгілесе,  $\beta$  материялық іздің теорияға әсерін сипаттайды. Ал  $\gamma$  серпіліс параметрленуінің кинематикалық сипатына жауап береді. Сондықтан дәл осы параметрлердің әртүрлі мәндерін салыстыру модельдің қай режимдерде сингулярлықсыз серпілісті тиімді сипаттайтынын анықтауға мүмкіндік береді.

Аталған функция үшін туындылар  $f_T = -\frac{\alpha}{2\sqrt{-T}}$ ,  $f_{\mathcal{T}} = \beta$ ,  $f_{TT} = -\frac{\alpha}{4(-T)^{\frac{3}{2}}}$ ,  $f_{T\mathcal{T}} = 0$ . Осы өрнектерді модификацияланған космологиялық теңдеулерге қою арқылы энергия тығыздығы  $\rho(t)$ , қысым  $p(t)$  және күй теңдеуі параметрі есептеледі

$$\omega(t) = \frac{p(t)}{\rho(t)}. \quad (13)$$

Талдау барысында  $\alpha$ ,  $\beta$  және  $\gamma$  параметрлерінің әртүрлі мәндері үшін аталған шамалардың уақыт бойынша эволюциясы салыстырылады.

*Энергия шарттары.* Энергия шарттары гравитациялық теорияларда қарастырылатын модельдің физикалық орындылығын бағалаудың маңызды

құралдарының бірі болып табылады. Жалпы салыстырмалылықта және оның әртүрлі модификацияларында энергия-импульс тензорының қасиеттері кеңістік-уақыт геометриясының эволюциясымен тікелей байланысты болғандықтан, энергия шарттары материяның қандай режимдерде физикалық тұрғыдан рұқсат етілетінін анықтауға мүмкіндік береді. Басқаша айтқанда, бұл шарттар энергия тығыздығының, қысымның және олардың әртүрлі комбинацияларының таңбасын талдау арқылы модельдің шынайы физикалық жүйеге сәйкес келу-келмеуін көрсетеді. Стандартты космологиялық модельдерде энергия шарттары көбінесе оң энергия тығыздығы мен каузалдықтың сақталуын қамтамасыз ететін негізгі критерийлердің бірі ретінде қарастырылады.

Классикалық космологияда энергия шарттарының маңызы әсіресе Ғалам эволюциясының ерте кезеңдерін сипаттауда айқын көрінеді. Мысалы, әлсіз энергия шарты материяның энергия тығыздығының теріс болмауын талап етеді, ал доминант энергия шарты энергия ағынының жарық жылдамдығынан артық таралмауын қамтамасыз ететін шектеу ретінде қарастырылады. Күшті энергия шарты, өз кезегінде, гравитацияның тартылыс сипатын күшейтетін шарттардың бірі болып табылады. Алайда серпіліс космологиясында жағдай өзгеше болады: мұнда Ғалам ығысу фазасынан ұлғаю фазасына өтуі үшін тиімді түрде тартылысты әлсірететін немесе оған қарсы әсер ететін динамикалық режим қажет. Осындай жағдайда кейбір энергия шарттарының, әсіресе нөлдік энергия шартының, бұзылуы серпіліс сценарийінің табиғи бөлігі ретінде қарастырылады.

Серпіліс космологиясында ең маңызды шарттардың бірі - нөлдік энергия шарты (NEC). Оның бұзылуы  $\rho + p < 0$  түрінде жазылады және дәл осы теңсіздік Хаббл параметрінің таңба өзгертуіне мүмкіндік беретін негізгі механизмдердің бірі болып табылады. Егер бұл шарт орындала берсе, онда классикалық жағдайда ығысудан кейінгі ұлғаюға тегіс өту қиынға соғады. Сондықтан серпіліс модельдерінде NEC бұзылуы көбінесе міндетті немесе кемінде өте маңызды белгі ретінде қарастырылады. Бұл құбылыс әсіресе модификацияланған гравитация теорияларында, соның ішінде  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясында, геометриялық түзетулердің есебінен пайда болуы мүмкін.

Энергия шарттарын талдау тек формальды математикалық тексеріс емес, сонымен қатар модельдің физикалық интерпретациясын тереңдететін құрал болып табылады. Мысалы, егер  $\rho \geq 0$  және  $\rho - p \geq 0$  шарттары орындалса, онда модельде материяның тиімді сипаттамасы толықтай бейфизикалық аймаққа кетпейді деп қорытынды жасауға болады. Ал  $\rho + 3p < 0$  болуы Ғаламның үдемелі динамикасына немесе серпіліс маңындағы антигравитациялық тәртізді әсерлерге сәйкес келуі мүмкін. Сондықтан энергия шарттарының әрқайсысын жеке қарастыру модельдің әртүрлі физикалық қасиеттерін ашуға көмектеседі.

Бұл жұмыста энергия шарттары қарастырылған  $f(T, \mathcal{T})$  моделі үшін параметрлік тұрғыдан талданады. Негізгі мақсат - параметрлердің өзгеруі кезінде қандай шарттар орындалатынын, қайсысы бұзылатынын және бұл құбылыстардың серпіліс сценарийімен қалай байланысатынын анықтау. Әсіресе серпіліс маңындағы  $\rho + p$  комбинациясының таңбасы мен күй

теңдеуі параметрінің сипаты басты назарда болады. Мұндай талдау модельдің сингулярлықсыз космологиялық эволюцияны сипаттаудағы жарамдылығын бағалауға мүмкіндік береді. Модельдің физикалық орындылығын бағалау үшін энергия шарттары қарастырылады.

Нөлдік энергия шарты:

$$\text{NEC: } \rho + p \geq 0.$$

Әлсіз энергия шарты:

$$\text{WEC: } \rho \geq 0, \rho + p \geq 0.$$

Доминант энергия шарты:

$$\text{DEC: } \rho \geq 0, \rho - p \geq 0.$$

Күшті энергия шарты:

$$\text{SEC: } \rho + 3p \geq 0.$$

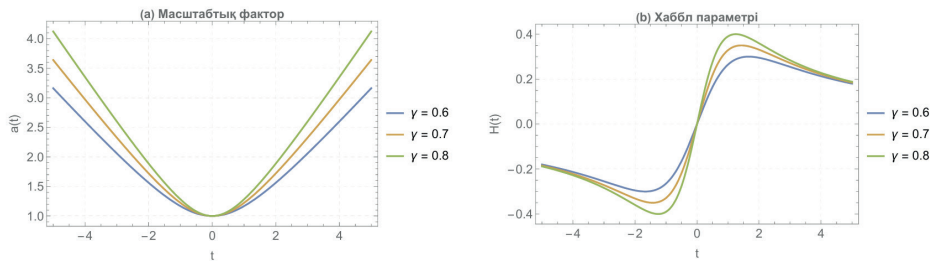
Серпіліс космологиясында **NEC**-тің бұзылуы аса маңызды, себебі дәл осы шарттың бұзылуы ығысудан ұлғаюға өтуді қамтамасыз етеді (Battefeld and Peter, 2015; Kobayashi, 2016). Бастапқы  $f(T, \mathcal{T})$  серпіліс моделінде де серпіліс маңында **NEC** пен **SEC** бұзылып, ал **DEC** сақталатыны көрсетілген, бұл бейсингуляр серпіліс үшін маңызды белгі болып табылады (Zubair et al., 2022).

**Зерттеу әдісі.** Параметрлік талдау барысында  $a(t)$ ,  $H(t)$ ,  $\rho(t)$ ,  $p(t)$ ,  $\omega(t)$ , сондай-ақ  $\rho + p$ , комбинацияларының уақыт бойынша өзгерісі зерттеледі. Негізгі назар  $\beta$  және  $\gamma$  параметрлерінің әсеріне аударылады, ал  $\alpha$  параметрі қажет болған жағдайда тұрақты етіп алынады. Сандық есептеулер мен графиктік визуализация Wolfram Mathematica бағдарламасында орындалады. Мұндай тәсіл серпіліс маңындағы фантомдық аймаққа өту мүмкіндігін, энергия шарттарының бұзылу немесе орындалу облыстарын және модельдің физикалық тұрғыдан жарамды параметрлер кеңістігін анықтауға мүмкіндік береді.

**Нәтижелер және талқылау.** Бұл бөлімде  $f(T, \mathcal{T}) = \alpha\sqrt{-T} + \beta\mathcal{T}$  сызықтық емес моделі үшін серпіліс космологиясының параметрлік қасиеттері талданады. Есептеулерде  $a_0 = \alpha = 1$ ,  $\beta = 0.3$  және  $\gamma = 0.6, 0.7, 0.8$  мәндері пайдаланылады, өйткені осы параметрлерде модельдің негізгі динамикалық ерекшеліктері анық көрінеді. Қарастырылған параметрлену (7) серпіліс сценарийінің орындалуын қамтамасыз етеді. Масштабтық фактор  $t = 0$  нүктесінде нөлге түспей,  $a(0) = a_0$  минимал мәнін қабылдайды. Ал Хаббл параметрі (8)  $t < 0$  аймақта теріс,  $t = 0$  кезінде нөлге тең, ал  $t > 0$  аймақта оң мәндерге өтеді. Бұл Ғаламның ығысу фазасынан ұлғаю фазасына серпіліс арқылы өтетінін көрсетеді.  $\gamma$

артқан сайын масштабтық фактор қисығының еңістігі күшейіп, серпіліс маңындағы эволюция жылдамырақ болады.

1-суреттен серпіліс сценарийінің орындалатыны анық көрінеді. Масштабтық фактор  $t = 0$  нүктесінде нөлге түспей,  $a(0) = a_0$  минимал мәнін қабылдайды, ал Хаббл параметрі  $t < 0$  аймақта теріс,  $t = 0$  кезінде нөлге тең және  $t > 0$  аймақта оң мәндерге өтеді. Бұл Ғаламның ығысу фазасынан ұлғаю фазасына серпіліс арқылы өтетінін көрсетеді.



Сурет 1. а)  $a(t)$  масштабтық факторы мен б)  $H(t)$  Хаббл параметрінің уақытқа тәуелділігі әртүрлі  $\gamma$  мәндері үшін.

Алынған графиктерден серпіліс сценарийінің тек сапалық емес, сонымен қатар параметрлік тұрғыдан да орнықты екені байқалады.  $\gamma$  параметрінің өзгеруі масштабтық фактор мен Хаббл параметрінің пішініне тікелей әсер етеді:  $\gamma$  өскен сайын серпіліс маңындағы қисықтардың еңістігі артып, эволюция қарқыны күшейеді. Бұл модельде серпіліс тек бір ғана арнайы жағдайда емес, белгілі бір параметрлер аралығында жүзеге асатынын көрсетеді. Осындай параметрлік орнықтылық серпіліс космологиясын физикалық тұрғыдан мағыналы ету үшін маңызды, өйткені кездейсоқ емес, салыстырмалы түрде тұрақты сценарийлер ғана реалистік модель ретінде қарастырылуы мүмкін.

Энергия тығыздығының серпіліс нүктесі маңында максимумға жетуі Ғалам динамикасының осы аймақта ерекше белсенді екенін көрсетеді. Бұл құбылыс ығысу фазасынан кейінгі ауысу сәтінде тиімді гравитациялық әсердің күшеюімен байланысты. Ал қысымның бүкіл эволюция бойында теріс болуы серпіліс механизмінің негізгі физикалық тіректерінің бірі болып табылады. Теріс қысым тек жеделдетілген ұлғаюды ғана емес, сонымен қатар серпіліс маңында тартылысқа қарсы тиімді әсер тудыруы мүмкін. Сондықтан энергия тығыздығы мен қысымның осындай сипаты қарастырылған модельдің сингулярлықсыз эволюцияны жүзеге асыру қабілетін нақтылайды.

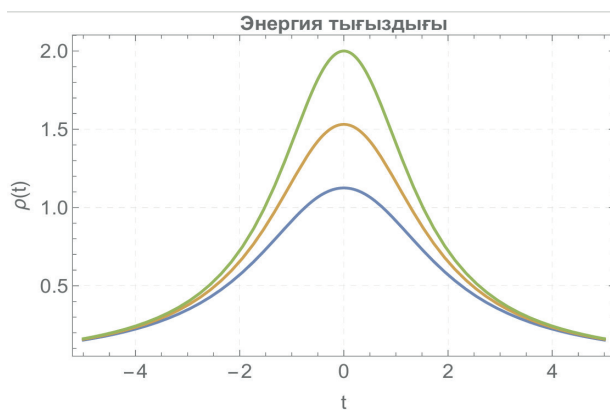
Қарастырылған  $f(T, \mathcal{T}) = \alpha\sqrt{-T} + \beta\mathcal{T}$  сызықтық емес моделін және серпіліс параметрленуін модификацияланған космологиялық теңдеулерге қою арқылы энергия тығыздығы  $\rho$ , қысым  $p$  және күй теңдеуі параметрі  $\omega$  үшін келесі өрнектер алынады

$$\rho = \frac{9(\beta-1)\gamma^4 t^2 - 15\beta\gamma^2}{(4\beta(\beta+1)-3)(\gamma^2 t^2 + 1)^2} \quad (14)$$

$$p = \frac{3\gamma^2(\beta + (\beta + 1)\gamma^2 t^2 + 2)}{(4\beta(\beta + 1) - 3)(\gamma^2 t^2 + 1)^2}, \quad (15)$$

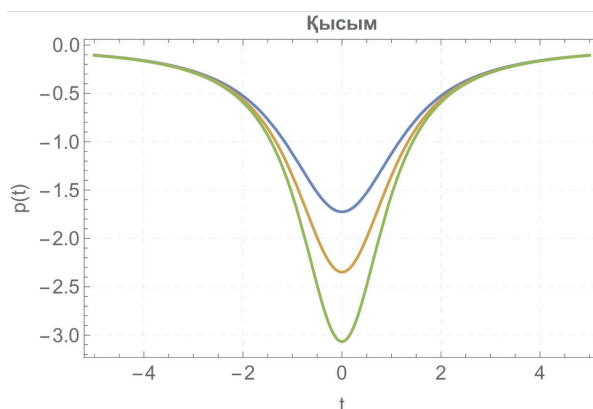
$$\omega = \frac{\beta + (\beta + 1)\gamma^2 t^2 + 2}{3(\beta - 1)\gamma^2 t^2 - 5\beta}. \quad (16)$$

2-суретке сәйкес,  $\rho(t)$  энергия тығыздығы серпіліс нүктесіне жақындаған сайын айтарлықтай өсіп,  $t = 0$  маңында шыңға жетеді, одан кейін уақыт ұлғайған сайын біртіндеп кемиді. Мұндай сипат серпіліс сәтінде энергияның күшті қайта үлестірілуі жүретінін көрсетеді.



Сурет 2.  $\rho(t)$  энергия тығыздығының уақытқа тәуелділігі әртүрлі  $\gamma$  мәндері үшін.

3-суреттен қысымның  $p(t)$  бүкіл эволюция бойында теріс болып қалатыны көрінеді. Бұл серпіліс механизмінде теріс қысымның маңызды рөл атқаратынын білдіреді. Серпіліске дейін ол аз ғана теріс мәндерден басталып, серпіліс маңында анағұрлым терең теріс аймаққа өтеді, ал серпілістен кейін қайтадан шағын теріс мәндерге ұмтылады. Бұл нәтиже серпіліс механизмінде теріс қысымның маңызды рөл атқаратынын білдіреді.



Сурет 3.  $p(t)$  қысымның уақыт бойынша өзгерісі әртүрлі  $\gamma$  мәндері үшін.

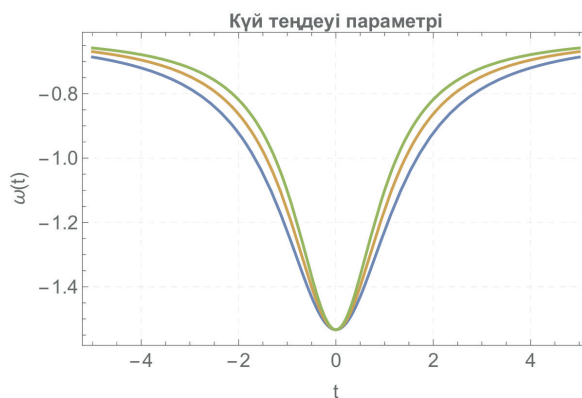
4-суретке сәйкес, Күй тендеуі параметрі  $\omega(t)$  барлық қарастырылған  $\gamma$  мәндері үшін теріс болып қалады және серпіліс маңында

$$\omega = -1$$

фантомдық шекарасын кесіп өтіп,

$$\omega < -1$$

аймағына енеді. Бұл ығысудан ұлғаюға өтуді қамтамасыз ететін негізгі белгілердің бірі болып табылады.



Сурет 4.  $\omega(t)$  күй тендеуі параметрінің уақытқа тәуелділігі әртүрлі  $\gamma$  мәндері үшін.

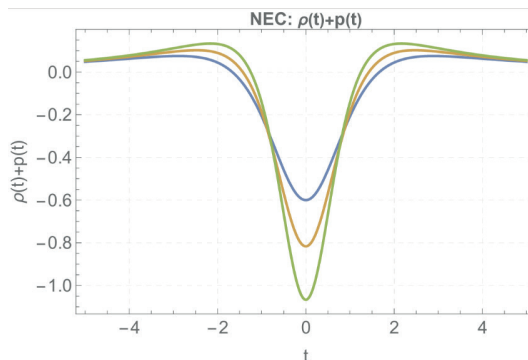
Күй тендеуі параметрінің  $\omega < -1$  аймағына өтуі серпіліс сценарийін түсіндіруде аса маңызды. Бұл нәтиже модельдің фантомдық тәртіпке уақытша өтетінін білдіреді. Әдетте дәл осындай аймақта нөлдік энергия шарты бұзылып, ығысудан ұлғаюға өтуді қамтамасыз ететін тиімді жағдайлар қалыптасады. Қарастырылған модельде бұл өту тек математикалық формальдылық емес, графиктерде айқын байқалатын нақты динамикалық ерекшелік ретінде көрінеді. Сондықтан  $\omega(t)$ -нің сипаттамасы серпіліс космологиясының физикалық интерпретациясында негізгі көрсеткіштердің бірі болып табылады.

Энергия шарттарын талдауда негізгі назар нөлдік энергия шартына сәйкес келетін  $\rho + p$  комбинациясына аударылады. Сызықтық емес модель үшін ол

$$\rho + p = \frac{6(\alpha+1)\gamma^2(\gamma^2 t^2 - 1)}{(2\beta+3)(\gamma^2 t^2 + 1)^2}, \quad (17)$$

түрінде жазылады. Бұл өрнектен серпіліс маңында  $\rho + p < 0$  болатыны көрінеді, яғни нөлдік энергия шарты (NEC) бұзылады, соның нәтижесінде күй тендеуі параметрі фантомдық аймаққа өтеді және сингулярлықсыз серпіліс

жүзеге асады. **5-суретте** серпіліс маңында  $\rho + p < 0$  екені анық байқалады, яғни бұл аймақта NEC шарты бұзылады.



Сурет 5.  $\rho + p$  комбинациясының уақытқа тәуелділігі, серпіліс маңында NEC шартының бұзылуы көрсетілген.

Нөлдік энергия шартының бұзылуы серпіліс космологиясының ең маңызды теориялық белгілерінің бірі болып саналады. Стандартты жалпы салыстырмалылық аясында мұндай бұзылу ерекше немесе проблемалық жағдай ретінде қарастырылса, модификацияланған гравитация теорияларында ол тиімді геометриялық үлестердің салдарынан табиғи түрде туындауы мүмкін (Kobayashi, 2016). Қарастырылған  $f(T, \mathcal{T})$  моделінде дәл осындай жағдай байқалады: серпіліс маңында  $\rho + p < 0$ , яғни NEC бұзылады. Бұл өз кезегінде серпіліс нүктесінің қалыптасуына, Хаббл параметрінің таңба өзгертуіне және Ғаламның ұлғаю фазасына өтуіне мүмкіндік береді. Демек, алынған нәтижелер  $f(T, \mathcal{T}) = \alpha\sqrt{-T} + \beta\mathcal{T}$  моделінің серпіліс космологиясын сәтті сипаттай алатынын көрсетеді. Масштабтық фактор серпіліс нүктесінде нөлге түспейді, Хаббл параметрі таңбасын өзгертеді, энергия тығыздығы максимумға жетеді, қысым теріс болып қалады, ал күй теңдеуі параметрі фантомдық аймаққа өтеді. Сонымен қатар серпіліс маңында NEC-тің бұзылуы сингулярлықсыз өтудің қажетті шарты ретінде көрінеді. Сондықтан бұл модель  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы физикалық тұрғыдан мазмұнды серпіліс сценарийлерінің бірі болып табылады.

**Қорытынды.** Жалпы алғанда, жүргізілген параметрлік талдау  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясының серпіліс космологиясын сипаттауда жеткілікті икемді теория екенін көрсетті. Бір жағынан, таңдалған модель салыстырмалы түрде қарапайым аналитикалық өрнектер береді. Екінші жағынан, ол серпіліс, фантомдық аймақ, теріс қысым және энергия шарттарының бұзылуы сияқты күрделі физикалық құбылыстарды сипаттай алады. Бұл  $f(T, \mathcal{T})$  теориясының тек формальды жалпылау емес, нақты космологиялық есептерге қолдануға болатын мазмұнды модель екенін айғақтайды. Болашақта мұндай талдауды бақылаулық шектеулермен, орнықтылық шарттарымен және космологиялық ұйытқулармен толықтыру теорияның қолданылу аясын одан әрі кеңейте түседі.

Бұл жұмыста  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясы аясындағы серпіліс космологиясына параметрлік талдау жүргізілді. Зерттеу барысында  $f(T, \mathcal{T}) = \alpha\sqrt{-T} + \beta\mathcal{T}$  сызықтық емес моделі және  $a(t) = \sqrt{a_0^2 + \gamma^2 t^2}$  түріндегі серпіліс параметрленуі қарастырылды. Талдау нәтижелері модельдің сингулярлықсыз серпіліс сценарийін сипаттай алатынын көрсетті яғни, масштабтық фактор серпіліс нүктесінде нөлге түспейді, ал Хаббл параметрі теріс мәннен оң мәнге ауысып, Ғаламның ығысу фазасынан ұлғаю фазасына өтуін сипаттайды.

Параметрлік зерттеу  $\gamma$  параметрінің серпіліс маңындағы эволюция қарқынына елеулі әсер ететінін көрсетті. Энергия тығыздығы серпіліс нүктесі маңында максимумға жетеді, қысым бүкіл эволюция бойында теріс мәндерде сақталады, ал күй теңдеуі параметрі серпіліс аймағында фантомдық шекараны кесіп өтіп,  $\omega < -1$  облысына енеді. Бұл нәтижелер қарастырылған модельде серпіліс механизмінің жүзеге асуын қамтамасыз ететін физикалық шарттардың орындалатынын білдіреді.

Энергия шарттарын талдау серпіліс маңында  $\rho + p < 0$  болатынын, яғни нөлдік энергия шартының бұзылатынын көрсетті. Бұл - серпіліс космологиясының негізгі белгілерінің бірі. Сонымен қатар алынған нәтижелер бойынша күшті энергия шарты да бұзылады, ал доминант энергия шарты сақталады. Демек, қарастырылған  $f(T, \mathcal{T})$  моделі серпіліс космологиясын сипаттауда физикалық тұрғыдан мазмұнды және параметрлік тұрғыдан қолайлы модельдердің бірі болып табылады.

Жүргізілген талдау  $f(T, \mathcal{T})$  гравитациясындағы серпіліс сценарийінің қасиеттерін тереңірек түсінуге мүмкіндік береді. Алынған нәтижелерді болашақта модельдің орнықтылығын, космологиялық ұйытқуларын және параметрлер кеңістігінің кеңейтілген облыстарын зерттеуде пайдалануға болады.

### References

- Bahamonde S., Dialektopoulos K.F., Escamilla-Rivera C., Farrugia G., Gakis V., Hendry M., Hohmann M., Said J.L., Mifsud J., and Di Valentino E. (2023). Teleparallel gravity: From theory to cosmology. Reports on Progress in Physics. – No. 86. – P. 026901. DOI:https://doi.org/10.1088/1361-6633/ac9cef (in Eng.).
- Battefeld D., and Peter P. (2015). A critical review of classical bouncing cosmologies. Physics Reports. – No. 571. – P. 1-66. DOI:https://doi.org/10.1016/j.physrep.2014.12.004 (in Eng.).
- Cai Y.-F., Chen S.-H., Dent J.B., Dutta S., and Saridakis E.N. (2011). Matter bounce cosmology with the  $f(T)$  gravity. Classical and Quantum Gravity. – No. 28. – P. 215011. DOI:https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/21/215011 (in Eng.).
- Caruana M., Farrugia G., and Levi Said J. (2020). Cosmological bouncing solutions in  $f(T, \mathcal{B})$  gravity. The European Physical Journal C. – No. 80. – P. 640. DOI:https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8204-3 (in Eng.).
- de Haro J., and Cai Y.-F. (2015). An extended matter bounce scenario: Current status and challenges. General Relativity and Gravitation. – No. 47. – P. 95. DOI:https://doi.org/10.1007/s10714-015-1936-y (in Eng.).
- de la Cruz-Dombriz Á., Farrugia G., Said J.L., and Sáez-Chillón Gómez D. (2018). Cosmological bouncing solutions in extended teleparallel gravity theories. Physical Review D. – No. 97. – P. 104040. DOI:https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.104040 (in Eng.).

Farrugia G., and Said J.L. (2016). Growth factor in  $f(T, \mathcal{T})$  gravity. *Physical Review D*. – No. 94. – P. 124004. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.124004> (in Eng.).

Harko T., Lobo F.S.N., Otalora G., and Saridakis E.N. (2014).  $f(T, \mathcal{T})$  gravity and cosmology. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. – No. 2014. – P. 021. DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2014/12/021> (in Eng.).

Junior E.L.B., Rodrigues M.E., Salako I.G., and Houndjo M.J.S. (2016). Reconstruction, thermodynamics and stability of the  $\Lambda$ CDM model in  $f(T, \mathcal{T})$  gravity. *Classical and Quantum Gravity*. – No. 33. – P. 125006. DOI: <https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/12/125006> (in Eng.).

Kobayashi T. (2016). Generic instabilities of non-singular cosmologies in Horndeski theory: A no-go theorem. *Physical Review D*. – No. 94. – P. 043511. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.043511> (in Eng.).

Krššák M., van den Hoogen R.J., Pereira J.G., Böhmer C.G., and Coley A.A. (2019). Teleparallel theories of gravity: Illuminating a fully invariant approach. *Classical and Quantum Gravity*. – No. 36. – P. 183001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab2e1f> (in Eng.).

Momeni D., and Myrzakulov R. (2014). Cosmological reconstruction of  $f(T, \mathcal{T})$  gravity. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – No. 11. – P. 1450077. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0219887814500777> (in Eng.).

Novello M., and Perez Bergliaffa S.E. (2008). Bouncing cosmologies. *Physics Reports*. – No. 463. – P. 127-213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.04.006> (in Eng.).

Pace M., and Said J.L. (2017). A perturbative approach to neutron stars in  $f(T, \mathcal{T})$ -gravity. *The European Physical Journal C*. – No. 77. – P. 283. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4838-1> (in Eng.).

Zubair M., Farooq M., and Güdekli E. (2022). A study of bouncing cosmology in framework of  $f(T, \mathcal{T})$  gravity with probing of cosmographic parameters. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – No. 19. – P. 2250135. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0219887822501353> (in Eng.).

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty)**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Requirements for articles design for publication in the journal are available on the websites:

**[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)**

**ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)**

**<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>**

Managing Editor: T. Apendiev  
Editors: D.S. Alenov, A. Shormakova  
Computer layout: G.D. Zhadyranova

Signed for print: June 22, 2026  
Format: 70×90 1/16. 24.5 printed sheets. Order No. 2.

---

*«Central Asian Academic Research Center» LLP  
Almaty, Shevchenko Street, 28*