

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

**ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

**№4  
2025**

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

2025 • 4



**ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND  
CHEMICAL SCIENCES**

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

**Editor-in-Chief:**

**ZHURINOV Murat Zhurinovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Acting President of RPA NAS RK, General Director of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky" (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Editorial Board:**

**KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the International Science and Production Holding "Phytochemistry" (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich**, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**ABIEV Rufat**, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**OLIVIERO Rossi Cesare**, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**TIGINYANU Ion Mihailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**SANG SU Kwak**, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**BERSIMBAYEV Rakhmetkazi Iskenderovich**, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**CALANDRA Pietro**, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**BOSHKAEV Kuantai Avgazyevich**, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**BURKITBAEV Mukhambetkali**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ZHUSUPOV Marat Abzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**KOVALEV Alexander Mikhailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**KHARIN Stanislav Nikolaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**DAVLETOV Askar Erbulanovich**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Branch of NRNU MEPhI Kazakh National University named after Al-Farabi (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**ABISHEV Medeu Erzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich**, PhD in Chemistry, First Deputy Director General of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

**ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES.****ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)**

Owner: «Central Asian Academic Research Center» LLP (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan № **KZ93VPY00121157** issued **05.06.2025**Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

**Бас редактор:**

**ЖУРЫНОВ Мұрат Жұрынулы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР ҰҒА РҚБ президенті м.а., АҚ «Д.В. Сокольский атындағы Отын, катализ және электрохимия институтының» бас директоры (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Редакция ұжымы:**

**ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нүрәліұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мыңжасарұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, «Фитохимия» халықаралық ғылыми-өндірістік холдингінің директоры (Қарағанды, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**РАМАЗАНОВ Тілекқабұл Сәбитұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**ӘБИЕВ Руфат**, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны онтайландыру» кафедрасының меңгерушісі, (Санкт-Петербург, Ресей) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**ОЛИВЬЕРО Россин Сезаре**, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**САНГ-СУ Квак**, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корей Биоғылым және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIBB), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері, (Дэчон, Корея) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Ескендірұлы**, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. (Астана, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**КАЛАНДРА Пьетро**, PhD (физика), нанокүрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**БОШКАЕВ Қуанғай Ағвазыұлы**, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**Бүркітбаев Мұхамбетқали**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович**, физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, ҰЯЗУ МИФИ әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**ӘБІШЕВ Медеу Ержанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**ӘБІЛМАҒЖАНОВ Арпан Зайнуталлайұлы**, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы "Отын, катализ және электрохимия институты" АҚ Бас директорының бірінші орынбасары, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

**ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Орталық Азия академиялық ғылыми орталығы» ЖШС (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі **05.06.2025 ж.** берген № **KZ93VPY00121157** Күзлік.

Тақырыптық бағыты: *физика, химия.*

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

**Главный редактор:**

**ЖУРИНОВ Мурат Журинович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. президента РОО НАН РК, Генеральный директор АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского» (Алматы, Казахстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Редакционная коллегия:**

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**АДЕКЕНОВ Сергазы Мынжасарович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор Международного научно-производственного холдинга «Фитохимия» (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович**, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**АБИЕВ Руфат**, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**ОЛИБЬЕРО Росси Чезаре**, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**САНГ-СУ Квак**, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB), (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендерович**, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**КАЛАНДРА Пьетро**, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**БОШКАЕВ Куантай Авгазиевич**, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**БҮРКИТБАЕВ Мухамбеткали**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ЖУСУПОВ Марат Абжанович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович**, кандидат физико-математических наук, доцент, Филиал НИЯУ МИФИ Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**АБИШЕВ Медеу Ержанович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**АБИЛЬМАГЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич**, кандидат химических наук, первый заместитель генерального директора АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

**ACADEMIC JOURNAL OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES**

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Собственник: ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр» (г. Алматы).

Свидетельство № KZ93VPY00121157 о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан **05.06.2025**Тематическая направленность: *физика, химия*.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© ТОО «Центрально-азиатский академический научный центр», 2025

CONTENTS

PHYSICS

**U.A. Ualikhanova, Y.Y. Kurban, A.M. Syzdykova, A.B. Altaibayeva, G.S. Altayeva**  
Dynamical systems analysis of the Starobinsky cosmological model.....11

**M.B. Zhassybayeva, Z. Myrzakulova, M. Abeuova**  
Darboux transformation for the two-layer M-LXXII equation.....24

**G.K. Beketova, N.N. Zhanturina, Z.K. Aimaganbetova**  
Cs<sub>2</sub>AgBiBr<sub>6</sub> double halide perovskites as advanced materials for high-efficiency solar cells.....38

**L.I. Shestakova, R.R. Ruslan Spassyuk**  
Spectral studies of the k-f corona interface at 5000–6000 Å.....52

**A. Khazhidinova, A. Khazhidinov**  
On the issue of fuel consumption of a thermal power plant.....66

**T.B. Koshtybayev, K.K. Zhantleuov, M.E. Aliyeva**  
Greens function in the theory of quantum fluids.....77

**A.V. Serebryanskiy, Ch.B. Akniyazov, Ch.T. Omarov, S. Sittykova, D. Kadyrova**  
Analysis of lunar impact flashes statistics.....91

**G.T. Omarova, Zh.T. Omarova**  
The Lagrange - Jacobi equation and its application to the N - body problem.....105

**Zh. Muratkhan, M. Khassanov**  
Methods for estimation of stellar wind parameters in high-mass X-ray binary systems with neutron stars.....113

**V. Mukamedenkyzy, A. Izbasar, A. Aqikat**  
Investigation of structured flows induced by concentration-driven convection in ternary gases systems.....127

**K. Saurova, S. Nysanbaeva, G. Turlybekova**  
Modeling of the optical system of a star tracker for accurate spacecraft attitude determination.....140

## CHEMISTRY

- B.S. Serikbayeva, M.S. Satayev, N.K. Sarypbekova**  
Study of the electroplating process on polypropylene using a conductive layer.....157
- A.P. Auyeshov, Ch.Z. Yeskibayeva, A.K. Dikanbayeva**  
Resource-efficient utilization of serpentinite waste for magnesium sulfate production.....172
- A.K. Kozybaev, Zh.D. Alimkulova, S.O. Abilkasova**  
Kinetic and thermodynamic studies of heavy metal adsorption onto water-washed Ca-montmorillonite clay.....184
- A.Abdрахmanova, V. Krivchenko, A. Sabitova1, B. Kuderina**  
DOL-enhanced electrolytes as a route to stable anodes in Li–V<sub>2</sub>O<sub>5</sub> systems.....196
- B.K. Massalimova, A.S. Shayakhmetova, A.S.Darmenbayeva**  
Water resources of Northern Kazakhstan: environmental monitoring and sustainable anagement.....208
- A. Rakhimov, N. Zhanikulov, B. Taimasov, E. Potapova, A.K. Sviderskiy**  
Investigation of lead slag processing waste as raw material for cement industry.....227
- L.M. Kalimoldina, K.Zh. Zhalgasbayev, A.S. Dauletbayev**  
Comparative study of industrial wastewater treatment methods.....241
- A. Nurlan, S.R. Konuspayev, T.S. Abildin, K. Toshtay**  
Transformations of hydrocarbons during the hydrogenation of gasoline containing benzene.....256
- G.J. Baisalova, B.K. Yertay, A.A. Taltenov, P. Kuzhatova, G. Saspugayeva**  
A quantitative determination of the phenol compounds sum in the thallus of *Parmelia sulcata*.....274
- B.E. Myrzabekov, A.B. Makhanbetov, T.E. Gaipov, B.S. Abzhalov, N.N. Nurgaliyev**  
Electrochemical reduction of manganese (II) ions on titanium and lead electrodes.....286
- A.S. Darmenbayeva, G.M. Zhussipnazarova, R. Reshmy, Zh.B. Mukazhanova, V.A. Rube**  
Biocoatings based on flax stem cellulose and their properties.....298

## МАЗМҰНЫ

## ФИЗИКА

<b>У.А. Уалиханова, Е.Е. Құрбан, А.М. Сыздыкова, А.Б. Алтайбаева, Г.С. Алтаева</b> Старобинскийдің космологиялық моделін динамикалық жүйелер арқылы талдау.....	11
<b>М.Б. Жасыбаева, Ж. Мырзақұлова, М. Абеуова</b> Қос қабатты М-LXXII теңдеуі үшін дарбу түрлендіруі.....	24
<b>Г.К. Бекетова, Н.Н. Жантурина, З.К. Аймағанбетова</b> Cs <sub>2</sub> AgBiBr <sub>6</sub> қос галоидты перовскиттер: күн батареяларына арналған тиімділігі жоғары жаңа озық материалдары.....	38
<b>Л.И. Шестакова, Р.Р. Спасюк</b> 5000–6000 Å диапазонында k- және f-короналар арасындағы өтпелі аймақты спектрлік зерттеу.....	52
<b>А. Хажидинова, А. Хажидинов</b> Жылу электр станциясының отын тұтыну мәселесі.....	66
<b>Т.Б. Қоштыбаев, К.Қ. Жантлеуов, М.Е. Алиева</b> Кванттық сұйықтар теориясындағы Грин функциялары.....	77
<b>А.В. Серебрянский, Ч.Б. Акниязов, Ч.Т. Омаров, С. Ситтыкова, Д. Кадырова</b> Айдың беткі қабатына метеоридтардың соқтығысуын статистикалық тұрғыдазерттеу.....	91
<b>Г.Т. Омарова, Ж.Т. Омарова</b> Лагранж – Якоби тундеуі және оны N -денелі есепке қолдану.....	105
<b>Ж. Мұратхан, М. Хасанов</b> Нейтрон жұлдыздары бар массивті рентгендік екілік жүйелердегі жұлдыздық жел параметрлерін бағалау әдістері.....	113
<b>В. Мукамеденқызы, А. Избасар, А. Ақиқат</b> Үшкомпонентті газ жүйелеріндегі концентрациялық конвекцияның әсерінен құрылымдық ағындардың пайда болуын зерттеу.....	127
<b>К. Саурова, С. Нысанбаева, Г. Турлыбекова</b> Ғарыш аппараттарының ориентациясын нақты анықтау үшін жұлдыз сенсорының оптикалық жүйесін модельдеу.....	140

## ХИМИЯ

**Б.С. Серикбаева, М.С. Сагаев, Н.К. Сарыпбекова**

Электрөткізгіш қабатты қолданып, полипропиленге гальваникалық қаптама алу процесін зерттеу.....157

**А.П. Ауешов, Ч.З. Ескибаева, А.К. Диканбаева**

Серпентинит қалдығынан магний сульфатын алудың техникалық-экономикалық зерттеуі.....172

**А.К. Қозыбаев, Ж.Д. Әлімқұлова, С.О. Әбілқасова**

Сумен жуылған са-монтмориллонит сазында ауыр металдардың сорбциясының кинетикасы мен термодинамикасы.....184

**А. Абдрахманова, В. Кривченко, А. Сабитова, Б. Кудерина**Li–V<sub>2</sub>O<sub>5</sub> жүйесіндегі тұрақты анодтарға қол жеткізуге арналған DOL-мен модификацияланған электролиттер.....196**Б.К. Масалимова, А.С. Шаяхметова, А.С. Дарменбаева**

Солтүстік Қазақстанның су ресурстары: экологиялық мониторинг және ұтымды басқару.....208

**А. Рахимов, Н. Жаникулов, Б. Таймасов, Е. Потапова, А.К. Свидерский**

Цемент өнеркәсібі үшін шикізат ретінде қорғасын қожын өндеу қалдықтарын зерттеу.....227

**Л.М. Калимолдина, Қ.Ж. Жалғасбаев, А.С. Даулетбаев**

Өнеркәсіптік сарқынды суларды тазартудың әдістерін салыстырмалы түрде зерттеу.....241

**Ә. Нұрлан, С.Р. Конуспаев, Т.С. Абильдин, К. Тоштай**

Құрамында бензол бар бензинді гидрлеу кезінде көмірсутектердің өзгеруі.....256

**Г.Ж. Байсалова, Б.К. Ертай, А.А.Талтенов, П. Кужатова, Г.Е. Саспугаева***PARMELIA SULCATA* талломындағы фенолды қосылыстардың жиынтық мөлшерін сандық анықтау.....274**Б.Э. Мырзабеков, А.Б. Маханбетов, Т.Э. Гаипов, Б.С. Абжалов, Н.Н. Нұрғалиев**

Марганец (II) ионының титан және қорғасын электродында электрохимиялық тотықсыздануы.....286

**А.С. Дарменбаева, Г.М. Жусипназарова, Р. Решми, Ж.Б. Мукажанова, В.А. Рубе**

Зығыр сабағынан алынған целлюлоза негізіндегі биожабындар және олардың қасиеттері.....298



## СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКА

<b>У.А. Уалиханова, Е.Е. Курбан, А.М. Сыздыкова, А.Б. Алтайбаева, Г.С. Алтаева</b> Анализ космологической модели старобинского с помощью динамических систем.....	11
<b>М.Б. Жасыбаева, Ж. Мырзакулова, М. Абеуова</b> Преобразование Дарбу для двухслойного уравнения M-LXXII.....	24
<b>Г.К. Бекетова, Н.Н. Жантурина, З.К. Аймаганбетова</b> Cs <sub>2</sub> AgBiVg <sub>6</sub> : двойные галоидные перовскиты как передовые материалы для высокоэффективных солнечных элементов .....	38
<b>Л.И. Шестакова, Р.Р. Спасюк</b> Спектральные исследования области перехода между К и F короной в диапазоне 5000–6000Å.....	52
<b>А. Хажидинова, А. Хажидинов</b> К вопросу о расходе топлива на тепловой электростанции.....	66
<b>Т.Б. Коштыбаев, К.К. Жантлеуов, М.Е. Алиева</b> Функции Грина в теории квантовых жидкостей .....	77
<b>А.В. Серебрянский, Ч.Б. Акниязов, Ч.Т. Омаров, С. Ситтыкова, Д. Кадырова</b> Исследование статистики ударов метеороидов о поверхность луны .....	91
<b>Г.Т. Омарова, Ж.Т. Омарова</b> Уравнение Лагранжа – Якоби и его применение к задаче N -тел.....	105
<b>Ж. Муратхан, М. Хасанов</b> Методы оценки параметров звездного ветра в массивных двойных рентгеновских системах с нейтронными звездами.....	113
<b>В. Мукамеденкызы, А. Избасар, А. Акикат</b> Исследование возникновения структурированных течений, обусловленных концентрационной конвекцией в трёхкомпонентных газовых системах.....	127
<b>К. Саурова, С. Нысанбаева, Г. Турлыбекова</b> Моделирование оптической системы звёздного датчика для точного определения ориентации космических аппаратов.....	140

## ХИМИЯ

- Б.С. Серикбаева, М.С. Сатаев, Н.К. Сарыпбекова**  
Исследование процесса гальванопокрытия на полипропилене с использованием электропроводного слоя.....157
- А.П. Ауешов, Ч.З. Ескибаева, А.К. Диканбаева**  
Технико-экономическое исследование получения сульфата магния из серпентинитового отхода.....172
- А.К. Козыбаев, Ж.Д. Алимкулова, С.О. Абилкасова**  
Кинетика и термодинамика сорбции тяжелых металлов на промытой водой кальциево-монтмориллонитовой глине.....184
- А. Абдрахманова, В. Кривченко, А. Сабитова, Б. Кудерина**  
DOL – модифицированные электролиты как путь к стабильным анодам в системах  $Li-V_2O_5$ .....196
- Б.К. Масалимова, А.С. Шаяхметова, А.С. Дарменбаева**  
Водные ресурсы Северного Казахстана: экологический мониторинг и устойчивое управление.....208
- А. Рахимов, Н. Жаникулов, Б. Таймасов, Е. Потапова, А.К. Свицерский**  
Исследование отходов переработки свинцового шлака в качестве сырья для цементной промышленности.....227
- Л.М. Калимолдина, К.Ж. Жалгасбаев, А.С. Дәулетбаев**  
Сравнительное исследование методов очистки промышленных сточных вод.....241
- А. Нурлан, С.Р. Конуспаев, Т.С. Абильдин, К. Тоштай**  
Превращения углеводов при гидрировании бензина, содержащего бензол.....256
- Г.Ж. Байсалова, Б.К. Ертай, А.А.Талтенов, П. Кужатова, Г.Е. Саспугаева**  
Количественное определение суммы фенольных соединений в талломе *PARMELIA SULCATA*.....274
- Б.Э. Мырзабеков, А.Б. Маханбетов, Т.Э. Гайпов, Б.С. Абжалов, Н.Н. Нургалиев**  
Электрохимическое восстановление ионов марганца (II) на титановом и свинцовом электродах.....286
- А.С. Дарменбаева, Г.М. Жусипназарова, Р. Решми, Ж.Б. Мукажанова, В.А. Рубе**  
Биопокрытия на основе целлюлозы из стебля льна и их свойства.....298

ACADEMIC JOURNAL  
OF PHYSICAL AND CHEMICAL SCIENCES  
ISSN 2224-5227  
Volume 4.  
Number 356 (2025), 11–23

<https://doi.org/10.32014/2025.2518-1483.380>

FTMP 29.05.45  
ӘОЖ 524.834

©U.A. Ualikhanova\*, Y.Y. Kurban, A.M. Syzdykova, A.B. Altaibayeva,  
G.S. Altayeva, 2025.

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.  
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

## DYNAMICAL SYSTEMS ANALYSIS OF THE STAROBINSKY COSMOLOGICAL MODEL

**Ualikhanova Ulbossyn** — PhD, senior lecturer of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Kurban Yermakhan** — 2nd year master's student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: kuermahan@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6639-0437>;

**Syzdykova Arailym** — PhD student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: syzdykovarailym@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Altaibayeva Aziza** — PhD, associate professor of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>;

**Altayeva Gulsinay** — Master of Natural Sciences, senior lecturer of the department of mathematics, physics and computer science, Shokan Ualikhanov Kokshetau University, Kokshetau, Kazakhstan,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>.

**Abstract.** We analyze the main stages of the evolution of the Universe within the framework of modified gravity theories. The study relies on the metric-affine approach, in which the metric and the affine connection are treated as independent variables. This formalism generalizes the standard metric description and makes it possible to include effects of torsion and non-metricity, leading to a broader class of cosmological field equations. Using the expansion rate, the deceleration parameter, and the dark energy density, we show that the Universe initially experienced a decelerated expansion phase dominated by matter. As time progressed, influence of dark energy increased and eventually initiated the transition to accelerated expansion. We consider  $f(R)$  gravity model with a quadratic modification of the Ricci scalar. In the metric-affine formulation, this model gains additional degree of freedom due to independent variation of the connection. This extension allows for a more flexible quantitative description of

the evolution of the Universe's dynamical parameters. Numerical results indicate that contribution of dark energy was very small in the early Universe but grew steadily and today constitutes about 70% of total energy density. Our findings agree with current observations and support hypothesis that dark energy will remain dominant component, driving further acceleration of cosmic expansion. This study shows that modified gravity theories, including their metric-affine generalizations, can serve as viable alternatives to the standard  $\Lambda$ CDM model. Future work may include more detailed observational tests of the proposed model and refinement of the parameters that govern the expansion dynamics of the Universe.

**Keywords:** cosmology, dark energy, dark matter, observational constraints,  $f(R)$  gravity

©У.А. Уалиханова\*, Е.Е. Құрбан, А.М. Сыздыкова,  
А.Б. Алтайбаева, Г.С. Алтаева, 2025.

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан.

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

## СТАРОБИНСКИЙДІҢ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛІН ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕР АРҚЫЛЫ ТАЛДАУ

**Уалиханова Улбосын** — PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының аға оқытушысы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,  
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Құрбан Ермахан** — Жалпы және теориялық физика кафедрасының 2 курс магистранты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,  
E-mail: kuermahan@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6639-0437>;

**Сыздыкова Арайлым** — Жалпы және теориялық физика кафедрасының PhD студенті, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,  
E-mail: syzdykovarailym@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Алтайбаева Азиза** — PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының қауымдастырылған профессоры, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,  
E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>;

**Алтаева Гульсинай** — Жаратылыстану ғылымдары магистрі, математика, физика және информатика кафедрасының аға оқытушысы, Ш.Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау университеті, Көкшетау, Қазақстан,

E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>.

**Аннотация.** Бұл жұмыста біз модификацияланған гравитация теориялары аясында Ғалам эволюциясының негізгі кезеңдерін талдаймыз. Атап айтқанда, зерттеу метрико-аффиндік гравитация тәсіліне сүйенеді, онда метрика мен аффиндік байланыс тәуелсіз айнымалылар ретінде қарастырылады. Мұндай формализм стандартты метрикалық сипаттаманы кеңейтіп, бұралу мен аффинділік емес үлесін ескеруге мүмкіндік береді, нәтижесінде космологиялық теңдеулердің неғұрлым жалпы құрылымы алынады. Үдемелі ұлғаюды, бәсеңдеу параметрін және күңгірт энергия тығыздығын сипаттайтын теңдеулерді қолдана отырып, біз Ғаламның бастапқыда материя басым болған баяу ұлғаю фазасын басынан

өткергенін көрсетеміз. Уақыт өте келе күңгірт энергияның әсері күшейіп, үдемелі ұлғаю кезеңіне алып келді. Біз Риччи скалярының квадраттық модификациясы бар  $f(R)$  гравитация моделін қарастырамыз; бұл модель метрика-аффиндік формализмде байланыс үшін тәуелсіз вариациялық анықтауға қатысты қосымша еркіндік дәрежесін иеленеді. Мұндай жалпыланған модель Ғаламның динамикалық параметрлерінің эволюциясын неғұрлым икемді сандық сипаттауға мүмкіндік береді. Сандық есептеулер ерте Ғаламда күңгірт энергияның үлесі өте төмен болғанын, бірақ біртіндеп өсіп, бүгінде жалпы энергия тығыздығының шамамен 70%-ын құрайтынын растайды. Біздің нәтижелер бақылаулармен үйлеседі және болашақта күңгірт энергияның үстемдігі жалғасып, ғарыштық кеңеюдің одан әрі үдеуіне әкелетінін растайды. Бұл зерттеу модификацияланған гравитация теориялары, соның ішінде олардың метрико-аффиндік жалпыламалары, космологиялық эволюцияны түсіндіруде стандартты  $\Lambda$ CDM моделіне өміршең балама бола алатынын көрсетеді. Болашақ зерттеулер ұсынылған модельді астрономиялық бақылаулар арқылы егжей-тегжейлі тексеруді және Ғаламның ұлғаю динамикасын анықтайтын негізгі параметрлерді нақтылауды қамтуы мүмкін.

**Түйін сөздер:** космология, күңгірт энергия, күңгірт материя, бақылау шектері,  $f(R)$  гравитация

*Алғыс:* зерттеу Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландыруымен жүзеге асты (жоба № AP26101851).

©У.А. Уалиханова\*, Е.Е. Курбан, А.М. Сыздыкова,  
А.Б. Алтайбаева, Г.С. Алтаева, 2025.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,  
Астана, Казахстан.

E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com

## АНАЛИЗ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТАРОБИНСКОГО С ПОМОЩЬЮ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**Уалиханова Улбосын** — PhD, старший преподаватель кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,  
E-mail: ulbossyn.ualikhanova@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2351-0658>;

**Курбан Ермахан** — магистрант 2 курса кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,  
E-mail: kuermahan@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6639-0437>;

**Сыздыкова Арайлым** — PhD докторант кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,  
E-mail: syzdykovarailym@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8999-6566>;

**Алтайбаева Азиза** — PhD, ассоциированный профессор кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,  
E-mail: aziza.ltaibayeva@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9254-7027>;

**Алтаева Гүлсинай** — магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры математики, физики и информатики, Кокшетауский университет имени Ш. Уалиханова, Кокшетау, Казахстан, E-mail: gulsinay.altayeva@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2611-7413>.

**Аннотация.** В этой работе мы анализируем ключевые этапы эволюции Вселенной в рамках модифицированных теорий гравитации. В частности, исследование опирается на подход метрико-аффинной гравитации, в котором метрика и аффинное соединение рассматриваются как независимые переменные. Такой формализм расширяет стандартное метрическое описание и позволяет учитывать вклад кручения и неаффинности, что приводит к более общей структуре космологических уравнений. Используя уравнения, описывающие ускорение расширения, параметр замедления и плотность тёмной энергии, мы демонстрируем, что Вселенная изначально испытала фазу замедленного расширения, в которой доминировала материя. Со временем влияние тёмной энергии стало доминирующим, что привело к фазе ускоренного расширения. Мы рассматриваем модель гравитации  $f(R)$  с квадратичной модификацией скаляра Риччи, которая в метрико-аффинном формализме приобретает дополнительную степень свободы, связанную с независимым вариационным определением связи. Такая обобщённая модель даёт более гибкое количественное описание эволюции динамических параметров Вселенной. Численные расчёты подтверждают, что в ранней Вселенной вклад тёмной энергии был незначительным, но постепенно увеличивался и теперь составляет примерно 70% от общей плотности энергии. Наши результаты согласуются с данными наблюдений и подтверждают гипотезу о том, что тёмная энергия продолжит доминировать в будущем, приводя к дальнейшему ускорению космического расширения. Это исследование подчёркивает, что модифицированные теории гравитации, включая их метрико-аффинные обобщения, могут служить жизнеспособными альтернативами стандартной модели  $\Lambda$ CDM при объяснении космологической эволюции. Дальнейшие исследования могут включать более детальную проверку предложенной модели посредством астрономических наблюдений и уточнения ключевых параметров, управляющих динамикой расширения Вселенной.

**Ключевые слова:** космология, темная энергия, темная материя, наблюдательные ограничения,  $f(R)$  гравитация

**Кіріспе.**  $f(R)$  гравитация сияқты модификацияланған гравитация теориялары іргелі космологиялық бақылауларды, соның ішінде Ғаламның үдемелі ұлғайуын түсіндірудің балама тәсілдерін береді. Бұл модельдер гравитация әрекетіне Риччи скалярынан сызықтық емес функцияларды енгізу арқылы жалпы салыстырмалық теориясын (ЖСТ) қорытады (Nojiri, 2011, 2; Davies, 1980, 2; Riess, 1998, 3; Dimopoulos, 2021, 3). Космологиялық тұрақтының болуын болжайтын классикалық Эйнштейн моделінен айырмашылығы,  $f(R)$  теориялары гравитацияның динамикалық эволюциясын қарастырады, бұл күңгірт энергияны енгізудің қажеті жоқ кейінгі кезеңдегі космологиялық ұлғаюды түсіндіруге мүмкіндік береді (Gamonal, 2021, 3).



Бұл жұмыста  $f(R)$  — гравитация шеңберінде алынған негізгі теңдеулерді қарастырамыз және олардың Ғаламның үдемелі ұлғайуы үшін салдарын талдаймыз. Атап айтқанда, біз Лагранж және Гамильтон формализмін пайдалана отырып, Фридман-Лемейтр-Робертсон-Уолкер (ФРЛУ) метрикасындағы масштаб факторының динамикасын зерттейміз. Бұл метрикадағы Риччи скалярының өрнегі осы өзгертілген теория шеңберінде Ғаламның эволюциясын сипаттайтын қозғалыс теңдеулерін алуға мүмкіндік береді. Біздің талдауымыздың негізгі аспектілерінің бірі үдемелі және баяуланған ұлғаю режимдерінің ауысуын зерттеу болып табылады (Capozziello, 2016, 3; Capozziello, 2008, 2). Бұл ауысу модельдің гравитациялық және космологиялық компоненттері арасындағы тепе-теңдікті анықтайтын масштаб факторының екінші туындысының белгісінің өзгеруімен байланысты. Біз  $f(R)$  функциялардың белгілі бір кластары үшін ұзақ мерзімді үдемелі кеңейтуді немесе тербелмелі шешімді қоса алғанда, әртүрлі эволюция сценарийлері мүмкін екенін көрсетеміз. Зерттеудің тағы бір маңызды бөлігі күңгірт энергияның эффективті күй параметрін және фантомдық шекарадан өту құбылысын талдау болып табылады — қарапайым күңгірт энергияны ( $w > -1$ ) фантомнан ( $w < -1$ ) бөлетін шекара. Біз  $w_{DE}$  күй параметрінің теңдеуі Ғаламның болашақ тағдырын модельдеуде маңызды рөл атқаратын осы шекараны динамикалық түрде кесіп өтуге болатын жағдайларын қарастырамыз (Capozziello, 1996, 2; Paliathanasis, 2019, 2).

Соңында біз Хаббл параметрі  $H$ , баяулау параметрі  $q$  және жалпы тығыздық балансының теңдеуіне зат пен күңгірт энергияның әртүрлі құрамдас бөліктерінің үлесі сияқты бақылау параметрлерін зерттейміз. Бұл параметрлер теориялық болжамдарды бақылау деректерімен байланыстыруға және  $f(R)$  модельдерінің заманауи космологияға жақсы сәйкес келетінін анықтауға мүмкіндік береді. Осылайша, бұл жұмыс  $f(R)$  — гравитацияның іргелі аспектілерін және оның Ғаламның динамикасына әсерін, оның ішінде үдемелі ұлғаю мен фазалық ауысуларды зерттеуге бағытталған (Paragiannopoulos, 2018, 2; Cataneo, 2016, 3).

**Зерттеу материалдары.**  $f(R)$  гравитация әрекетін келесі өрнек арқылы жазамыз

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} f(R). \quad (1)$$

(1) теңдеудегі модель үшін масштаб факторының түрін біртекті және изотропты Ғаламдағы сфералық координаталардағы Фридман-Лемейтр-Робертсон-Уолкер (ФЛРУ) метрикасымен сипаттап келесідей жазуға болады (Nojiri, 2011, 3; Kumar, 2023, 2)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (2)$$

мұндағы  $a(t)$  — масштаб коэффициенті және  $k$  — кеңістіктің қисықтық параметрі. Бұл метрикада Риччи скаляры төмендегі теңдеу арқылы жазылады

$$R = -6(\dot{H} + 2H^2) = -6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2}\right]. \quad (3)$$

Космологиялық теңдеулерді шығару үшін канондық лагранжды  $\mathcal{L} = \mathcal{L}(a, \dot{a}, R, \dot{R})$  анықтауға болады, мұндағы  $Q = \{a, R\}$  — конфигурация кеңістігі, ал  $\mathcal{T}Q = \{a, \dot{a}, R, \dot{R}\} - \mathcal{L}$  сәйкес анықталған жанама байлам (Qi, 2023, 2).

Олай болса жоғарыдағы теңдеулерді пайдала отырып, келесідей теңдеу аламыз

$$S = 4\pi \int dt \mathcal{L}(a, \dot{a}, R, \dot{R}). \quad (4)$$

(4) теңдеуге (3), (1) теңдеулерді қойып  $a$  және  $R$  тәуелсіз айнымалыларына сәйкес Лагранж көбейткіші алынған теңдеуді аламыз

$$S = 4\pi \int dt \left\{ a^3 f(R) - \lambda \left[ R + 6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

(5) теңдеуді  $R$  бойынша туынды алу арқылы  $\lambda$  Лагранж көбейткішін келесідей анықтаймыз

$$\lambda = a^3 f'(R). \quad (6)$$

$f_R = \frac{df}{dR}$  дегеніміз  $f(R)$  функциясының  $R$ -ге қатысты туындысы.

**Әдістері.** (6) теңдеуді (5) теңдеудің орына қоя отырып, бөлшектері бойынша интегралдағаннан кейін Лагранжды табамыз

$$\mathcal{L} = a^3 [f(R) - Rf'(R)] + 6a^2 f''(R) \dot{a} \dot{R} + 6f'(R) a \dot{a}^2 - 6ka f'(R). \quad (7)$$

Кейін  $a$  және  $R$  тәуелсіз айнымалылары және Эйлер-Лагранж теңдеуі  $\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{a}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a}$  арқылы келесідей теңдеулерді анықтаймыз

$$2 \left( \frac{\ddot{a}}{a} \right) + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{a^2} = -p \quad (8)$$

және

$$f''(R) \left\{ R + 6 \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{a^2} \right] \right\} = 0. \quad (9)$$

Атап айтқанда, (9) теңдеуді Лагранж көбейткіші арқылы алынған терминдерде баламалауға болады, ол әдістің сәйкестігін қамтамасыз етеді. Сонымен қатар, Гамильтондық шектеулерді келесідей жазамыз

$$E_{\mathcal{L}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{a}} \dot{a} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{R}} \dot{R} - \mathcal{L} = 0. \quad (10)$$

(10) теңдеу космологиялық эволюцияны сипаттайтын өрнек болып табылады және Ғаламның ұлғаюын табамыз

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{1}{3}\rho. \quad (11)$$

Жоғарыдағы теңдеулерді қолдана отырып, біз қысымды

$$p = \frac{1}{f'(R)} \left\{ 2 \left(\frac{\dot{a}}{a}\right) \dot{R} f''(R) + \ddot{R} f''(R) + \dot{R}^2 f'''(R) - \frac{1}{2} [f(R) - R f'(R)] \right\} \quad (12)$$

және тығыздықты келесідей анықтаймыз

$$\rho = \frac{1}{f'(R)} \left\{ \frac{1}{2} [f(R) - R f'(R)] - 3 \left(\frac{\dot{a}}{a}\right) \dot{R} f''(R) \right\}. \quad (13)$$

**Нәтижелер мен талқылау.** *Ғаламның үдемелі ұлғаюы.*  $f(R)$  гравитациясы үшін маңызды сұрақтардың бірі, ол Ғаламның үдемелі ұлғаю кезеңін қолдайды ма және баяулау мен үдемелеу арасында ауысулар бар ма? Осы сұрақтар қазіргі таңда ең өзекті мәселе болып табылады. Бұл сұраққа шешім табу үшін, ең алдымен Хаббл параметрінің уақытқа тәуелді теңдеуін жазамыз (Hohmann, 2017, 4)

$$\dot{H} = \frac{d}{dt} \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\ddot{a}a - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{\ddot{a}}{a} - H^2. \quad (14)$$

Демек, (14) теңдеуден үдеу арқылы келесідей анықтаймыз

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H} = -\frac{1}{6}(\rho + 3p) = 0. \quad (15)$$

(13) және (12) теңдеулерді (15) теңдеуге апарып қоямыз

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6f_R} \left[ -\frac{1}{2} (f(R) - f_R R) - 2f_{RR} \dot{R} H + 3f_{RR} \ddot{R} + 3f_{RRR} \dot{R}^2 \right]. \quad (16)$$

Енді біз үдемелеу мен баяулау арасындағы ауысуға, атап айтқанда  $\ddot{a} = 0$  сызығы арқылы өтетін фазалық кеңістік траекторияларына назар аударамыз. (18) теңдеу нөлге тең болатын шарттарды табу үшін

$$-\frac{1}{6f_R} \left\{ -f(R) + f_R R + 3f_{RR} \dot{R} H + 3f_{RR} \ddot{R} + 3f_{RRR} \dot{R}^2 \right\} = 0, \quad (17)$$

яғни келесідей шарт орындалуы керек

$$f(R) + f_R R + 3f_{RR} \dot{R} H + 3f_{RR} \ddot{R} + 3f_{RRR} \dot{R}^2 = 0. \quad (18)$$

*Ықтимал шарттар:*

Тривиалды жағдай  $f_R \neq 0$ , әйтпесе теңдеу анықталмайды.

(17) теңдеудегі жақша нөлге тең болуы керек, ал бұл өз кезегінде келесі шарттың орындалуына алып келеді

$$f(R) = f_R R. \quad (19)$$

Бұл  $f(R)$  функциясы осы қатынасты қанағаттандыратынын білдіреді

$$3f_{RR}\dot{R}H + 3f_{RR}\ddot{R} + 3f_{RRR}\dot{R}^2 = 0 \quad (20)$$

және  $\dot{R}$  және  $\ddot{R}$  динамикалық мүшелерінің бірін-бірі жоққа шығаруын талап етеді.

Ерекше жағдайлар:

Егер  $\dot{R} = 0$  және  $\ddot{R} = 0$  болса, онда теңдеу келесі түрге ықшамдалады

$$f_R R = f(R). \quad (21)$$

Егер  $H = 0$  болса, тек қалған мүшелері қалады.

Ескере кететін жағдай,  $H = 0$  үшін бұл шарт  $\dot{H} = 0$  алып келіп, тұрақты нүктеге сәйкес келеді, сондықтан бұл жағдайда ешқандай ауысу болмайды. Осылайша, ауысулар тек  $H \neq 0$  кезде, келесідей теңдеу арқылы орындалады

$$H = \frac{3f_{RR}\ddot{R} + 3f_{RRR}\dot{R}^2 - \frac{1}{2}(f(R) - Rf_R)}{2f_{RR}\dot{R}}. \quad (22)$$

*Күңгірт энергия және фантомдық шекара*

Енді күңгірт энергия мен фантомды шекараны өту шарттарын анықтау үшін тиімді баротропты индексті келесідей жазамыз

$$w_{DE} = \frac{p}{\rho}. \quad (23)$$

(13) және (12) теңдеулерді (23) теңдеуге апарып қойғанда алатынымыз

$$w_{DE} = \frac{-\frac{1}{2}(f(R) - Rf_R) + 2f_{RR}\dot{R}H + f_{RR}\ddot{R} + f_{RRR}\dot{R}^2}{\frac{1}{2}(f(R) - Rf_R) - 3f_{RR}\dot{R}H}. \quad (24)$$

Мұнда бізді әсіресе баротроптық индекс -1 мәнінен аз немесе үлкен бе, әлде осы екі мүмкіндіктің арасында динамикалық түрде өзгертін  $H = H^*$  бар ма деген сұрақ қызықтырады.  $w_{DE} = -1$  критикалық мән фантомдық және фантомдық емес күңгірт энергия деп аталатын энергиялар шекарасы болып табылады, сондықтан «фантомдық шекара» ретінде де белгілі.

Келесідей шарт орындалғанда

$$H^{\times} = \frac{f_{RR}\ddot{R} + f_{RRR}\dot{R}^2}{f_{RR}\dot{R}} \quad (25)$$

$w_{DE} = -1$  тең болады, яғни фантомды шекара байқалады.

*Баяулау параметрі  $q$*

Біз енді осы космологиялық модель шеңберінде Ғаламның эволюциясын сипаттайтын негізгі параметрлерді зерттейміз. Біздің модельде күңгірт энергия тығыздығының параметрі

$$\Omega_{DE} = 1 - \frac{f_{RR}\dot{R} - f(R)}{6H^2 f_R}. \quad (26)$$

Бұл теңдеу модификацияланған гравитацияда күңгірт энергия космологиялық тұрақтыдан емес, қосымша қисықтық скалярынан келетінін көрсетеді.

Дәстүрлі түрде кеңістіктік қисықтықпен байланысты  $\Omega_r$  параметрі де анықталады. Дегенмен, бұл параметр біздің модель үшін бірдей жоғалады, өйткені біз FLRW кеңістіктік тегіс кеңістік-уақытпен шектелеміз. Нәтижесінде параметрлер шектеу теңдеуін қанағаттандыратын келесідей теңдеу аламыз:

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_{DE} = 1. \quad (27)$$

Мұндағы  $\Omega_m$  - зат тығыздығының параметрі,  $\Omega_r$  - сәуле шығару тығыздығының параметрі,  $\Omega_{DE}$  - күңгірт энергия тығыздығының параметрі.

Бұл теңдеу Ғаламның энергия балансын білдіреді және барлық компоненттердің қосындысы 1-ге тең болуы керек екенін көрсетеді, бұл стандартты космологиядағы жалпақ Ғаламға сәйкес келеді.

Бақыланатын параметрлердің тағы бір маңызды жиынтығы,  $H$  Хаббл параметрі арқылы өрнектелген  $q$  баяулау параметрі. Оны келесідей теңдеу арқылы жазамыз:

$$q = -1 - \frac{\ddot{H}}{H^2} = \frac{1}{6f_R H^2} \left[ -\frac{1}{2}(f(R) - f_{RR}\dot{R}) - 2f_{RR}\dot{R}H + 3f_{RR}\ddot{R} + 3f_{RRR}\dot{R}^2 \right]. \quad (28)$$

Бұл теңдеу Ғаламның ұлғаюының баяулауын немесе үдемелеуін көрсететін  $q$  мөлшерін анықтайды.  $q$  теріс мәні үдемелі кеңейуді көрсетеді.

*Старобинский моделі*

Бұдан ары қарай біз (16), (26) және (28) теңдеулерін Старобинский моделі үшін зерттеп, графиктерін тұрғызамыз.

*Старобинский моделі үшін Ғалам үдеуінің эволюциясы  $\ddot{a}/a$*

Старобинский моделі келесідей функция арқылы беріледі

$$f(R) = R + \alpha R^2. \quad (29)$$

Енді (18) теңдеуге (31) теңдеуді апарып қойып, келесідей мәндерді қолдана отырып

$$f_R = 1 + 2\alpha R \quad (30a)$$

$$f_{RR} = 2\alpha \quad (30b)$$

$$f_{RRR} = 0 \quad (30c)$$

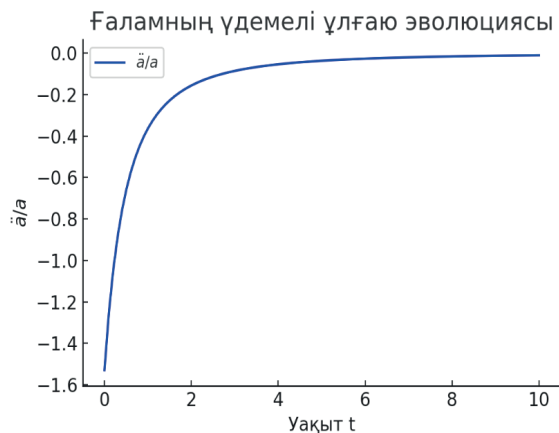
$$R = \frac{12}{t+1} \quad (30d)$$

$$H = \frac{2}{t+1} \quad (30e)$$

$$\dot{R} = -\frac{12}{(t+1)^2} \quad (30f)$$

$$\ddot{R} = \frac{24}{(t+1)^3} \quad (30g)$$

график тұрғызайық.



Сурет 1. Ғаламның үдемелі ұлғаю эволюциясының уақытқа тәуелді графигі

1-суретте  $y$  өсі Ғаламның  $(\ddot{a}/a)$  ұлғаюының үдеуін көрсетеді, ал  $x$  өсі уақытты көрсетеді. Бастапқыда (уақыттың шағын мәндерінде) үдеу теріс болды, бұл ұлғаюды баяулатады. Содан кейін ол көтеріле бастап, графиктің соңында ол нөлге жақындады. Бұл бұрын Ғаламның ұлғаюы баяулағанын яғни материяның гравитациялық тартылуына байланысты, бірақ кейін күнгірт энергияның әсерінен жеделдей бастағанын көрсетеді.

1- суретте Ғаламның ұлғаю жылдамдығын қалай өзгертетіні көрсетілген. Енді осы Ғаламның үдеуінің эволюциясындағы төмендегідей шарттарды қарастырамыз:

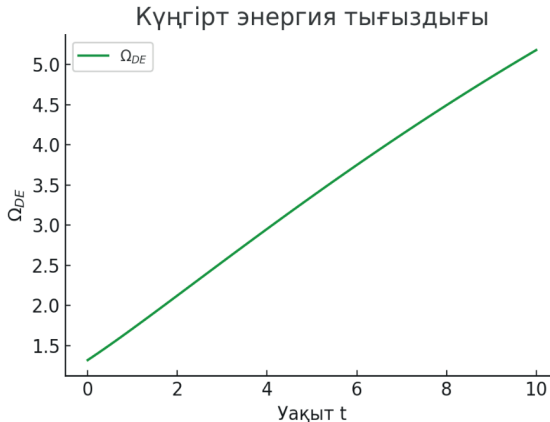
Егер  $\ddot{a}/a > 0$  болса, онда Ғаламның үдеуінің эволюциясы *үдейді*. Себебі, Ғаламның үдеуінің эволюциясы күнгірт энергияның үстемдік ету фазасына сәйкес келеді.

Егер  $\ddot{a}/a < 0$  болса, онда материя үстемдік еткен кездегі ерте Ғаламға тән болатын баяулау құбылысы байқалады.

Егер  $\ddot{a}/a = 0$  болса, онда осы арқылы өту фазалардың өзгеруін көрсетеді баяу ұлғаюуден жеделдетілгенге дейін.

*Старобинский моделі үшін күңгірт энергияның тығыздығы  $\Omega_{DE}$*

(30a)-(30g) теңдеулерін қолдана отырып, біз қарастырып отырған модель үшін (26) теңдеуде берілген  $\Omega_{DE}$  күңгірт энергияның тығыздығы үшін график тұрғызайық.

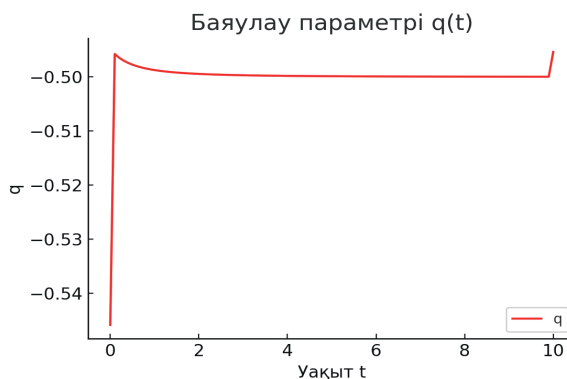


Сурет 2. Күңгірт энергия тығыздығының уақытқа тәуелділігінің графигі.

2-суретте  $y$  өсі Ғаламдағы күңгірт энергияның салыстырмалы мөлшерін, ал  $x$  өсі уақытты көрсетеді. Мұнда күңгірт энергияның тығыздығы уақыт өткен сайын арта түсетінін көруге болады. Бұл уақыт өткен сайын күңгірт энергияның Ғаламның эволюциясына қосқан үлесі арта түсетінін білдіреді. 2-суретте Ғаламдағы жалпы энергия тығыздығының қандай үлесі күңгірт энергия екенін көрсетеді. Бастапқы кезеңде  $\Omega_{DE} \approx 0$ , себебі зат пен радиация басым. Уақыт өте келе  $\Omega_{DE}$  өсіп, 1-ге ұмтылады, бұл ағымдағы үдемелі кеңейуді түсіндіреді. Болашақта бұл үрдіс жалғаса берсе, күңгірт энергия толығымен үстемдік етеді. Бұл стандартты космологиялық модельге сәйкес келеді, мұнда қазір  $\Omega_{DE} \approx 0,7$ .

*Старобинский моделі үшін Баяулау параметрі  $q$*

(30a)-(30g) теңдеулерін қолдана отырып, біз қарастырып отырған модель үшін (28) теңдеуде берілген  $q$  баяулау параметрі үшін график тұрғызайық. (30) теңдеудегі  $\dot{H}$  уақыт бойынша  $H$  туындысы арқылы сандық түрде есептеледі.



Сурет 3.  $q$  баяулау параметрінің уақытқа тәуелді графигі.

Бұл параметр Ғаламның жылдамдығын немесе баяулауын көрсетеді.  $q > 0$  болса, Ғалам баяулайды,  $q < 0$  болса, ол жеделдейді.

3-суретте  $q$  теріс екенін көруге болады, бұл Ғаламның үдемелі ұлғаюын білдіреді. Уақыттың басында график сәл көтеріледі, бұл аздап баяулауды көрсетуі мүмкін, бірақ кейін ол теріс мәндерде тұрақтанады.  $q$  баяулау параметрі Ғаламның ұлғаю жылдамдығы қаншалықты жылдам өзгеретінін көрсетеді. Енді шарттар қарастырамыз:

Егер  $q > 0$  болса, Ғалам *баяулайды* (материя үстемдік етеді, тартылыс күші тартады).

Егер  $q < 0$  болса, онда Ғалам үдемелі кеңейеді (күңгірт энергия басым).

Егер  $q = 0$  нүктесінде баяу кеңейтуден жеделдетілген кеңейтуге ауысу орын алады.

Қазіргі космологияда бақылаулар қазір  $q \approx -0,55$  екенін көрсетеді, бұл жеделдетілген ұлғаюды білдіреді.

**Қорытынды.** Бұл жұмыста Ғалам эволюциясының негізгі кезеңдері модификацияланған гравитация тұрғысынан қарастырылды. Ұлғаю үдеуін, баяулау параметрін және күңгірт энергияның тығыздығын сипаттайтын теңдеулерді талдау Ғаламның өткен уақытта материяның гравитациясынан туындаған баяу ұлғаю фазасын бастан өткергенін көрсетті. Дегенмен, уақыт өте келе күңгірт энергияның әсері басым болып, бұл үдемелі ұлғаюға көшуге әкелді.

Риччи скалярының квадраттық модификациясы бар  $f(R)$  –гравитацияның қарастырылған моделі Ғаламның динамикалық параметрлерінің өзгеруін график арқылы сипаттауға мүмкіндік берді. Есептеулер ерте Ғаламда күңгірт энергияның тығыздығы шамалы болғанын растады, бірақ уақыт өте келе оның үлесі артып, қазіргі дәуірдегі жалпы энергия тығыздығының 70% жақындады.

Бұл нәтиже бақылау деректерімен сәйкес келеді және болашақта күңгірт энергияның үстемдігі туралы гипотезаны растайды және Ғаламның одан да көп мөлшерде үдемелі ұлғаюына әкеледі. Зерттеу модификацияланған гравитация теориялары стандартты  $\Lambda$ CDM үлгісімен бірге космологиялық эволюцияға балама түсініктеме бола алатынын көрсетеді. Болашақта астрономиялық бақылаулар

негізінде ұсынылған модельді егжей-тегжейлі тексеру және Ғаламның ұлғаю динамикасын сипаттайтын параметрлерді нақтылау мүмкін болады.

#### Әдебиеттер

- Capozziello S. et al. Noether symmetries in cosmology. *La Rivista del Nuovo Cimento* (1978-1999). — 1996. — T. 19. — C. 1-114.
- Capozziello S., Francaviglia M. Extended theories of gravity and their cosmological and astrophysical applications. *General Relativity and Gravitation*. — 2008. — T. 40. — C. 357-420.
- Capozziello S., SJ G. G., Vernieri D. String duality transformations in  $f(R)$  gravity from Noether symmetry approach. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2016. — T. 2016. — №. 01. — C. 015.
- Cataneo M. et al. Cluster abundance in chameleon  $f(R)$  gravity I: toward an accurate halo mass function prediction. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. — 2016. — T. 2016. — №. 12. — C. 024.
- Davies P. C. W. Quantum fields in curved space. *General Relativity and Gravitation*. Vol. 1. One hundred years after the birth of Albert Einstein. Edited by A. Held. New York. — 1980. — T. 1. — C. 255.
- Dimopoulos K., Sánchez López S. Quintessential inflation in Palatini  $f(R)$  gravity. *Physical Review D*. — 2021. — T. 103. — №. 4. — C. 043533.
- Gamonal M. Slow-roll inflation in  $f(R, T)$  gravity and a modified Starobinsky-like inflationary model. *Physics of the Dark Universe*. — 2021. — T. 31. — C. 100768.
- Hohmann M., Järv L., Ualikhanova U. Dynamical systems approach and generic properties of  $f(T)$  cosmology. *Physical Review D*. — 2017. — T. 96. — №. 4. — C. 043508.
- Kumar S. et al. New late-time constraints on  $f(R)$  gravity. *Physics of the Dark Universe*. — 2023. — T. 42. — C. 101281.
- Nojiri S., Odintsov S. D. Unified cosmic history in modified gravity: from  $F(R)$  theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*. — 2011. — T. 505. — №. 2-4. — C. 59-144.
- Nojiri S., Odintsov S. D. Unified cosmic history in modified gravity: from  $F(R)$  theory to Lorentz non-invariant models. *Physics Reports*. — 2011. — T. 505. — №. 2-4. — C. 59-144.
- Paliathanasis A. Similarity solutions for the Wheeler-Dewitt equation in  $f(R)$ -cosmology. *The European Physical Journal C*. — 2019. — T. 79. — №. 12. — C. 1031.
- Papagiannopoulos G. et al. New integrable models and analytical solutions in  $f(R)$  cosmology with an ideal gas. *Physical Review D*. — 2018. — T. 97. — №. 2. — C. 024026.
- Qi Y. et al. The late-time dynamics of  $F(R)$  gravity dark energy model. *Physics of the Dark Universe*. — 2023. — T. 40. — C. 101180.
- Riess A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The astronomical journal*. — 1998. — T. 116. — №. 3. — C. 1009.

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the Central Asian Academic Research Center LLP**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the journals of the Central Asian Academic Research Center LLP implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The Central Asian Academic Research Center LLP follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the Central Asian Academic Research Center LLP.

The Editorial Board of the Central Asian Academic Research Center LLP will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

**[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)  
ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)  
<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>**

Ответственный редактор *А. Ботанқызы*  
Редакторы: *Д.С. Аленов, Т. Апендиев*  
Верстка на компьютере *Г.Д. Жадырановой*

Подписано в печать 29.12.2025.

Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.  
18,0 п.л. Заказ 4.