

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

**ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

**№1  
2026**

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

2026 • 1



**ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND  
CHEMICAL SCIENCES**

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

## EDITOR-IN-CHIEF

**ZHURINOV Murat Zhurinovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of IAAS and NAS RK, General Director Oil refining and Petrochemistry Research Institute (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

## DEPUTY EDITOR-IN-CHIEF:

**KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detailuri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich**, PhD in Chemistry, General Director of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

## EDITORIAL BOARD:

**ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the JSC "Phytochemistry Research and Production Center", (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**ABIEV Rufat**, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**OLIVIERO Rossi Cesare**, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**TIGINYANU Ion Mihailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**SANG SU Kwak**, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**BERSIMBAYEV Rakhmetkazhi Iskenderovich**, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**CALANDRA Pietro**, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**BOSHKAEV Kuantai Avgazyevich**, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**BURKITBAEV Mukhambetkali**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ZHUSUPOV Marat Abzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**KOVALEV Alexander Mikhailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**KHARIN Stanislav Nikolaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**ABISHEV Medeu Erzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

## ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES.

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Owner: «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan № KZ93VPY00121157 issued 05.06.2025

Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

## БАС РЕДАКТОР

**ЖҰРЫНОВ Мұрат Жұрынулы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ХҒАҚ және ҚР ҰҒА академигі, Мұнай өңдеу және мұнай-химиясы ғылыми-зерттеу институтының бас директоры (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=6602177960>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

## БАС РЕДАКТОРДЫҢ ОРЫНБАСАРЛАРЫ:

**КАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/rec-ord/2428551>

**ӘБИЛМАҒЖАНОВ Арлан Зайнуталлайұлы**, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы «Жанармай, катализ және электрохимия институты» АҚ Бас директоры (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

## РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ:

**ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мынжасарұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, «Фитохимия» ғылыми-өндірістік орталығы» АҚ директоры (Қарағанды, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**РАМАЗАНОВ Тілеккабыл Сәбитұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**ӘБИЕВ Руфат**, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны оңтайландыру» кафедрасының меңгерушісі (Санкт-Петербург, Ресей), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**О.ЛИВЬЕРО Росси Сесаре**, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**САНГ-СУ Квак**, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корей Биоғылым және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIBB), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Есендірұлы**, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті (Астана, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**КАЛАНДРА Пьетро**, PhD (физика), нанокүрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**БӨШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы**, PhD теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**БҮРКІТБАЕВ Мұхамбетқали**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**ӘБИШЕВ Медеу Ержанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/author/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

## ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Орталық Азия академиялық ғылыми орталығы» ЖШС (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі 05.06.2025 ж. берген № KZ93VPY00121157 Куәлік.

Тақырыптық бағыты: *физика, химия.*

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

## ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

**ЖУРИНОВ Мурат Журинович**, доктор химических наук, профессор, академик МАН и НАН РК, Генеральный директор Научно-исследовательского института нефтепереработки и нефтехимии (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2017489>

## ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2428551>

**АБИЛЬМАГЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич**, кандидат химических наук, Генеральный директор АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2024265>

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

**АДЕКЕНОВ Сергазы Мынжасарович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор АО «Научно-производственного центра «Фитохимия» (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/48648658>

**РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович**, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/13503476>

**АБИЕВ Руфат**, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1405661>

**ОЛИБЬЕРО Россин Чезаре**, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/399768>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/524462>

**САНГ-СУ Квак**, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB) (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30028581>

**БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендерович**, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/19854255>

**КАЛАНДРА Пьетро**, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/616360>

**БОШКАЕВ Куантай Авгазиевич**, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2080231>

**БУРКИТБАЕВ Мухамбетали**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/29017135>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/30353742>

**ЖУСУПОВ Марат Абжанович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/566>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/65533963>

**ТАКИБАЕВ Нурғали Жабағаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1671760>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/2023295>

**АБИШЕВ Мелеу Ержанович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>, <https://www.webofscience.com/wos/author/record/1556025>

## ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Собственник: ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр» (г. Алматы).

Свидетельство № KZ93VPY00121157 о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан **05.06.2025**Тематическая направленность: *физика, химия*.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

CONTENTS

PHYSICS

|  |     |
|--|-----|
| <b>Aimaganbetova Z.K., Kulshymbayev Y.A., Zhanturina N.N., Beketova G.K.</b><br>First-principles calculation of the electronic properties of the Double Halide Perovskite $\text{Cs}_2\text{Ag}_{0.2}\text{Na}_{0.4}\text{In}_{0.6}\text{Ti}_{0.4}\text{Cl}_6$ based on the quantum ESPRESSO software..... | 14  |
| <b>Amangeldinova S., Zhuniskhan S., Kalzhigitov N., Kurmangaliyeva V.</b><br>Study of the cluster structure of $^5\text{He}$ and $^5\text{Li}$ mirror nuclei in two-cluster approximation.....   | 35  |
| <b>Chokin K., Otunchi Ye., Kozhahmetova A., Kasenova A., Shongalova A.</b><br>Development and testing of a laboratory pyrometallurgical installation for recycling lithium-ion batteries.....  | 46  |
| <b>Issayeva A., Beisebayeva A., Madybekova G., Shynazbekova Sh., Issa A.</b><br>Comparative analysis of physico-chemical characteristics of drinking, spring and natural water in the South Kazakhstan.....  | 65  |
| <b>Kim V.Yu., Aimuratov Y.K.</b><br>Search for transient cosmic events by scanning the sky with wide-field telescopes.....   | 78  |
| <b>Koshtybayev T.B., Tatenov A.M., Aliyeva M.E., Tugelbaeva G.T., Zhanaliyeva G.Zh.</b><br>Study of the electromagnetic field based on thermodynamics principles.....  | 89  |
| <b>Mukamedenkyzy V., Akberdiyev B.</b><br>Numerical investigation of the effect of inclination angle on the stability of mechanical equilibrium in Ar–N <sub>2</sub> binary gas mixtures.....  | 105 |
| <b>Myasnikova L.N., Uzakbaeva S.S., Shanina Z.K., Bekeshev A.Z.</b><br>Kinetic properties of high-density polyethylene filled with chromium spinel powder.....   | 119 |
| <b>Nurbayev B.M., Dmitriyeva E.A., Kemelbekova A.E.</b><br>The role of low-dimensional layered structures in enhancing the stability of tin-based perovskite materials.....  | 136 |
| <b>Sattinova Z., Ermakhanova F., Assilbekov B., Taimuratova L.</b><br>Influence of various cooling conditions and heat transfer coefficients on solidification during the formation of beryllium ceramic products.....   | 149 |
| <b>Shestakova L.I., Serebryanskiy A.V., Spassyyuk R.R., Omarov Ch.T.</b><br>Search for gas of comet-meteor origin in the inner Solar System: caii ion emission.....  | 165 |
| <b>Ualikhanova U., Tursynkazy F., Syzdykova A.M., Altayeva G.S., Altaibayeva A.B.</b><br>Studying the amplitude of $f(T)$ gravitational waves using Bessel functions.....  | 179 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Zhexenbayeva G.A., Nasirova D.M., Aimanova G.K., Shomshekova S.A.</b><br>Photometric study of the symbiotic object V725 Tau.....                      | 194 |
| <b>Zhusupova N.K., Zhadyranova A.A.</b><br>Bounce cosmology in $f(T, \mathcal{T})$ gravity based on energy condition analysis.....                       | 205 |
| <b>Ziyatbekova G., Abdimanapova P., Sagyntay O., Nurym A., Ilinov R.</b><br>Using artificial intelligence to predict diseases based on medical data..... | 225 |

## CHEMISTRY

|   |     |
|---|-----|
| <b>Almassov N.Zh., Zhumagaliyeva A.N., Duisenbekov S.E., Zhakiyev N.K.</b><br>Design and optimization of hybrid renewable energy systems for<br>hydrogen production in Kazakhstan.....  | 236 |
| <b>Amangeldi B., Zhanikulov N., Taimasov B., Aitureev M.M., Dauletiyarov M.</b><br>Calculation of the Raw material composition for obtaining white Portland<br>cement clinker.....  | 251 |
| <b>Baeshov A., Tashenov E.A., Atykhanova S.B., Koshkarbayeva Sh.T.</b><br>Preparation of cadmium sulfide by electrochemical method using a composite<br>sulfur-graphite electrode.....  | 267 |
| <b>Baisalova G.Zh., Azhikhanova Zh., Taltenov A.A., Kuzhatova P.</b><br>Determination of the total phenolic content in perennial herbaceous plants<br>of the flora of Kazakhstan.....   | 277 |
| <b>Darmenbayeva A.S., Rajasekharan R., Zhussipnazarova G.M., Mukazhanova Zh.B.,<br/>Begenova B.E.</b><br>Composites based on chitosan and cellulose: synthesis, properties,<br>and application prospects.....   | 287 |
| <b>Erkasov R.Sh., Zhamkenova A.S., Sergazina S.M., Nurmukhanbetova N.N.,<br/>Kassenova N.B.</b><br>Halide-dependent modulation of hydrogen bonding in Mn(II) complexes with<br>protonated acetamide: a QAIM, NCI, and energy decomposition study..... | 304 |
| <b>Kalimoldina L.M., Shaikhova Zh.E., Kaliyeva B.K., Bubish Sh., Askarova Sh.K.</b><br>The effect of silver nanoparticles on the germination of bean, lemon, tangerine<br>and avocado seeds.....  | 320 |
| <b>Kurtebayeva A.A., Alvarez-Torrellas S., Gomes H.T., Orynbayev S.A.,<br/>Kalmakhanova M.S.</b><br>Activated-carbon-enhanced polymeric membranes for efficient elimination<br>of emerging contaminants.....  | 334 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Massenova A.T., Zhumakanova A.S., Torlopov I.I., Rakhmetova K.S., Abilmagzhanov A.Z.</b><br>Optimization of the hierarchical zeolite ZSM-5 synthesis process by steam-assisted alkaline modification..... | 350 |
| <b>Mutushev A.Zh., Nuraly A.M., Sanat A.S., Shaukharova M.A., Yessimsiitova Z.B.</b><br>The effect of light-converting films on the accumulation of bioactive compounds and the quality of fruits.....       | 366 |
| <b>Nefedov A.N., Taikenova A.T.</b><br>Current state of organic corrosion inhibitor application in oil refining.....   | 379 |
| <b>Omarov B.T., Altybayev Zh.M., Serikbayeva B.S.</b><br>Production of biohumus by vermicomposting of organic wastes and study of its agroecological effectiveness.....                                      | 399 |
| <b>Rakhman D.M., Kappasuly A., Makhayeva D.N., Kazybayeva D.S., Irmukhametova G.S.</b><br>Development and investigation of mucoadhesive hydrogels based on gellan–cysteine complexes.....                    | 414 |
| <b>Sabyrzhanova A.E., Bolatkyzy N., Berganaeva G.E., Dyusebaeva M.A.</b><br>Study of amino acids and fatty acids in the aerial part of <i>Plantago major</i> .....   | 428 |
| <b>Satayeva S., Akhmetova F., Urazova A., Aituganova S., Yerniyazova K.</b><br>The influence of PEPA concentration on the physical, mechanical, and operational properties of ED-20 epoxy adhesives.....     | 439 |
| <b>Zamanbek A.Zh., Koshkarbayeva Sh.T., Satayev M.S.</b><br>Methods of Obtaining Silver Nanoparticles and Antibacterial Properties.....  | 450 |
| <b>Zhortarova A.A., Salkeyeva L.K., Minayeva Ye.V., Ibrayev M.K., Fazylov S.D.</b><br>New possibilities for the synthesis and phosphorylation of phosphonoacetic acid ester.....                             | 462 |

## МАЗМҰНЫ

### ФИЗИКА

|  |     |
|--|-----|
| <b>Аймағанбетова З.К., Құлшымбаев Е.А., Жантурина Н.Н., Бекетова Г.К.</b><br>Quantum Espresso бағдарламасы негізінде Cs <sub>2</sub> Ag <sub>0.2</sub> Na <sub>0.4</sub> In <sub>0.6</sub> Ti <sub>0.4</sub> Cl <sub>6</sub><br>кос галогенді перовскиттің электрондық қасиеттерін бірінші принциптік есептеу..... | 14  |
| <b>Амангелдинова С., Жүнісхан С., Калжигитов Н., Курманғалиева В.</b><br>Екі кластерлік жуықтауда 5He және 5Li айналық ядроларының кластерлік<br>құрылымын зерттеу.....  | 35  |
| <b>Чокин К., Отунчи Е., Кожаметова А., Касенова А., Шонғалова А.</b><br>Литий-ионды аккумуляторларды қайта өндеуге арналған зертханалық<br>пирометаллургиялық қондырғыны әзірлеу және сынау.....   | 46  |
| <b>Исаева А.Б., Бейсебаева А.С., Мадыбекова Г.М., Шиназбекова Ш.С., Иса А.Б.</b><br>Сравнительный анализ физико-химических характеристик питьевой, родниковой<br>и природной воды юга Казахстана.....  | 65  |
| <b>Ким В.Ю., Аймуратов Е.К.</b><br>Кең бұрышты телескоптармен аспанды сканерлеу арқылы өтпелі ғарыштық<br>оқиғаларды іздеу.....  | 78  |
| <b>Коштыбаев Т.Б., Татенов А.М., Алиева М.Е., Тугелбаева Г.Т., Жаналиева Г.Ж.</b><br>Электромагниттік өрісті термодинамикалық бастамалар тұрғысында зерттеу.....   | 89  |
| <b>Мукамеденқызы В., Ақбердиев Б.</b><br>Ar–N <sub>2</sub> бинарлы газ қоспаларындағы механикалық тепе-теңдік тұрақтылығына<br>қиғаш бұрыштың әсерін сандық зерттеу.....   | 105 |
| <b>Мясникова Л.Н., Узакбаева С.С., Шанина З.К., Бекешев А.З.</b><br>Хром-шпинельді ұнтақ қосылған жоғары тығыздықты полиэтиленнің кинетикалық<br>қасиеттері.....   | 119 |
| <b>Нұрбаев Б.М., Дмитриева Е.А., Кемелбекова А.Е.</b><br>Қалайы негізіндегі перовскитті материалдардың тұрақтылығын<br>арттырудағы төменөлшемді қабатты құрылымдардың рөлі.....  | 136 |
| <b>Саттинова З., Ермаханова Ф., Асылбеков Б., Таймуратова Л.</b><br>Бериллий керамикалық бұйымдарын қалыптастыру кезінде әр түрлі салқындату<br>жағдайлары мен жылу беру коэффициенттерінің қатаюға әсері.....   | 149 |
| <b>Шестакова Л.И., Серебрянский А.В., Спасюк Р.Р., Омаров Ш.Т.</b><br>Күн жүйесінің ішкі аймағындағы комета-метеорлық тектегі газды іздеу:<br>CaII иондарының жарқырауы.....   | 165 |

**Уалиханова У.А., Тұрсынқазы Ф., Сыздықова А.М., Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б.**  
Бессель функцияларын пайдаланып  $f(T)$  гравитациялық толқындардың  
амплитудасын зерттеу.....179

**Жексенбаева Г.А., Насирова Д.М., Айманова Г.К., Шомшекова С.А**  
V725 Тау симбиотикалық объектiсiн фотометрлiк зерттеу.....194

**Жусупова Н.К., Жадыранова А.А.**  
Энергия шарттарын талдауға негiзделген  $f(T, T)$  серпiлiс космологиясы.....205

**Зиятбекова Г.З., Абдиманапова П.Б., Сағынтай О.А., Нұрым А.А., Ильинов Р.А.**  
Жасанды интеллект көмегiмен медициналық деректер бойынша  
ауруларды болжау.....225

### ХИМИЯ

**Алмассов Н.Ж., Жумагалиева А.Н., Дүйсенбеков С.Е., Жакиев Н.К.**  
Қазақстанда сутегi өндiруге арналған гибрирдiк жаңартылатын энергия жүйелерiн  
жобалау және оңтайландыру.....236

**Амангелдi Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтуреев М., Даулетияров М.**  
Ақ портландцемент клинкерiн алу үшiн шикiзат шихта құрамын есептеу.....251

**Баешов А., Ташенов Е.А., Атыханова С.Б., Кошкарбаева Ш.Т.**  
Композициялы күкiрт-графит электродын қолдану арқылы кадмий  
сульфидiн электрохимиялық әдiспен алу.....267

**Байсалова Г.Ж., Ажиханова Ж., Талтенов А.А., Құжатова П.**  
Қазақстан флорасындағы көпжылдық шөптесiн өсiмдiктердiң фенолдық  
қосылыстарының жиынтық мөлшерiн анықтау.....277

**Дарменбаева А.С., Rajasekharan R., Жусипназарова Г.М., Мукажанова Ж.Б.,  
Бегенова Б.Е.**  
Хитозан және целлюлоза негiзiндегi композиттер: синтез, қасиеттерi және қолдану  
перспективалары.....287

**Еркасов Р.Ш., Жамкенова А.С., Сергазина С.М., Нурмуханбетова Н.Н.,  
Касенова Н.Б.**  
Mn (II) кешендерiндегi сутектiк байланыстардың энергиясы мен табиғатына  
галогеннiң әсерi: QТАІМ, NCI және энергия декомпозициясы.....304

**Калимолдина Л.М., Шаихова Ж.Е., Калиева Б.К., Бубиш Ш., Аскарова Ш.К.**  
Күмiс нанобөлшектерiнiң бұршақ, лимон, мандарин, авокадо тұқымдарының  
өнуiне әсерi.....320

|  |     |
|--|-----|
| <b>Қуртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Gomes Н.Т., Орынбаев С.Ә., Калмаханова М.С.</b><br>Алаңдаушылық тудыратын ластаушы заттарды тиімді жою үшін белсендірілген<br>көмір полимерлі мембраналар..... | 334 |
| <b>Масенова А.Т., Жұмақанова А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С.,<br/>Абильмагжанов А.З.</b><br>ZSM-5 иерархиялық цеолитін бумен сілтілі модификациялау арқылы алу процесін<br>онтайландыру.....         | 350 |
| <b>Мутушев А.Ж., Нұралы Ә.М., Санат А.С., Шаукарова М.А., Есимситова З.Б.</b><br>Жарық түрлендіретін пленкалардың биоактивті қосылыстардың жинақталуына<br>және жеміс сапасына әсері.....                | 366 |
| <b>Нефедов А.Н., Тайекенова А.Т.</b><br>Мұнай өңдеу өнеркәсібінде органикалық коррозия ингибиторларын қолданудың<br>қазіргі жағдайы.....   | 379 |
| <b>Омаров Б.Т., Алтыбаев Ж.М., Серикбаева Б.С.</b><br>Органикалық қалдықтарды вермикомпостинг арқылы биогумус өндіру және<br>оның агроэкологиялық тиімділігін зерттеу.....                               | 399 |
| <b>Рахман Д.М., Қаппасұлы Ә., Махаева Д.Н., Қазыбаева Д.С., Ирмухаметова Ғ.С.</b><br>Геллан–цистеин кешендері негізінде мукоадгезиялық гидрогельдерді әзірлеу<br>және зерттеу.....                       | 414 |
| <b>Сабыржанова А.Е., Болатқызы Н., Берганаева Г.Е., Дюсебаева М.А.</b><br>Plantago Major жер үсті бөлігінің құрамындағы амин қышқылдары мен май<br>қышқылдарын зерттеу.....                              | 428 |
| <b>Сатаева С., Ахметова Ф., Уразова А., Айтуганова С., Ерниязова К.</b><br>ЭД-20 эпоксидті желімдерінің физика-механикалық және эксплуатациялық<br>қасиеттеріне ПЭПА концентрациясының ықпалы.....       | 439 |
| <b>Заманбек А.Ж., Кошкарбаева Ш.Т., Сатаев М.С.</b><br>Күміс нанобөлшектерінің алыну әдістері мен антибактериалдық қасиеттері.....   | 450 |
| <b>Жоргарова А.А., Салькева Л.К., Минаева Е.В., Ибраев М.К., Фазылов С.Д.</b><br>Фосфоносірке қышқылының эфирін синтездеу мен фосфорландырудың<br>жаңа мүмкіндіктері.....                                | 462 |

## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКА

|   |     |
|---|-----|
| <b>Аймаганбетова З.К., Кулшымбаев Е.А., Жантурина Н.Н., Бекетова Г.К.</b><br>Расчет по первому принципу электронных свойств двойного галогенидного перовскита Cs <sub>2</sub> Ag <sub>0.2</sub> Na <sub>0.4</sub> In <sub>0.6</sub> Ti <sub>0.4</sub> Cl <sub>6</sub> на основе программы Quantum Espresso..... | 14  |
| <b>Амангелдинова С., Жүнісхан С., Калжигитов Н., Курмангалиева В.</b><br>Исследование кластерной структуры зеркальных ядер <sup>5</sup> He и <sup>5</sup> Li в двухкластерном приближении.....  | 35  |
| <b>Чокин К., Отунчи Е., Кожаметова А., Касенова А., Шонгалова А.</b><br>Разработка и испытания лабораторной пирометаллургической установки для переработки литий-ионных аккумуляторов.....  | 46  |
| <b>Исаева А.Б., Бейсебаева А.С., Мадыбекова Г.М., Шиназбекова Ш.С., Иса А.Б.</b><br>Сравнительный анализ физико-химических характеристик питьевой, родниковой и природной воды юга Казахстана.....  | 65  |
| <b>Ким В.Ю., Аймуратов Е.К.</b><br>Поиск транзиентных космических событий методом сканирования неба широкоугольными телескопами.....  | 78  |
| <b>Коштыбаев Т.Б., Татенов А.М., Алиева М.Е., Тугелбаева Г.Т., Жаналиева Г.Ж.</b><br>Исследование электромагнитного поля на основе термодинамических принципов.....   | 89  |
| <b>Мукамеденкызы В., Акбердиев Б.</b><br>Численное исследование влияния угла наклона на устойчивость механического равновесия в бинарной газовой смеси Ar–N <sub>2</sub> .....  | 105 |
| <b>Мясникова Л.Н., Узакбаева С.С., Шанина З.К., Бекешев А.З.</b><br>Кинетические свойства высокоплотного полиэтилена с добавлением хром-шпинельного порошка.....  | 119 |
| <b>Нурбаев Б.М., Дмитриева Е.А., Кемелбекова А.Е.</b><br>Роль низкоразмерных слоистых структур в повышении стабильности перовскитных материалов на основе олова.....  | 136 |
| <b>Саттинова З., Ермаханова Ф., Асылбеков Б., Таймуратова Л.</b><br>Влияние различных условий охлаждения и коэффициентов теплопередачи на затвердевание при формировании бериллиевых керамических изделий.....  | 149 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Шестакова Л.И., Серебрянский А.В., Спасюк Р.Р., Омаров Ш.Т.</b><br>Поиск газа кометно-метеорного происхождения во внутренней области Солнечной Системы: Свечение ионов СаII.....             | 165 |
| <b>Уалиханова У.А., Турсынказы Ф., Сыздыкова А.М., Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б.</b><br>Изучение амплитуды $f(T)$ гравитационных волн с использованием функций Бесселя.....                     | 179 |
| <b>Жексенбаева Г.А., Насирова Д.М., Айманова Г.К., Шомшекеева С.А.</b><br>Фотометрическое исследование симбиотического объекта V725 Tau.....  | 194 |
| <b>Жусупова Н.К., Жадыранова А.А.</b><br>Космология отскока в $f(T, \mathcal{J})$ гравитации на основе анализа энергетических условий.....  | 205 |
| <b>Зиятбекова Г.З., Абдимананова П.Б., Сағынтай О.А., Нұрым А.А., Ильинов Р.А.</b><br>Использование искусственного интеллекта для прогнозирования заболеваний на основе медицинских данных..... | 225 |

## ХИМИЯ

|  |     |
|--|-----|
| <b>Алмассов Н.Ж., Жумагалиева А.Н., Дуйсенбеков С.Е., Жакиев Н.К.</b><br>Проектирование и оптимизация гибридных возобновляемых источников энергии для производства водорода в Казахстане.....        | 236 |
| <b>Амангелді Б., Жаникулов Н., Таймасов Б., Айтуреев М., Даулетияров М.</b><br>Расчёт состава сырьевой шихты для получения белого порландцементного клинкера.....                                    | 251 |
| <b>Башов А., Ташенов Е.А., Атыханова С.Б., Кошкарбаева Ш.Т.</b><br>Получение сульфида кадмия электрохимическим методом с использованием композитного сера-графитового электрода.....                 | 267 |
| <b>Байсалова Г.Ж., Ажиханова Ж., Талтенов А.А., Кужатова П.</b><br>Определение суммы фенольных соединений в многолетних травянистых растениях флоры Казахстана.....                                  | 277 |
| <b>Дарменбаева А.С., Rajasekharan R., Жусиппазарова Г.М., Мукажанова Ж.Б., Бегенова Б.Е.</b><br>Композиты на основе хитозана и целлюлозы: синтез, свойства и перспективы применения.....             | 287 |
| <b>Еркасов Р.Ш., Жамкенова А.С., Сергазина С.М., Нурмуханбетова Н.Н., Касенова Н.Б.</b><br>Влияние галогена на энергетику и природу водородных связей в Mn(II): QTAIM, NCI и энергодекомпозиция..... | 304 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>Калимолдина Л.М., Шаихова Ж.Е., Калиева Б.К., Бубиш Ш., Аскарлова Ш.К.</b><br>Влияние наночастиц серебра на прорастание семян фасоли, лимона,<br>мандарина, авокадо.....   | 320 |
| <b>Куртебаева А.А., Álvarez-Torrellas S., Gomes Н.Т., Орынбаев С.А., Калмаханова М.С.</b><br>Полимерные мембраны с активированным углем для эффективного удаления<br>загрязняющих веществ вызывающих обеспокоенность..... | 334 |
| <b>Масенова А.Т., Жұмақанова А.С., Торлопов И.И., Рахметова К.С.,<br/>Абильмагжанов А.З.</b><br>Оптимизация процесса получения иерархического цеолита ZSM-5 паровой<br>щелочной модификацией.....                         | 350 |
| <b>Мутушев А.Ж., Нуралы А.М., Санат А.С., Шаукарова М.А., Есимсиитова З.Б.</b><br>Влияние светопреобразующих плёнок на накопление биоактивных соединений<br>и качество плодов.....  | 366 |
| <b>Нефедов А.Н., Тайекенова А.Т.</b><br>Современное состояние применения органических ингибиторов коррозии<br>в нефтепереработке.....   | 379 |
| <b>Омаров Б.Т., Алтыбаев Ж.М., Серикбаева Б.С.</b><br>Получение биогумуса путем вермикомпостирования органических отходов<br>и исследование его агроэкологической эффективности.....                                      | 399 |
| <b>Рахман Д.М., Қаппасұлы Ә., Махаева Д.Н., Казыбаева Д.С., Ирмухаметова Г.С.</b><br>Разработка и исследование мукоадгезивных гидрогелей на основе комплексов<br>геллан–цистеин.....                                      | 414 |
| <b>Сабыржанова А.Е., Болаткызы Н., Берганаева Г.Е., Дюсебаева М.А.</b><br>Исследование аминокислот и жирных кислот в составе надземной<br>части <i>Plantago Major</i> .....   | 428 |
| <b>Сатаева С., Ахметова Ф., Уразова А., Айтуганова С., Ерниязова К.</b><br>Влияние концентрации ПЭПА на физические, механические и эксплуатационные<br>свойства эпоксидных клеев ЭД-20.....                               | 439 |
| <b>Заманбек А.Ж., Кошкарбаева Ш.Т., Сатаев М.С.</b><br>Методы получения наночастиц серебра и антибактериальные свойства.....  | 450 |
| <b>Жоргарова А.А., Салькева Л.К., Минаева Е.В., Ибраев М.К., Фазылов С.Д.</b><br>Новые возможности синтеза и фосфорилирования фосфонуксусного эфира.....  | 462 |

ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES  
ISSN 2224-5227  
Volume 1.  
Number 357 (2026), 179–193

<https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.413>

UDC: 524.834  
IRSTI: 29.05.45

©Ualikhanova U.\*, Tursynkazy F., Syzdykova A.M.,  
Altayeva G.S., Altaibayeva A.B., 2026.

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.  
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

### STUDYING THE AMPLITUDE OF $f(T)$ GRAVITATIONAL WAVES USING BESSEL FUNCTIONS

**Ualikhanova Ulbossyn** — PhD, senior lecturer, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Tursynkazy Fariza** — Master student, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,  
E-mail: farizatajjeva@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0002-4507-3994>;

**Syzdykova Arailym** — PhD student, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,  
E-mail: syzdykovarailym@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Altayeva Gulsinay** — Master, senior lecturer, Shokan Ualikhanov Kokshetau University, Kokshetau, Kazakhstan,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

**Altaibayeva Aziza** — PhD, associate professor, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>.

**Abstract.** In this work, we study the amplitude of gravitational waves in the framework of the  $f(T)$  theory of gravity. The  $f(T)$  theory was proposed as an alternative to general relativity, provides a way to explain phenomena such as the accelerating expansion of the Universe. By modifying the torsion scalar  $T$  in the standard framework of general relativity,  $f(T)$  theory offers a new perspective on gravitational dynamics.

We propose a method for determining the amplitude of gravitational waves using Bessel functions, which are often used in wave propagation problems. This method allows us to solve the differential equations describing gravitational waves in  $f(T)$ , express their amplitude in terms of these special functions. Our result show that the amplitude of gravitational waves in  $f(T)$  deviates significantly from that predicted by general relativity. These deviations are crucial for distinguishing between different gravity model, allow direct tests of  $f(T)$  in gravitational wave detection experiments. We investigate how changes in the parameters of the Bessel functions affect the amplitude of gravitational waves. The results show that gravitational waves are very sensitive to cosmological

parameters, which can further improve our understanding of the accelerating expansion of the Universe. This work provides valuable insights into the properties of gravitational waves in modified gravity theories and provides an opportunity to test the  $f(T)$  theory with future gravitational wave observations, contributing to the growing field of gravitational wave astronomy.

**Keywords:**  $f(T)$  gravity, gravitational waves, Bessel functions, amplitude, modified gravity

**Financing.** *This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP26101851).*

**For citations:** *Ualikhanova U., Tursynkazy F., Syzdykova A.M., Altayeva G.S., Altaibayeva A.B. Studying the Amplitude of  $f(T)$  Gravitational Waves Using Bessel Functions. Academic Journal of Physical and Chemical Sciences. 2026. No.1. Pp. 179–193. DOI: <https://doi.org/10.32014/2026.2518-1483.413>*

©Уалиханова У.А. \*, Тұрсынқазы Ф., Сыздыкова А.М.,  
Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б., 2026.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан.  
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

## БЕССЕЛЬ ФУНКЦИЯЛАРЫН ПАЙДАЛАНЫП $f(T)$ ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ АМПЛИТУДАСЫН ЗЕРТТЕУ

**Уалиханова Улбосын** — PhD, аға оқытушы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, Email: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Тұрсынқазы Фариза** — магистрант, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: farizatajjeva@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0002-4507-3994>;

**Сыздыкова Арайлым** — PhD докторант, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: syzdykovarailym@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Алтаева Гульсинай** — магистр, аға оқытушы, Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау университеті, Көкшетау, Қазақстан,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

**Алтайбаева Азиза** — PhD, қауымдастырылған профессор, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,

E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>.

**Аннотация.** Бұл жұмыста біз гравитациялық толқындардың амплитудасын гравитацияның  $f(T)$  теориясы шеңберінде зерттейміз.  $f(T)$  теориясы жалпы салыстырмалық теориясына балама ретінде ұсынылды және Әлемнің жеделдетіп кеңеюі және күңгірт энергияның жұмбақ табиғаты сияқты құбылыстарды түсіндірудің жолын ұсынады. Жалпы салыстырмалық теориясының стандартты шеңберінде бұралу скалярын  $T$  өзгерту арқылы  $f(T)$  теориясы гравитациялық динамика мен космологиялық эволюцияға жаңа перспективаны ұсынады.



Сонымен қатар толқындардың таралу есептерінде жиі қолданылатын Бессель функцияларын пайдаланып, гравитация толқындарының амплитудасын анықтау әдісін ұсынамыз. Бұл әдіс гравитациялық толқындарды сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді  $f(T)$  теориясы шеңберінде шешуге және олардың амплитудасын осы арнайы функциялар арқылы көрсетуге мүмкіндік береді. Зерттеу нәтижелері  $f(T)$  теориясындағы гравитациялық толқындардың амплитудасы жалпы салыстырмалылық болжамынан айтарлықтай ауытқығанын көрсетеді. Бұл ауытқулар гравитацияның әртүрлі теориялық модельдерін ажыратудың маңызды критерийі болып табылып, гравитациялық толқындарды тіркеу эксперименттері негізінде  $f(T)$  теориясын тікелей сынақтан өткізуге мүмкіндік береді.

Осы жұмыстың белгілі бір бөлігін Бессель функцияларының параметрлеріндегі өзгерістер гравитациялық толқындардың амплитудасына қалай әсер ететінін зерттеуге арнаймыз. Алынған нәтижелер гравитациялық толқындардың космологиялық параметрлерге жоғары дәрежеде тәуелді екенін айқындап, Ғаламның үдемелі кенеюін түсіндіретін физикалық механизмдерді нақтылай түседі. Бұл жұмыс модификацияланған гравитация теорияларындағы гравитациялық толқындардың сипаттамаларын тереңірек ашып көрсетіп, болашақтағы гравитациялық толқындарды бақылаулар негізінде  $f(T)$  теориясын сынақтан өткізуге мүмкіндік береді және гравитациялық толқындар астрономиясының дамуына елеулі үлес қосады.

**Түйін сөздер:**  $f(T)$  гравитация, гравитациялық толқындар, Бессель функциялары, амплитуда, модификацияланған гравитация

©Уалиханова У.А. \*, Турсынказы Ф., Сыздыкова А.М.,  
Алтаева Г.С., Алтайбаева А.Б., 2026.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,  
Астана, Казахстан.

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

## ИЗУЧЕНИЕ АМПЛИТУДЫ $f(T)$ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ

**Уалиханова Улбосын** — PhD, старший преподаватель, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Турсынказы Фариза** — магистрант Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: farizatajjeva@mail.ru, <https://orcid.org/0009-0002-4507-3994>;

**Сыздыкова Арайлым** — PhD докторант, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: syzdykovarailym@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Алтаева Гүльсинай** — магистр, старший преподаватель, Кокшетауский университета имени Ш.Уалиханова, Кокшетау, Казахстан,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>;

**Алтайбаева Азиза** — PhD, ассоциированный профессор, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>.

**Аннотация.** В данной работе исследуется амплитуда гравитационных волн в рамках теории гравитации  $f(T)$ . Теория  $f(T)$  рассматривается как одна из альтернатив общей теории относительности и предоставляет возможность объяснения таких явлений, как ускоренное расширение Вселенной и природа темной энергии. Модифицируя скаляр кручения  $T$  в стандартной гравитационной модели, теория  $f(T)$  предлагает новый подход к описанию гравитационной динамики и космологической эволюции. В работе предложен метод определения амплитуды гравитационных волн с использованием функций Бесселя, которые широко применяются в задачах распространения волн. Данный подход позволяет решать дифференциальные уравнения, описывающие гравитационные волны в рамках теории  $f(T)$ , и выражать их амплитуду через специальные функции. Полученные результаты показывают, что амплитуда гравитационных волн в теории  $f(T)$  существенно отличается от значений, предсказываемых общей теорией относительности. Эти различия имеют принципиальное значение для разграничения различных гравитационных моделей и открывают возможность прямой проверки теории  $f(T)$  в экспериментах по регистрации гравитационных волн. Кроме того, исследовано влияние изменения параметров функций Бесселя на амплитуду гравитационных волн. Результаты показывают, что характеристики гравитационных волн чувствительны к космологическим параметрам, что может способствовать более глубокому пониманию ускоренного расширения Вселенной. Таким образом, данная работа предоставляет ценную информацию о свойствах гравитационных волн в модифицированных теориях гравитации и создает основу для проверки теории  $f(T)$  с помощью будущих наблюдений, внося вклад в развитие гравитационно-волновой астрономии.

**Ключевые слова:**  $f(T)$  гравитация, гравитационные волны, функции Бесселя, амплитуда, модифицированная гравитация

**Кіріспе.** Гравитациялық толқындар адамзатқа Ғаламды зерттеудің жаңа перспективаларын ашатын заманауи физиканың ең маңызды жаңалықтарының бірі болып табылады. Оларды алғаш рет Альберт Эйнштейн 1916 жылы өзінің жалпы салыстырмалық теориясының (ЖСТ) бөлігі ретінде болжаған, бірақ тек 2015 жылы LIGO детекторлары арқылы тікелей анықталған. Оқиға астрофизика мен космологияда үлкен жаңалық болып, ғалымдарға электромагниттік спектрдегі бақылауларға сүйенбей, қара құрдымдар мен нейтрондық жұлдыздардың қосылуы сияқты массивтік объектілердің динамикасын зерттеуге мүмкіндік берді (Nojiri and Odintsov, 2006, 1-2; Capozziello and De Laurentis, 2011, 2).

Дегенмен, ЖС-тың жетістіктеріне қарамастан, бұл гравитацияның соңғы теориясы емес екені анық. Соңғы онжылдықтарда жалпы салыстырмалылық теориясының стандартты үлгісі аясында толық түсіндірілмейтін құбылыстарды сипаттауға бағытталған әртүрлі модификацияланған гравитация теориялары қарқынды түрде зерттелуде (Einstein, 1928, 2; Sauer, 2006, 2; Møller, 1961, 1–2). Осындай альтернативті теориялардың бірі  $f(T)$ -гравитация, гравитациялық өрістің динамикасы кеңістік-уақыттың қисықтығы арқылы емес, оның бұралуы арқылы сипатталатын

телепараллельді гравитация түрі. Кеңістік-уақыт геометриясы Риман қисықтық тензорымен анықталатын классикалық ЖСТ-дан айырмашылығы, телепараллельдік модельдер гравитация өрісінің теңдеулерінің өзгеруіне әкелетін бұралу тензорын пайдаланады (Hayashi and Nakano, 1967, 2; Cho, 1976, 2).  $f(T)$ -гравитация күңгірт энергияны енгізбестен Ғаламның үдемелі кеңеюін түсіндіруге, сондай-ақ стандартты теорияда қол жетімсіз жаңа әсерлерді болжауға қабілетті перспективалы модельдердің бірі ретінде қарастырылады. Осы әсерлердің бірі гравитациялық толқындардың скалярлық поляризациясы түрінде көрінетін қосымша еркіндік дәрежелерінің болуы. Стандартты ЖТС-де гравитациялық толқындар метрикалық тензордың бұзылуына сәйкес келетін тек екі поляризациямен – «плюс» және «крест» арқылы ұсынылған. Сонымен қатар, гравитациялық өрістің модификацияланған теориялары, соның ішінде  $f(T)$ -гравитация, LIGO/Virgo және LISA сияқты заманауи гравитациялық толқын детекторлары арқылы анықтауға болатын скалярлық поляризациялар сияқты гравитациялық ауытқулардың жаңа режимдерін енгізуі мүмкін (Aldrovandi and Pereira, 2012, 2; Maluf, 2013, 2).

Бұл зерттеу Бессель функцияларын пайдалана отырып  $f(T)$ -гравитациялық гравитациялық толқындардың қасиеттерін талдауға бағытталған. Бессель функциялары физикада сфералық симметриялы жүйелердегі толқындық процестерді сипаттау үшін кеңінен қолданылады (Ferraro and Fiorini, 2007, 2; Ferraro and Fiorini, 2008, 2; Bengochea and Ferraro, 2009, 2).

Бұл контекстте олар скалярлық гравитациялық ауытқулар үшін қозғалыс теңдеулерін аналитикалық шешуге және олардың амплитудасының өрнектерін алуға мүмкіндік береді. Зерттеудің негізгі мақсаттарына мыналар жатады:

1.  $f(T)$ -гравитация теориясы шеңберінде гравитациялық ауытқулар үшін қозғалыс теңдеулерін талдау.
2. Гравитациялық толқындардың құрылымының модификациялануынан туындайтын қосымша еркіндік дәрежелерін анықтау.
3. Өзгертілген гравитация теориясында гравитациялық толқындардың таралуын сипаттайтын теңдеулерді шешу барысында Бессель функцияларын қолдану.
4. Алынған теориялық болжамдарды LIGO/Virgo және LISA детекторларында күтілетін бақылау нәтижелерімен салыстыру.

Осы мақсаттарға жету үшін гравитациялық ауытқулардың қозғалыс теңдеуі  $f(T)$  функциясымен байланысты массалық мүшені қамтитын есептің сфералық симметриялы тұжырымы қарастырылады (Linder, 2010, 2; Cai et al., 2016, 2). Нәтижесінде теңдеу сфералық Бессель теңдеуіне эквивалент түрге келтіріледі, оның шешімі осы теориядағы гравитациялық толқындардың амплитудасының әрекеті туралы түсінік береді (Abbott et al., 2016, 1; Abbott et al., 2017, 1). Гравитациялық толқындардың таралу жылдамдығына және ірі масштабты құрылымға қойылатын бақылаулық шектеулерді пайдалана отырып, модификацияланған гравитация модельдерінің параметрленуі қарастырылып, олардың көпшілігі космологиялық үдеуді  $\Lambda$ CDM-нен тыс түсіндіруге елеулі шектеулерге тап болатыны көрсетіледі (Lombriser and Taylor, 2016, 2; Lombriser and Lima, 2016, 2). Сфералық Бессель

қозғалысы теориясы гравитациялық өзара әсердің амплитудасына негізделген гравитация теориясы тұжырымдамасына сүйенеді (Chakraborty et al., 2018, 2).

Мақалада келтірілген математикалық есептеулер мен физикалық тұжырымдарды қадағалауды жеңілдету үшін, төмендегі 1-кестеде негізгі шартты белгілеулер мен олардың сипаттамалары жүйеленіп көрсетілген.

1-кесте. Негізгі белгілеулер мен символдық анықтамалар

| Белгілеу     | Сипаттамасы  |
|--------------|--|
| $f(T)$       | Бұралу скалярының ерікті функциясы                                 |
| $T$          | Бұралу скаляры   |
| $T_{\mu\nu}$ | Энергия-импульс тензор   |
| $\square$    | Д'Аламбер операторы (толқындық оператор)                           |
| $h(r, t)$    | Гравитациялық толқынның амплитудасы                                |
| $m$          | $f(T)$ теориясындағы скалярлық еркіндік дәрежесінің тиімді массасы |
| $\omega$     | Гравитациялық толқынның циклдік жиілігі                            |
| $k$          | Толқындық сан  |
| $J_n(kr)$    | Бірінші текті сфералық Бессель функциясы                           |
| $Y_n(kr)$    | Екінші текті сфералық Бессель функциясы                            |
| $\rho_{GW}$  | Гравитациялық толқынның энергия тығыздығы                          |
| $r$          | Радиалды координат (қашықтық)                                      |
| $A, B$       | Шекаралық шарттармен анықталатын ерікті тұрақтылар                 |

**Зерттеу материалдары.** *Негізгі теңдеулер.*  $f(T)$ -гравитациялық толқындар мына түрдегі теңдеулермен сипатталады:

$$\square h_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}, \quad (1)$$

мұндағы  $\square$  – Д'Аламбер операторы,  $T_{\mu\nu}$  – энергия-импульс тензоры,  $S_{\mu\nu}$  –  $f(T)$  және оның туындыларына байланысты қосымша мүшелер.

Метрикасы бар радиалды таралатын толқын үшін:

$$ds^2 = -dt^2 + (1 + h_{rr})dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2)$$

скалярлық ауытқуды  $h_{rr}(r, t)$  енгіземіз.

*Ауытқу теңдеуі.* Үш өлшемді декарттық координаттардағы толқындық теңдеудің жалпы түрі:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \nabla^2 h = 0 \quad (3)$$

Сфералық симметрия жағдайында ықшамдаудан кейін теңдеу келесі түрде өрнектеледі:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + m^2 h = 0 \quad (4)$$

мұндағы  $m^2$  - f(T)-ның нақты түріне байланысты еркіндік дәрежесінің скалярлық тиімді массасы.

**Әдістері.** Бессель функциялары арқылы шешу.

Гармоникалық уақытқа тәуелділік үшін  $h(r, t) = \psi(r)e^{i\omega t}$  теңдеу келесідей болады:

Мұндағы  $h(r, t)$  - радиалды координат  $r$  және  $t$  уақытына тәуелді функцияны көрсетеді.  $\psi(r)$  - кеңістік бөлігін сипаттайды,  $e^{i\omega t}$  -  $\omega$  жиілігі бар уақыт бөлігін сипаттайды.

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\psi(r)e^{i\omega t}) - \nabla^2 (\psi(r)e^{i\omega t}) + m^2 \psi(r)e^{i\omega t} = 0 \quad (5)$$

Уақыт бойынша туынды:  $(\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\psi(r)e^{i\omega t}))$ . Кеңістіктік бөлік (сфералық координаталардағы лаплас операторы):  $\nabla^2 (\psi(r)e^{i\omega t}) = e^{i\omega t} \left( \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} \right)$   
Онда:

$$-\omega^2 \psi(r)e^{i\omega t} - e^{i\omega t} \left( \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} \right) + m^2 \psi(r)e^{i\omega t} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} + (\omega^2 - m^2) \psi = 0 \quad (7)$$

Бұл теңдеудің шешімі сфералық Бессель функциясы болып табылады:

$$\psi(r) = \frac{u(r)}{r} \quad (8)$$

Тұрақты коэффициенттері бар екінші ретті сызықтық біртекті дифференциалдық теңдеу. Оның сипаттамалық теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + (\omega^2 - m^2) u = 0 \quad (9)$$

$$\psi(r) = A \frac{J_1(kr)}{r} + B \frac{Y_1(kr)}{r}, \quad (10)$$

мұндағы  $k = \sqrt{\omega^2 - m^2}$ ,  $\omega$  – толқын жиілігі,  $m$  – тиімді масса,  $A$  және  $B$  – ерікті тұрақтылар,  $J_1(kr)$  және  $Y_1(kr)$  бірінші және екінші ретті Бессель функциялары.

*Шекаралық шарттар.* Физикалық шешімдер үшін шекаралық шарттарды қою керек:

1. Шексіздік:  $h(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , ол  $Y_1(kr)$  жоққа шығарады, өйткені бұл функция  $r$ -дің үлкен мәндері үшін алшақтайды.

2. Орталық:  $h(r \rightarrow 0)$  соңғы болып қалады,  $J_1(kr)$  функциясы толықтырады, өйткені  $J_1(kr) \sim kr/2$  болғанда  $kr \rightarrow 0$ .

Осылайша, шешім келесі түрге ие болады:

$$h(r, t) = A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t}. \quad (11)$$

*Энергия тығыздығы.* Толқынның энергия тығыздығын энергия импульсінің тензоры арқылы есептеуге болады:

Егер  $h(r, t) = R(r)T(t)$ , онда:

$$T_{00} = \frac{1}{2} \left( R^2(r)T^2(t) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial r R(r)T(t)}{\partial r} \right)^2 + m^2 R^2(r)T^2(t) \right) \quad (12)$$

Мұндағы  $R(r)$  радиалды функция.

$$T_{00} = \frac{1}{2} \left( R^2(r)T^2(t) + \frac{1}{r^2} T^2(t) \left( R(r) + r \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right)^2 + m^2 R^2(r)T^2(t) \right) \quad (13)$$

$$R(r) = AJ_1(kr) + BY_1(kr) \quad (14)$$

Шешімді  $h(r, t)$  ауыстырып, Бессель функцияларынан үлесті табамыз.

*Гравитациялық толқынның энергия тығыздығын есептеу.* Жалпы салыстырмалылық теориясы мен оның модификацияларында,  $f(T)$  гравитациясы сияқты, энергияның таралуы энергия-импульс тензорымен  $T_{\mu\nu}$  сипатталады. Энергия тығыздығы  $\rho_{\text{GW}}$  осы тензордың уақыттық компонентіне  $T_{00}$  сәйкес келеді:

$$T_{00} = \frac{1}{2} \left( \dot{h}^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial(rh)}{\partial r} \right)^2 + m^2 h^2 \right) \quad (15)$$

мұндағы  $h(r, t)$  шешімімен берілген:

$$h(r, t) = A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t} \quad (16)$$

$J_1(kr)$  - бірінші текті Бессель функциясы,  $k = \sqrt{\omega^2 - m^2}$ ,  $A$  – ерікті тұрақты.

Кинетикалық энергия  $\dot{h}^2$

Егер

$$\dot{h}(r, t) = \frac{\partial}{\partial t} \left( A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t} \right) = i\omega A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t} \quad (17)$$

Онда:

$$\dot{h}^2 = \left( i\omega A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t} \right) \left( -i\omega A \frac{J_1(kr)}{r} e^{-i\omega t} \right) \quad (18)$$

$$(i\omega A) \cdot (-i\omega A) = -i^2 \omega^2 A^2 = \omega^2 A^2 \quad (19)$$

$$\dot{h}^2 = \omega^2 A^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2} \quad (20)$$

Кеңістіктік қисықтық  $\frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial(rh)}{\partial r} \right)^2$

$\frac{\partial(rh)}{\partial r}$  есептейміз:

$$rh = A J_1(kr) e^{i\omega t}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial(rh)}{\partial r} = A \frac{\partial J_1(kr)}{\partial r} e^{i\omega t} = A k J_1'(kr) e^{i\omega t}. \quad (22)$$

Онда:

$$\frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial(rh)}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{r^2} |A k J_1'(kr)|^2 = A^2 k^2 \frac{J_1'^2(kr)}{r^2}. \quad (23)$$

Массаның үлесі  $m^2 h^2$

$$h^2 = \left| A \frac{J_1(kr)}{r} \right|^2 = A^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2}, \quad (24)$$

$$m^2 h^2 = m^2 A^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2}. \quad (25)$$

$T_{00}$  үшін толық формула

Барлық үлестерді қорытындылай келе, келесі мәнді аламыз:

$$T_{00} = \frac{1}{2} \left( \omega^2 A^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2} + A^2 k^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2} + m^2 A^2 \frac{J_1^2(kr)}{r^2} \right). \quad (26)$$

Ортақ факторды шығарайық:

$$T_{00} = \frac{A^2}{2r^2} (\omega^2 J_1^2(kr) + k^2 J_1^2(kr) + m^2 J_1^2(kr)). \quad (27)$$

$k^2 = \omega^2 - m^2$  қатынасын енгізсек:

$$T_{00} = \frac{A^2}{2r^2} ((\omega^2 + m^2) J_1^2(kr) + (\omega^2 - m^2) J_1^2(kr)). \quad (28)$$

Гравитациялық толқынның энергия тығыздығы  $T_{00}$  бірінші текті  $J_1(kr)$  және олардың туындылары  $J(kr)$  Бессель функциялары арқылы өрнектеледі.  $T_{00}$  -ге негізгі үлесті толқын жиілігі  $\omega$ , тиімді массасы  $m$  және олардың  $k^2$ -мен байланысты комбинациялары қосады. Бұл гравитация толқындарының сипаттамаларын талдау үшін сандық есептеулерді жүргізуге мүмкіндік береді.

Неліктен уақытқа тәуелділік жойылады?

$h(r, t)$  уақытқа тәуелділік  $h(r, t) = A \frac{J_1(kr)}{r} e^{i\omega t}$  шешімінде сақталады. Мұндағы  $e^{i\omega t}$  гармоникалық уақытқа тәуелділікті білдіреді. Дегенмен,  $T_{00}$  өрнегін ауыстырған кезде уақытты орташалау қарастырылады, себебі энергия тығыздығы біз үшін орташа мән ретінде қарастырылады.  $e^{i\omega t}$  түріндегі гармоникалық функциялар үшін келесі қатынас орындалады:

$$|e^{i\omega t}|^2 = e^{i\omega t} e^{-i\omega t} = 1 \quad (29)$$

Бұл  $T_{00}$  өрнегіндегі айқын уақытқа тәуелділіктің жойылуына әкеледі, бірақ соңғы формуладағы жиілік  $\omega$  арқылы уақыт факторы ескеріледі. Осылайша,  $h(r, t)$  уақытқа тәуелділік жойылмайды және оның үлесі орташалау арқылы тиімді түрде ескеріледі.

**Нәтижелер мен талқылау.** *Сандық есептеулер.* Модельді есептеу параметрлері:

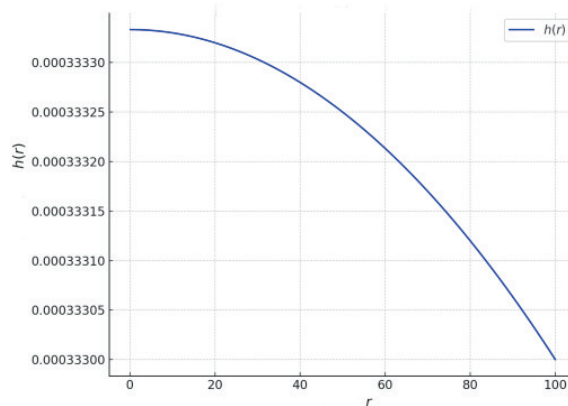
- Толқын жиілігі  $\omega = 10^{-3}$  Гц (LISA шегінде);
- Тиімді масса  $m = 10^{-3}$  эВ (күнгірт энергия үлгілеріне тән);
- Радиусы:  $r \in [0,1,100]$ .

Бессель функцияларын есептеу және графикті салу үшін Python кітапханасын (SciPy) қолданамыз. Сандық есептеу нәтижесінде келесі мәндер алынды:

- Максималды амплитудасы:  $h_{\max} \approx 0,00033$ ;
- Ең аз амплитудасы:  $h_{\min} \approx 0,00033$ ;
- Максималды амплитудаға қол жеткізілетін радиус:  $r_{\max} = 0,1$ .

### $h(r)$ тәуелділік графигі

Төмендегі суретте толқын амплитудасының  $h(r)$  радиусына  $r$  тәуелділігінің графигі көрсетілген.



Сурет 1.  $f(T)$  гравитация теориясындағы гравитациялық толқынның  $h(r)$  амплитудасы

1-суретте көрсетілген  $h(r)$  амплитудасының радиалды қашықтыққа тәуелділігі  $f(T)$  теориясының өзіндік ерекшеліктерін айқындайды. Графиктен көрініп тұрғандай,  $r$  мәні артқан сайын толқын амплитудасының біртіндеп төмендеуі байқалады. Бұл құбылыс бірінші текті Бессель функциясының ( $J_n$ ) қасиетіне негізделген: энергия көзден алыстаған сайын сфералық бет бойынша таралып, амплитудалық мәні азаяды. Сонымен қатар,  $f(T)$  моделіндегі тиімді массаның ( $m$ ) болуы толқынның таралу сипатын Жалпы салыстырмалылық теориясынан (ЖСТ) өзгешелендіреді. Егер ЖСТ-да гравитациялық толқындар массасыз болып, жарық жылдамдығымен тараса,  $f(T)$  шеңберіндегі скалярлық режимдер дисперсияға ұшырауы мүмкін. Графиктегі қисықтың баяу өзгеруі таңдалған төмен жиілікті

( $10^{-3}$  Гц) LISA диапазонында толқынның тұрақтылығын және оны болашақ детекторлар арқылы тіркеудің теориялық мүмкіндігін көрсетеді.

### **Сандық нәтижелерді физикалық интерпретациялау және детекторлармен салыстыру**

Зерттеу барысында алынған сандық мәліметтер  $f(T)$  гравитациясы шеңберіндегі гравитациялық толқындардың қазіргі эксперименттік шектеулерге сәйкестігін анықтауға мүмкіндік береді:

I. **Детекторлардың сезімталдығымен салыстыру.** Есептеулерде қолданылған  $10^{-3}$  Гц жиілігі болашақ LISA ғарыштық детекторының оңтайлы жұмыс диапазонына сәйкес келеді. Алынған максималды амплитуда мәні  $h_{\max} \approx 0,00033$  теориялық тұрғыдан өте жоғары болып көрінгенімен, бұл мән таңдалған тиімді масса  $m = 10^{-22}$  эВ мен бастапқы шарттарға тікелей тәуелді. LIGO/Virgo детекторлары тіркейтін жоғары жиілікті ( $10$ - $1000$  Гц) толқындармен салыстырғанда, біздің модельдегі төмен жиілікті скалярлық режимдер  $f(T)$  теориясының космологиялық масштабтағы әсерлерін (мысалы, Әлемнің үдемелі кеңеюін) зерттеуге қолайлы.

II. **Тиімді массаның ( $m$ ) физикалық рөлі.** Модельдегі  $m = 10^{-22}$  эВ мәні күңгірт энергияның қасиеттерін сипаттайтын «жеңіл» скалярлық өрістерге тән. Жалпы салыстырмалылық теориясында гравитациялық толқындар массасыз болып саналады, ал  $f(T)$  теориясындағы бұл массалық мүше толқынның таралу жылдамдығының жарық жылдамдығынан ( $c$ ) сәл өзгеше болуына әкеледі. Бұл айырмашылықты GW170814 сияқты оқиғалардан алынған деректермен салыстыру арқылы  $f(T)$  параметрлеріне қатаң шектеу қоюға болады.

III. **Скалярлық поляризацияның маңызы.** ЖСТ тек екі тензорлық поляризацияны болжаса, біздің зерттеуіміз  $f(T)$  гравитациясында қосымша скалярлық режимдердің болатынын растайды. Бессель функцияларымен сипатталған амплитуданың радиалды кемуі (1-сурет) энергияның кеңістікте таралуын көрсетеді. Егер болашақ детекторлар «қосу» және «айқас» поляризацияларынан тыс сигналдарды тіркесе, бұл  $f(T)$  сияқты модификацияланған теориялардың тікелей дәлелі болмақ.

**Қорытынды.** Бұл жұмыста кеңістік-уақыт геометриясын қисықтықпен емес, бұралумен сипаттайтын модификацияланған гравитация теориясы  $f(T)$  шеңберінде гравитациялық толқындардың теориялық қасиеттері зерттелді. Негізгі назар гравитациялық ауытқулардың қозғалыс теңдеулерін зерттеуге және оларды сипаттау үшін Бессель функцияларын қолдануға аударылады. Зерттеу нәтижелері  $f(T)$ -гравитацияда гравитациялық толқындар стандартты ЖСТ-да кездеспейтін қосымша поляризацияға ие болуы мүмкін екенін көрсетеді. Атап айтқанда, гравитациялық толқындардың жазылған сигналдарына әсер ете алатын скалярлық режимдердің пайда болуы мүмкін. Бұл жаңа поляризациялар гравитациялық өріс теңдеулерінің модификациясынан туындайтын қосымша еркіндік дәрежелерімен байланысты. Сандық талдау гравитациялық толқындардың қозғалыс теңдеуінің шешімін сфералық Бессель функциялары арқылы өрнектеуге болатынын көрсет-

ті. Бірінші текті Бессель функциялары физикалық реалистік шешімдердің шекаралық шарттарын қанағаттандыра отырып, сфералық симметриялы тұжырымда толқындық ауытқулардың динамикасын сипаттауға мүмкіндік береді.

Алынған теориялық болжамдарды гравитациялық толқын детекторларында мүмкін болатын бақылаулармен салыстыру келесі қорытындыларға әкелді:

1.  $f(T)$ -гравитациялық гравитациялық толқындардың қосымша поляризациялары өзгертілген гравитация теорияларын тексеруге мүмкіндік беретін болашақ эксперименттік бақылаулар арқылы анықталуы мүмкін.

2. Гравитациялық толқындардың амплитудасын зерттеу олардың кеңістік-уақыттағы таралу ерекшеліктерін айқындауға мүмкіндік береді.

3. Алынған сандық нәтижелер мен гравитациялық толқындардың байқалатын сипаттамалары арасындағы келісім  $f(T)$  функциясының қолайлы формаларын растай немесе шектей алады, бұл гравитацияның баламалы модельдерінің қасиеттерін нақтылауға көмектеседі.

Нәтижесінде, жүргізілген зерттеу  $f(T)$ -гравитация теориясының гравитациялық толқын детекторлары көмегімен эксперименттік тұрғыдан тексеруге болатын ықтимал байқалатын әсерлерге ие екенін айқындайды. Бұл телепараллельді гравитацияны одан әрі теориялық және эксперименттік зерттеулер үшін қызықты және перспективалы салаға айналдырады.

Болашақта жұмысты бірнеше бағытта кеңейтуге болады:

- Анизотропты кернеулердің әсерін қамтитын гравитациялық толқындарының модельдерін теориялық тұрғыдан талдау.

- Модификацияланған гравитациялық толқындардың қара құрдым және нейтрондық жұлдыздар сияқты астрофизикалық объектілермен әрекеттесуін зерттеу.

- Телепараллельдік теорияларда гравитациялық толқындардың таралуын модельдеудің дәлірек сандық әдістерін жасау. Осылайша,  $f(T)$ -гравитация аясында гравитациялық толқындардың қазіргі және болашақтағы бақылауларын пайдалану арқылы оларды тексеру тәсілдерін айқындап, альтернативті гравитациялық модельдерді зерттеуге маңызды үлес қосады.

#### Әдебиеттер

Aldrovandi R., Pereira J.G. (2012) Teleparallel Gravity An Introduction. Springer Dordrechts (in Eng).

Bengochea G.R., Ferraro R. (2009) Dark torsion as the cosmic speedup. Phys.Rev. D. – Vol. 79. – P. 124019. DOI: 10.1103/PhysRevD.79.124019 (in Eng).

Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. (2016)  $f(T)$  teleparallel gravity and cosmology. Rept.Prog.Phys. – Vol. 79. – P. 106901. DOI: 10.1088/00344885/79/10/106901 (in Eng).

Capozziello S. De Laurentis M. (2011) Extended Theories of Gravity. Phys.Rept. – Vol. 509. – P. 167–321. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.09.003 (in Eng).

Chakraborty S., Chakravarti K., Bose S., Sen Gupta S. (2018) Signatures of extra dimensions in gravitational waves from black hole quasinormal modes. Phys.Rev.D. – Vol. 97. – P. 104053. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.104053 (in Eng).

Cho Y.M. (1976) Einstein Lagrangians Translational YangMills Lagrangian. Phys.Rev. D. – Vol. 14. – P. 2521-2525 (in Eng).

Einstein A. (1928) Riemann Geometry maintaining the concept of distant parallelism. Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. – Vol. 17. – P. 217-221 (in Eng).

Ferraro R., Fiorini F. (2007) Modified teleparallel gravity Inflation without inflaton. Phys.Rev.D. – Vol. 75. – P.084031. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.084031 (in Eng).

- Ferraro R., Fiorini F. (2008) On Born-Infeld Gravity in Weitzenböck spacetime. *Phys.Rev.D.* – Vol. 78. – P. 124019. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.124019 (in Eng).
- Hayashi K. Nakano T. (1967) Extended translational invariance and associated gauge fields. *Prog. Theor.Phys.* – Vol. 38. – P. 491-507 (in Eng).
- Hohmann M., Krššák M., Pfeifer C., Ualikhanova U. (2018) Propagation of gravitational waves in teleparallel gravity theories. *Phys.Rev.D.* – Vol. 98. – P. 124004. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.124004 (in Eng).
- Linder E.V. (2010) Einsteins Other Gravity and the Acceleration of the Universe. *Phys.Rev.D.* – Vol. 81. – P. 127301. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.127301 (in Eng).
- Lombriser L., Lima N.A. (2017) Challenges to Self-Acceleration in Modified Gravity from Gravitational Waves LargeScale Structure. *Phys.Lett.B.* –Vol. 765. – P. 382-385. DOI: 10.1016/j.physletb.2016.12.048 (in Eng).
- Lombriser L., Taylor A. (2016) Breaking a Dark Degeneracy with Gravitational Waves. *JCAP.* – Vol. 03. – P. 031. DOI: 10.1088/14757516/2016/03/031 (in Eng).
- Maluf J.W. (2013) The teleparallel equivalent of general relativity. *Annalen Phys.* – Vol. 525. – P. 339-357. DOI: 10.1002/andp.201200272 (in Eng).
- Møller C. (1961) Conservation Laws Absolute Parallelism in General Relativity. *K. Dan. Vidensk. Selsk.Mat.Fys.Skr.* – Vol. 1. – №10. – P. 1-50 (in Eng).
- Nojiri S. Odintsov S.D. (2007) Introduction to modified gravity gravitational alternative for dark energy. *Int.J.Geom.Meth.Mod.Phys.* – Vol. 4. – P. 115. DOI: 10.1142/S0219887807001928 (in Eng).
- Sauer T. (2006) Field equations in teleparallel spacetime Einsteins distant parallelism approach to unified field theory. *Historia Math.* – Vol. 33. – P. 399-439. DOI: 10.1016/j.hm.2005.11.005 (in Eng).
- Virgo LIGO Scientific Collaboration Abbott B.P. et al. (2016) Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys.Rev.Lett.*– Vol. 116. – P. 061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102 (in Eng).
- Virgo LIGO Scientific Collaboration Abbott B.P. et al. (2017) GW170814 A ThreeDetector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence. *Phys.Rev.Lett.* – Vol. 119. – P. 141101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.141101 (in Eng).

### References

- Aldrovandi R., Pereira J.G. (2012) *Teleparallel Gravity An Introduction*. Springer Dordrechts (in Eng).
- Bengochea G.R., Ferraro R. (2009) Dark torsion as the cosmic speedup. *Phys.Rev. D.* – Vol. 79. – P. 124019. DOI: 10.1103/PhysRevD.79.124019 (in Eng).
- Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. (2016)  $f(T)$  teleparallel gravity and cosmology. *Rept.Prog.Phys.* – Vol. 79. – P. 106901. DOI: 10.1088/00344885/79/10/106901 (in Eng).
- Capozziello S. De Laurentis M. (2011) Extended Theories of Gravity. *Phys.Rept.* – Vol. 509. – P. 167–321. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.09.003 (in Eng).
- Chakraborty S., Chakravarti K., Bose S., Sen Gupta S. (2018) Signatures of extra dimensions in gravitational waves from black hole quasinormal modes. *Phys.Rev.D.* – Vol. 97. – P. 104053. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.104053 (in Eng).
- Cho Y.M. (1976) Einstein Lagrangians Translational YangMills Lagrangian. *Phys.Rev. D.* – Vol. 14. – P. 2521-2525 (in Eng).
- Einstein A. (1928) Riemann Geometry maintaining the concept of distant parallelism. *Sitzber. Preuss. Akad. Wiss.* – Vol. 17. – P. 217-221 (in Eng).
- Ferraro R., Fiorini F. (2007) Modified teleparallel gravity Inflation without inflaton. *Phys.Rev.D.* – Vol. 75. – P.084031. DOI: 10.1103/PhysRevD.75.084031 (in Eng).
- Ferraro R., Fiorini F. (2008) On Born-Infeld Gravity in Weitzenböck spacetime. *Phys.Rev.D.* – Vol. 78. – P. 124019. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.124019 (in Eng).
- Hayashi K. Nakano T. (1967) Extended translational invariance and associated gauge fields. *Prog. Theor.Phys.* – Vol. 38. – P. 491-507 (in Eng).
- Hohmann M., Krššák M., Pfeifer C., Ualikhanova U. (2018) Propagation of gravitational waves in teleparallel gravity theories. *Phys.Rev.D.* – Vol. 98. – P. 124004. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.124004 (in Eng).



Linder E.V. (2010) Einsteins Other Gravity and the Acceleration of the Universe. *Phys.Rev.D.* – Vol. 81. – P. 127301. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.127301 (in Eng).

Lombriser L., Lima N.A. (2017) Challenges to Self-Acceleration in Modified Gravity from Gravitational Waves LargeScale Structure. *Phys.Lett.B.* –Vol. 765. – P. 382-385. DOI: 10.1016/j.physletb.2016.12.048 (in Eng).

Lombriser L., Taylor A. (2016) Breaking a Dark Degeneracy with Gravitational Waves. *JCAP.* – Vol. 03. – P. 031. DOI: 10.1088/14757516/2016/03/031 (in Eng).

Maluf J.W. (2013) The teleparallel equivalent of general relativity. *Annalen Phys.* – Vol. 525. – P. 339-357. DOI: 10.1002/andp.201200272 (in Eng).

Møller C. (1961) Conservation Laws Absolute Parallelism in General Relativity. *K. Dan. Vidensk. Selsk.Mat.Fys.Skr.* – Vol. 1. – №10. – P. 1-50 (in Eng).

Nojiri S. Odintsov S.D. (2007) Introduction to modified gravity gravitational alternative for dark energy. *Int.J.Geom.Meth.Mod.Phys.* – Vol. 4. – P. 115. DOI: 10.1142/S0219887807001928 (in Eng).

Sauer T. (2006) Field equations in teleparallel spacetime Einsteins distant parallelism approach to unified field theory. *Historia Math.* – Vol. 33. – P. 399-439. DOI: 10.1016/j.hm.2005.11.005 (in Eng).

Virgo LIGO Scientific Collaboration Abbott B.P. et al. (2016) Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys.Rev.Lett.*– Vol. 116. –P. 061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102 (in Eng).

Virgo LIGO Scientific Collaboration Abbott B.P. et al. (2017) GW170814 A ThreeDetector Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Coalescence. *Phys.Rev.Lett.* – Vol. 119. – P. 141101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.141101 (in Eng).

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the Central Asian Academic Research Center LLP**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the journals of the Central Asian Academic Research Center LLP implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The Central Asian Academic Research Center LLP follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the Central Asian Academic Research Center LLP.

The Editorial Board of the Central Asian Academic Research Center LLP will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

**[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)  
ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)  
<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>**

Ответственный редактор *А. Ботанқызы*  
Редакторы: *Д.С. Аленов, Т. Апендиев*  
Верстка на компьютере *Г.Д. Жадырановой*

Подписано в печать 16.03.2026.

Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
18,0 п.л. Заказ 1.