

© **G.B. Suliyeva**<sup>1,2</sup>, **M.A. Makukov**<sup>1\*</sup>, **E.G. Mychelkin**<sup>1</sup>, 2025.

<sup>1</sup>«Fesenkov Astrophysical Institute» LLP, Almaty, Kazakhstan;

<sup>2</sup>Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: makukov@fai.kz

## TWO TYPES OF SCALAR BACKGROUND VISUALIZATION

**G.B. Suliyeva** — PhD student at Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; junior researcher, Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan,

E-mail: suliyeva@fai.kz; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5072-7898>;

**M.A. Makukov** — Senior researcher, Fesenkov Astrophysical Institute, Acting Head of the Laboratory of Cosmology, Stellar Dynamics and Computational Astrophysics, Almaty, Kazakhstan,

E-mail: makukov@fai.kz; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9368>;

**E.G. Mychelkin** — Senior researcher, Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan,

E-mail: mychelkin@fai.kz; ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2400-5768>.

**Abstract.** This paper examines the specific features of incorporating a scalar field into the framework of general relativity (GR) in the antiscalar regime, in which the energy-momentum tensor of the scalar field enters the Einstein equations with the opposite sign. It is shown that this leads to a stable solution in the form of the exponential Papapetrou metric, which admits an interpretation as a traversable wormhole. The traditional method of visualizing the geometry of such a spacetime, based on embedding two-dimensional sections into Euclidean space, as proposed in the Misner–Thorne–Wheeler approach, is analyzed. The limitations of this method are identified, in particular the presence of unphysical mirror symmetry along the axis that arises in the visualization of the profiles. An alternative visualization algorithm is proposed, based on direct axial construction of radial profiles of geometric objects like curvature tensor invariants (such as the Ricci, Kretschmann, and Gauss–Bonnet invariants). This method avoids the aforementioned symmetry and preserves physically significant information about the spatial distribution of the background field’s characteristics. Particular attention is paid to the extreme scales (throats) arising in the scalar metric, which turn out to differ between the metric itself and the curvature invariants—potentially leading to observable consequences. It is demonstrated that both considered methods - embedding and axial visualization - complement each other and provide topologically equivalent yet geometrically distinct representations. The proposed visualization scheme is important from both a theoretical and practical standpoint, as it allows for a deeper understanding of the scalar background structure

ISSN 2518-1483 (Online),  
ISSN 2224-5227 (Print)

2025 • 2



«ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫ» РҚБ

# БАЯНДАМАЛАРЫ

---

## ДОКЛАДЫ

РОО «НАЦИОНАЛЬНОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН»

## REPORTS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PUBLISHED SINCE JANUARY 1944

ALMATY, NAS RK

**Editor-in-Chief:**

**ZHURINOV Murat Zhurinovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Acting President of RPA NAS RK, General Director of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky" (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Editorial Board:**

**KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**ADEKENOV Sergazy Mynzhasarovich**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Director of the International Science and Production Holding "Phytochemistry" (Karaganda, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich**, (Deputy Editor-in-Chief), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**ABIEV Rufat**, Doctor of Technical Sciences (Biochemistry), Professor, Head of the Department of Optimization of Chemical and Biotechnological Equipment, St. Petersburg State Technological Institute (St. Petersburg, Russia) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**OLIVIERO Rossi Cesare**, PhD (Chemistry), Professor at the University of Calabria (Calabria, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**TIGINYANU Ion Mihailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician, President of the Academy of Sciences of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**SANG SU Kwak**, PhD (Biochemistry, Agricultural Chemistry), Professor, Chief Scientist, Research Center for Plant Systems Engineering, Korea Research Institute of Bioscience and Biotechnology (KRIBB), (Daecheon, Korea), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**BERSIMBAYEV Rakhmetkazi Iskenderovich**, Doctor of Biological Sciences, Professor, Academician of NAS RK, L.N. Gumilyov Eurasian National University (Astana, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**CALANDRA Pietro**, PhD (Physics), Professor, Institute for the Study of Nanostructured Materials (Rome, Italy), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**BOSHKAEV Kuantai Aygazyevich**, PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**BURKITBAEV Mukhambetkali**, Doctor of Chemical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ZHUSUPOV Marat Abzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**KOVALEV Alexander Mikhailovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician of NAS of Ukraine, Institute of Applied Mathematics and Mechanics (Donetsk, Ukraine), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**TAKIBAEV Nurgali Zhabagaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**KHARIN Stanislav Nikolaevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**DAVLETOV Askar Erbulanovich**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Branch of NRNU MEPhI Kazakh National University named after Al-Farabi (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**ABISHEV Medeu Erzhanovich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**ABILMAGZHANOV Arlan Zainutallaevich**, PhD in Chemistry, First Deputy Director General of JSC "Institute of Fuel, Catalysis and Electrochemistry named after D.V. Sokolsky", (Almaty, Kazakhstan), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

**Reports of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.**

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty).

The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of Information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan No.KZ31VPY00111215 issued 31. 01. 2025

Thematic scope: *physics and chemistry*.

Periodicity: 4 times a year.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2025

**Бас редактор:**

**ЖҰРЫНОВ Мұрат Жұрыңұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР ҰҒА РҚБ президенті м.а., АҚ «Д.В. Сокольский атындағы Отын, катализ және электрохимия институтының» бас директоры (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Редакция ұжымы:**

**ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәліұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**ӘДЕКЕНОВ Серғазы Мыңжасарұлы**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, «Фитохимия» халықаралық ғылыми-өндірістік холдингінің директоры (Қарағанды, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**РАМАЗАНОВ Тілекқабұл Сәбитұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**ӘБИЕВ Руфат**, техника ғылымдарының докторы (биохимия), профессор, Санкт-Петербург мемлекеттік технологиялық институты «Химиялық және биотехнологиялық аппаратураны оңтайландыру» кафедрасының меңгерушісі, (Санкт-Петербург, Ресей) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**ОЛИВЬЕРО Росси Сезаре**, PhD (химия), Калабрия университетінің профессоры (Калабрия, Италия) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова Ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**САНГ-СУ Квак**, PhD (биохимия, агрохимия), профессор, Корея Биоғылым және биотехнология ғылыми-зерттеу институты (KRIBB), өсімдіктердің инженерлік жүйелері ғылыми-зерттеу орталығының бас ғылыми қызметкері, (Дэчон, Корея) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**БЕРСІМБАЕВ Рахметқажы Ескендірұлы**, биология ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. (Астана, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**КАЛАНДРА Пьетро**, PhD (физика), нанокүрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**БОШКАЕВ Құнтай Ағвазыұлы**, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фарабиатындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**Бүркітбаев Мұхамбетқали**, химия ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Мексика ұлттық автономиялық университеті (UNAM), Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ЖҮСІПОВ Марат Абжанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович**, физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, ҰЯЗУ МИФИ әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**ӘБІШЕВ Медеу Ержанұлы**, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, (Алматы, Қазақстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**ӘБІЛМАҒЖАНОВ Арслан Зайнуталлаұлы**, химия ғылымдарының кандидаты, Д.В. Сокольский атындағы "Отын, катализ және электрохимия институты" АҚ Бас директорының бірінші орынбасары, (Алматы, Қазақстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

«Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясының баяндамалары»

ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)

Меншіктеуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» Республикалық қоғамдық бірлестігі (Алматы қ.).

Ақпарат агенттігінің мерзімді баспасөз басылымын, ақпарат агенттігін және желілік басылымды қайта есепке қою туралы ҚР Мәдениет және Ақпарат министрлігі «Ақпарат комитеті» Республикалық мемлекеттік мекемесі 31.01.2025 ж. берген № KZ31VPY00111215 Күзлік.

Тақырыптық бағыты: *физика, химия.*

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ, 2025

**Главный редактор:**

**ЖУРИНОВ Мурат Журинович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. президента РОО НАН РК, Генеральный директор АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского» (Алматы, Казахстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602177960>

**Редакционная коллегия:**

**КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=56153126500>

**АДЕКЕНОВ Сергазы Мынжасарович**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, директор Международного научно-производственного холдинга «Фитохимия» (Караганда, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006153118>

**РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович**, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701328029>

**АБИЕВ Руфат**, доктор технических наук (биохимия), профессор, заведующий кафедрой «Оптимизация химической и биотехнологической аппаратуры», Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Санкт-Петербург, Россия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602431781>

**ОЛИВЬЕРО Росси Чезаре**, доктор философии (PhD, химия), профессор Университета Калабрии (Калабрия, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57221375979>

**ТИГИНЯНУ Ион Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7006315935>

**САИГ-СУ Квак**, доктор философии (PhD, биохимия, агрохимия), профессор, главный научный сотрудник, Научно-исследовательский центр инженерных систем растений, Корейский научно-исследовательский институт бионауки и биотехнологии (KRIBB), (Дэчон, Корея), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=59286321700>

**БЕРСИМБАЕВ Рахметкажи Искендерович**, доктор биологических наук, профессор, академик НАН РК, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева (Астана, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004012398>

**КАЛАНДРА Пьетро**, доктор философии (PhD, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7004303066>

**БОШКАЕВ Кунтайт Авгазыевич**, PhD, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=54883880400>

**БҮРКИТБАЕВ Мухамбеткали**, доктор химических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=8513885600>

**QUEVEDO Hernando**, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55989741100>

**ЖУСУПОВ Марат Абжанович**, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602166928>

**КОВАЛЕВ Александр Михайлович**, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7202799321>

**ТАКИБАЕВ Нургали Жаббагаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=24077239000>

**ХАРИН Станислав Николаевич**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6701353063>

**ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович**, кандидат физико-математических наук, доцент, Филиал НИЯУ МИФИ Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=6602642543>

**АБИШЕВ Мелеу Ержанович**, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=26530759900>

**АБИЛЬМАГЖАНОВ Арлан Зайнуталлаевич**, кандидат химических наук, первый заместитель генерального директора АО «Институт топлива, катализа и электрохимии им. Д.В. Сокольского», (Алматы, Казахстан), <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57197468109>

**Доклады Национальной академии наук Республики Казахстан»**

**ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)**

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство №**KZ31VPY0011215** о повторной регистрации периодического печатного издания информационного агентства, информационного агентства и сетевого издания, выданное Республиканским государственным учреждением «Комитет информации» Министерства культуры и информации Республики Казахстан **31.01.2025**

Тематическая направленность: *физика, химия*.

Периодичность: 4 раза в год.

<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>

© РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан», 2025

## CONTENTS

### PHYSICS

<b>A.A. Gazizova, D.M. Nasirova, V.O. Kurmangaliyeva, Sh.I. Khamraev</b> DISTRIBUTION OF PRESSURE AND TEMPERATURE IN NEUTRON STARS: NUMERICAL ANALYSIS.....	11
<b>A. Dalelkhankyzy, G. Baimbetova, N. Koilyk, S. Toktarbay, A. Beisebayeva</b> QUASISPIN FORMALISM OF INTERACTION BETWEEN BOSONS AND ITS APPLICATION IN NUCLEAR THEORY.....	22
<b>N.K. Zhusupova, V.N. Zhumabekova, A.A. Zhadyranova</b> DETERMINATION OF ANTINEUTRON-NUCLEAR SCATTERING AMPLITUDE.....	34
<b>V. Mukamedenkyzy, B. Akberdiyev</b> INVESTIGATION OF CONCENTRATION FIELDS IN BINARY GAS MIXTURES IN THE PRESENCE OF CONVECTIVE FLOWS.....	46
<b>A.V. Serebryanskiy, Ch.B. Akniyazov, Ch.T. Omarov, S.Sittykova, D. Kadyrova</b> SEARCHING FOR INNER-EARTH ASTEROIDS.....	62
<b>G.B. Suliyeva, M.A. Makukov, E.G. Mychelkin</b> TWO TYPES OF SCALAR BACKGROUND VISUALIZATION.....	79
<b>U.A. Ualikhanova, A.M. Konys, A.B. Altaibayeva, Zh.M. Beisekeyeva</b> DYNAMICAL SYSTEMS ANALYSIS OF $f(R,T) = R + \beta T^m$ COSMOLOGY.....	94
<b>Zh.S. Umbetova, U.U. Abdizhalilova</b> DYNAMICS OF THE EVOLUTION OF ANISOTROPIC COMPACT STARS IN $f(\tau)$ TELEPARALLEL GRAVITY.....	105
<b>L.I. Shestakova, R.R. Spassyyuk</b> DESTRUCTION OF SMALL BODIES COMPOSED OF SILICATES BY THERMAL STRESSES.THERMAL EMISSION OF DISRUPTION PRODUCTS.....	121
<b>S.A. Shomshekova, L.K. Kondratyeva, I.V. Reva, L. Aktay, V.Y. Kim</b> STUDIES OF THE MRK 766 GALAXY IN THE OPTICAL RANGE.....	138

### CHEMISTRY

<b>D.T. Altynbekova, B.K. Massalimova, B.E. Begenova, A. Darmenbayeva, M.D. Akanova</b> SYNTHESIS AND STUDY OF PROTON CONDUCTIVITY OF NANOCOMPOSITES BASED ON COMPLEX OXIDES (LaNbO <sub>4</sub> ) AND ALLOYS (NiCoOx, CuCoOx, NiCuOx).....	152
--	-----

<b>D.Zh. Amantayeva, M.A. Dyusebayeva, B.K. Kopzhassarov, A.E. Berganayeva, G.E. Berganayeva</b> PHYTOCHEMICAL COMPOSITION AND BIOLOGICAL ACTIVITY OF ULMUS PUMILA LEAVE.....	164
<b>A. Assanov, S.A. Mameshova, G.S. Tatykhanova, T.A. Savitskaya</b> CHEMICAL AND MINERALOGICAL ANALYSIS OF KAZAKHSTAN CLAYS AND STUDY OF THEIR HYDRODISPERSIVE PROPERTIES.....	182
<b>G.S. Akhmetova, U.B. Issayeva, K.D. Praliyev, M.T. Omyrzakov, T.M. Seilkhanov</b> TECHNOLOGY OF PRODUCING 1-(2-ETHOXYETHYL)-4- ADAMANTANECARBONYLOXY-PIPERIDINE HYDROCHLORIDE AND STUDY OF ITS CYTOTOXICITY.....	206
<b>G.Zh. Baisalova, G.K. Token, B.B. Torsykbaeva, A.D. Dukenbayeva, N. Rakhmetova</b> STUDYING THE CHEMICAL COMPOSITION OF THE PHRAGMITES COMMUNIS PLANT BY GAS CHROMATOGRAPHY–MASS–SPECTROMETRY.....	218
<b>A. Yedilova, Z. Inelova, N. Kurbatova, B. Turalin</b> PHYTOCHEMICAL STUDY OF MEDICINAL PLANT - HUMULUS LUPULUS L., FOR THE PURPOSE OF OBTAINING BIOLOGICALLY ACTIVE SUBSTANCES.....	229
<b>A. Kuandykova, B. Taimasov, E. Potapova, B. Zhakipbayev, N. Zhanikulov</b> STUDY OF THE MICROSTRUCTURE OF CLINKERS OBTAINED FROM METALLURGICAL SLAG.....	242
<b>X.A. Leontyeva, G.M. Khussurova, D.S. Puzikova, A.N. Nefedov, M. Zhurynov</b> PERFORMANCE AND APPLICATION OF ORGANIC CORROSION INHIBITORS IN THE PETROCHEMICAL INDUSTRY OF THE CIS COUNTRIES. REVIEW.....	258
<b>L.K. Orazzhanova, Zh.S. Kassymova, Zh.Zh. Nurtazina, D.K. Asserzhanov, K.K. Kabdulkarimova</b> SYNTHESIS AND APPLICATION OF IRON NANOPARTICLES FOR THE PRODUCTION OF BIOLOGICALLY ACTIVE SUBSTANCES CHLORELLA VULGARIS.....	275
<b>B.Kh. Khussain, A.R. Brodskiy, A.S. Sass, I.I. Torlopov, K.S. Rakhmetova</b> SOLID CARBON DIOXIDE ADSORBENT BASED ON ALKALI METAL CARBONATES WITH PROMOTER ADDITIVES.....	291

## МАЗМҰНЫ

### ФИЗИКА

<b>А.А. Ғазизова, Д.М. Насирова, В.О. Құрманғалиева, Ш.И. Хамраев.</b> НЕЙТРОНДЫ ЖҰЛДЫЗДАРДАҒЫ ҚЫСЫМ МЕН ТЕМПЕРАТУРАНЫҢ ТАРАЛУЫНА САНДЫҚ ТАЛДАУ.....	11
<b>А. Дәлелханқызы, Г. Баймбетова, Н. Қойлық, С. Тоқтарбай, А. Бейсебаева</b> БОЗОНДАР АРАСЫНДАҒЫ ӨЗАРА ӘСЕРЛЕСУДІҢ КВОЗИСПИНДІК ФОРМАЛИЗМІ ЖӘНЕ ОНЫҢ ЯДРОЛЫҚ ТЕОРИЯДАҒЫ ҚОЛДАНЫЛУЫ.....	22
<b>Н.К. Жусупова, В.Н. Жумабекова, А.А. Жадыранова</b> АНТИНЕЙТРОНДАРДЫҢ ЯДРОДАН ШАШЫРАУ АМПЛИТУДАСЫН АНЫҚТАУ.....	34
<b>В. Мукамеденқызы, Б. Ақбердиев</b> КОНВЕКТИВТІ АҒЫНДАР КЕЗІНДЕ БИНАРЛЫ ГАЗ ҚОСПАЛАРЫНДАҒЫ КОНЦЕНТРАЦИЯЛЫҚ ӨРІСТЕРДІ ЗЕРТТЕУ.....	46
<b>А.В. Серебрянский, Ч.Б. Акниязов, Ч.Т. Омаров, С. Ситтыкова, Д. Кадырова</b> ІШКІ ЖЕР ОРБИТАСЫНДА АСТЕРОИДТАРДЫ ІЗДЕУ.....	62
<b>Г.Б. Сулиева, М.А. Макуков, Э.Г. Мычелкин</b> СКАЛЯРЛЫ ФОННЫҢ ЕКІ ТҮРЛІ ВИЗУАЛИЗАЦИЯСЫ.....	79
<b>У.А. Уалиханова, А.М. Қоныс, А.Б. Алтайбаева, Ж.М. Бейсекеева</b> $f(R, T) = R + \beta T^m$ КОСМОЛОГИЯСЫНЫҢ ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕР ТАЛДАУЫ.....	94
<b>Ж.С. Умбетова, У.У. Абдижалилова</b> $f(\tau)$ -ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИЯСЫНДАҒЫ АНИЗОТРОПТЫ КОМПАКТТЫ ЖҰЛДЫЗДАРДЫҢ ЭВОЛЮЦИЯСЫНЫҢ ДИНАМИКАСЫ.....	105
<b>Л.И. Шестакова, Р.Р. Спасюк</b> СИЛИКАТТЫ ҚҰРАМДЫ ШАҒЫН ДЕНЕЛЕРДІҢ ТЕРМИЯЛЫҚ КЕРНЕУЛЕРДЕН БҰЗЫЛУЫ. БӨЛШЕКТЕНУ НӘТИЖЕСІНДЕ ПАЙДА БОЛАТЫН ӨНІМДЕРДІҢ ЖЫЛУЛЫҚ ЭМИССИЯСЫ.....	121
<b>С.А. Шомшекова, Л.Н. Кондратьева, И.В. Рева, Л. Актай, В.Ю. Ким</b> MRK 766 ГАЛАКТИКАСЫН ОПТИКАЛЫҚ ДИАПАЗОНДА ЗЕРТТЕУ.....	138



## ХИМИЯ

<b>Д.Т. Алтынбекова, Б.К. Масалимова, Б.Е. Бегенова, А. Дарменбаева, М.Д. Аканова</b> КҮРДЕЛІ ОКСИДЕР ( $\text{LaNbO}_4$ ) МЕН ҚҰЙМАЛАРДЫҢ ( $\text{NiCoO}_x$ , $\text{CuCoO}_x$ , $\text{NiCuO}_x$ ) НЕГІЗІНДЕГІ НАНОКОМПОЗИТТЕРДІ СИНТЕЗДЕУ ЖӘНЕ ПРОТОНӨТКІЗГІШТІГІН ЗЕРТТЕУ.....	152
<b>Д.Ж. Амантаева, М.А. Дюсебаева, Б.К. Копжасаров, А.Е. Берганаева, Г.Е. Берганаева</b> ULMUS PUMILA ЖАПЫРАҚТАРЫНЫҢ ФИТОХИМИЯЛЫҚ ҚҰРАМЫ ЖӘНЕ БИОЛОГИЯЛЫҚ БЕЛСЕНДІЛІГІ.....	164
<b>А. Асанов, С.А. Мамешова, Г.С. Татыханова, Т.А. Савицкая</b> ҚАЗАҚСТАН САЗДАРЫНЫҢ ХИМИКО-МИНЕРАЛОГИЯЛЫҚ ТАЛДАУЫ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ГИДРОДИСПЕРСИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ.....	182
<b>Г.С. Ахметова, Ұ.Б. Исаева, Қ.Ж. Пірәлиев, М.Т. Омырзаков, Т.М. Сейлханов</b> 1-(2-ЭТОКСИЭТИЛ)-4-АДАМАНТАНКАРБОНИЛОКСИ-ПИПЕРИДИН ГИДРОХЛОРИДІН АЛУ ТЕХНОЛОГИЯСЫ ЖӘНЕ ОНЫҢ ЦИТОУЫТТЫЛЫҚ ӨСЕРІН ЗЕРТТЕУ.....	206
<b>Г.Ж. Байсалова, Г.Қ. Төкен, Б.Б. Торсыкбаева, А.Д. Дукенбаева, Н. Рахметова</b> ГАЗ ХРОМАТОГРАФИЯ–МАСС–СПЕКТРОМЕТРИЯ ӘДІСІМЕН PHRAGMITES COMMUNIS ӨСІМДІГІНІҢ ХИМИЯЛЫҚ ҚҰРАМЫН ЗЕРТТЕУ.....	218
<b>А. Едилова, З. Инелова, Н. Күрбатова, Б. Туралин</b> ДӘРІЛІК HUMULUS LUPULUS L. ӨСІМДІГІНЕН БИОЛОГИЯЛЫҚ БЕЛСЕНДІ ЗАТТАРДЫ АЛУ МАҚСАТЫНДАҒЫ ФИТОХИМИЯЛЫҚ ЗЕРТТЕУ.....	229
<b>А. Қуандыкова, Б. Таймасов, Е. Потапова, Б. Жакипбаев, Н. Жаникулов</b> МЕТАЛЛУРГИЯЛЫҚ ШЛАКТАРДАН АЛЫНАТЫН КЛИНКЕРЛЕРДІҢ МИКРОҚҰРЫЛЫМЫН ЗЕРТТЕУ.....	242
<b>К.А. Леонтьева, Г.М. Хусурова, Д.С. Пузикова, А.Н. Нефедов, М. Жұрынов</b> ТМД ЕЛДЕРІНІҢ МҰНАЙ-ХИМИЯ ӨНЕРКӘСІБІНДЕ КОРРОЗИЯҒА ҚАРСЫ ОРГАНИКАЛЫҚ ИНГИБИТОРЛАРЫНЫҢ ТИІМДІЛІГІ ЖӘНЕ ҚОЛДАНЫЛУЫ. ШОЛУ.....	258
<b>Л.К. Оразжанова, Ж.С. Касымова, Ж.Ж. Нуртазина, Д.Қ. Әсержанов,</b> <b>К.К. Кабдулкаримова</b> CHLORELLA VULGARIS БИОЛОГИЯЛЫҚ БЕЛСЕНДІ ЗАТТАРЫН АЛУ ҮШІН ТЕМІР НАНОБӨЛШЕКТЕРІН СИНТЕЗДЕУ ЖӘНЕ ҚОЛДАНУ.....	275
<b>Б.Х. Хусаин, А.Р. Бродский, А.С. Сасс, И.И. Торлопов, К.С. Рахметова</b> ПРОМОУТЕРЛІК ҚОСПАЛАРЫ БАР СІЛТІЛІ МЕТАЛЛ КАРБОНАТТАРЫНА НЕГІЗДЕЛГЕН КӨМІРҚЫШҚЫЛ ГАЗЫНЫҢ ҚАТТЫ АДСОРБЕНТІ.....	291

## СОДЕРЖАНИЕ

### ФИЗИКА

<b>А.А. Газизова, Д.М. Насирова, В.О. Курмангалиева, Ш.И. Хамраев</b> РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ В НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗДАХ: ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ.....	11
<b>А. Далелханкызы, Г. Баймбетова, Н. Койлык, С. Токтарбай, А. Бейсебаева</b> КВАЗИСПИНОВЫЙ ФОРМАЛИЗМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БОЗОНОВ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ЯДЕРНОЙ ТЕОРИИ.....	22
<b>Н.К. Жусупова, В.Н. Жумабекова, А.А. Жадыранова</b> ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ АНТИНЕЙТРОН-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ.....	34
<b>В. Мукамеденкызы, Б. Акбердиев</b> ИССЛЕДОВАНИЯ КОНЦЕНТРАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ В БИНАРНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ ПРИ НАЛИЧИИ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ.....	46
<b>А.В. Серебрянский, Ч.Б. Акниязов, Ч.Т. Омаров, С. Ситтыкова, Д. Кадырова</b> ПОИСК АСТЕРОИДОВ ВНУТРИ ЗЕМНОЙ ОРБИТЫ.....	62
<b>Г.Б. Сулиева, М.А. Макуков, Э.Г. Мычелкин</b> ДВА ТИПА ВИЗУАЛИЗАЦИИ СКАЛЯРНОГО ФОНА.....	79
<b>У.А. Уалиханова, А.М. Коныс, А.Б. Алтайбаева, Ж.М. Бейсекеева</b> АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ $f(R,T) = R + \beta T^m$ КОСМОЛОГИИ.....	94
<b>Ж.С. Умбетова, У.У. Абдижалилова</b> ДИНАМИКА ЭВОЛЮЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ КОМПАКТНЫХ ЗВЕЗД В $f(\tau)$ -ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ГРАВИТАЦИИ.....	105
<b>Л.И. Шестакова, Р.Р. Спасюк</b> РАЗРУШЕНИЕ МАЛЫХ СИЛИКАТНЫХ ТЕЛ ТЕПЛОВЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ. ТЕПЛОВАЯ ЭМИССИЯ ПРОДУКТОВ РАЗРУШЕНИЯ.....	121
<b>С.А. Шомшекова, Л.Н. Кондратьева, И.В. Рева, Л. Актай, В.Ю. Ким</b> ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЛАКТИКИ MRK 766 В ОПТИЧЕСКОМ ДИАПАЗОНЕ.....	138

### ХИМИЯ

<b>Д.Т. Алтынбекова, Б.К. Масалимова, Б.Е. Бегенова, А. Дарменбаева, М.Д. Аканова</b> СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОТОННОЙ ПРОВОДИМОСТИ НАНОКОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ СЛОЖНЫХ ОКСИДОВ ( $\text{LaNbO}_4$ ) И СПЛАВОВ ( $\text{NiCoO}_x$ , $\text{CuCoO}_x$ , $\text{NiCuO}_x$ ).....	152
---	-----

<b>Д.Ж. Амантаева, М.А. Дюсебаева, Б.К. Копжасаров, А.Е. Берганаева, Г.Е. Берганаева</b> ФИТОХИМИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ И БИОЛОГИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ ЛИСТЬЕВ ULMUS PUMILA.....	164
<b>А. Асанов, С.А. Мамешова, Г.С. Татыханова, Т.А. Савицкая</b> ХИМИКО-МИНЕРАЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГЛИН КАЗАХСТАНА И ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ИХ ГИДРОДИСПЕРСИЙ.....	182
<b>Г.С. Ахметова, Ұ.Б. Исаева, Қ.Ж. Пралиев, М.Т. Омырзаков, Т.М. Сейлханов</b> ТЕХНОЛОГИЯ ПОЛУЧЕНИЯ ГИДРОХЛОРИДА 1-(2-ЭТОКСИЭТИЛ)-4- АДАМАНТАНКАРБОНИЛОКСИ-ПИПЕРИДИНА И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО ЦИТОТОКСИЧНОСТИ.....	206
<b>Г.Ж. Байсалова, Г.К. Токен, Б.Б. Торсыкбаева, А.Д. Дукенбаева, Н. Рахметова</b> ИЗУЧЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА РАСТЕНИЯ RHAGMITES COMMUNIS МЕТОДОМ ГАЗ ХРОМАТОГРАФИИ–МАСС–СПЕКТРОМЕТРИИ.....	218
<b>А. Едилова, З. Инелова, Н. Курбатова, Б. Туралин</b> ФИТОХИМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛЕКАРСТВЕННОГО РАСТЕНИЯ – HUMULUS LUPULUS L. С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ.....	229
<b>А. Куандыкова, Б. Таймасов, Е. Потапова, Б. Жакипбаев, Н. Жаникулов</b> ИЗУЧЕНИЕ МИКРОСТРУКТУРЫ КЛИНКЕРОВ, ПОЛУЧЕННЫХ ИЗ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ШЛАКОВ.....	242
<b>К.А. Леонтьева, Г.М. Хусурова, Д.С. Пузикова, А.Н. Нефедов, М. Журинов</b> ЭФФЕКТИВНОСТЬ И ПРИМЕНЕНИЕ ОРГАНИЧЕСКИХ ИНГИБИТОРОВ КОРРОЗИИ В НЕФТЕХИМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СТРАН СНГ. ОБЗОР.....	258
<b>Л.К. Оразжанова, Ж.С. Касымова, Ж.Ж. Нуртазина, Д.К. Асержанов, К.К. Кабдулкаримова</b> СИНТЕЗ И ПРИМЕНЕНИЕ НАНОЧАСТИЦ ЖЕЛЕЗА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ CHLORELLA VULGARIS.....	275
<b>Б.Х. Хусаин, А.Р. Бродский, А.С. Сасс, И.И. Торлопов, К.С. Рахметова</b> ТВЁРДЫЙ АДсорбЕНТ ДИОКСИДА УГЛЕРОДА НА ОСНОВЕ КАРБОНАТОВ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ С ПРОМОТИРУЮЩИМИ ДОБАВКАМИ.....	291

and the possible physical effects resulting from its interaction with gravity within the framework of GR.

**Keywords:** visualization, embedding, antiscalar field, traversable wormholes, curvature invariants

© Г.Б. Сулиева<sup>1,2</sup>, М.А. Макуков<sup>1</sup>, Э.Г. Мычелкин<sup>1</sup>, 2025.

<sup>1</sup>«В.Г. Фесенков атындағы Астрофизикалық институт» ЖШС,  
Алматы, Қазақстан;

<sup>2</sup>Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан.  
E-mail: makukov@fai.kz

## СКАЛЯРЛЫ ФОННЫҢ ЕКІ ТҮРЛІ ВИЗУАЛИЗАЦИЯСЫ

**Г.Б. Сулиева** — PhD докторант, әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; кіші ғылыми қызметкер, Фесенков атындағы Астрофизикалық институт, Алматы, Қазақстан,

E-mail: suliyeva@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5072-7898>;

**М.А. Макуков** — аға ғылыми қызметкер, Фесенков атындағы Астрофизикалық институт, Космология, жұлдызды динамика және есептеуіш астрофизика зертханасы меңгерушісінің міндетін атқарушы, Алматы, Қазақстан,

E-mail: makukov@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9368>;

**Э.Г. Мычелкин** — аға ғылыми қызметкер, Фесенков атындағы Астрофизикалық институт, Алматы, Қазақстан,

E-mail: mychelkin@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2400-5768>.

**Аннотация.** Скалярлық өрісті жалпы салыстырмалық теориясы (ЖСТ) схемасына антискалярлық режимде енгізудің ерекшеліктері қарастырылады, мұнда скалярлық өрістің энергия-импульс тензоры Эйнштейн теңдеулеріне кері таңбамен енеді. Мұндай енгізу Папапетрудің экспоненциалды метрикасы түріндегі орнықты шешімге алып келетіні көрсетіледі, бұл шешімді өткенге болатын құрт тесігі ретінде интерпретациялауға болады. Мұндай кеңістіктің геометриясын визуализациялаудың дәстүрлі әдісі – Мизнер–Торн–Уиллер тәсіліне сәйкес екі өлшемді қималарды евклидік кеңістікке ендіру алгоритмі – талданады. Бұл әдістің шектеулері, атап айтқанда, профильдерді визуализациялау кезінде пайда болатын физикалық емес айналық симметрия, анықталады. Альтернативті визуализация алгоритмі ұсынылады, ол радиалдық профильдерді тікелей аксиалдық түрде құруға негізделген және геометриялық объектілермен қатар кеңістік-уақыт қисықтығы тензорының инварианттарын (Риччи, Кречман, Гаусс–Бонне инварианттары және т.б.) да қамтиды. Бұл әдіс аталған симметриядан арылуға мүмкіндік береді және фондық өрістің кеңістіктік таралуы жөніндегі физикалық маңызды ақпаратты сақтайды. Ерекше назар скалярлық метрикада пайда болатын экстремалды масштабтарға (горловиналарға) аударылады, олардың мәндері метрика мен қисықтық инварианттары үшін әртүрлі болуы мүмкін, бұл болса бақылауға болатын салдарға әкелуі ықтимал. Екі қарастырылған әдістің – ендіру және аксиалдық визуализация – бір-бірін

толықтыратыны және топологиялық тұрғыдан эквивалентті, бірақ геометриялық жағынан әртүрлі бейнелер беретіндігі көрсетіледі. Ұсынылған визуализация схемасы теориялық тұрғыдан да, практикалық қолдану үшін де маңызды, себебі ол скалярлық фон құрылымын және оның гравитациямен өзара әсерлесуінен туындайтын ықтимал физикалық салдарларды тереңірек түсінуге мүмкіндік береді.

**Түйін сөздер:** визуализация, ендіру, антискалярлық өріс, өтуге болатын құрт тесіктері, қисықтық инварианттар

© Г.Б. Сулиева<sup>1,2</sup>, М.А. Макуков<sup>1\*</sup>, Э.Г. Мычелкин<sup>1</sup>, 2025.

<sup>1</sup>ТОО «Астрофизический институт имени В.Г. Фесенкова», Алматы, Казахстан;

<sup>2</sup>Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан.

E-mail: makukov@fai.kz

## ДВА ТИПА ВИЗУАЛИЗАЦИИ СКАЛЯРНОГО ФОНА

**Г.Б. Сулиева** — PhD докторант Казахского Национального Университета им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан; младший научный сотрудник Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан,

E-mail: suliyeva@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5072-7898>;

**М.А. Макуков** — старший научный сотрудник Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, и.о. заведующего лабораторией космологии, звездной динамики и вычислительной астрофизики, Алматы, Казахстан,

E-mail: makukov@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9368>;

**Э.Г. Мычелкин** — старший научный сотрудник Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан,

E-mail: mychelkin@fai.kz, ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2400-5768>.

**Аннотация.** Рассматриваются особенности включения скалярного поля в схему общей теории относительности (ОТО) в антискалярном режиме, при котором тензор энергии-импульса скалярного поля входит в уравнения Эйнштейна с обратным знаком. Показано, что это приводит к устойчивому решению в виде экспоненциальной метрики Папаетру, которая допускает интерпретацию проходимой кротовой норы. Анализируется традиционный метод визуализации геометрии такого пространства на основе алгоритма вложения двумерных сечений в евклидово пространство, как это предлагается в подходе Мизнера–Торна–Уиллера. При этом выявлены ограничения этого метода, в частности, наличие нефизической зеркальной симметрии по оси, возникающей при визуализации профилей. Предлагается альтернативный алгоритм визуализации, основанный на прямом аксиальном построении радиальных профилей таких геометрических объектов, как инварианты тензора кривизны (инварианты Риччи, Кречмана, Гаусса-Бонне и др.). Этот метод позволяет избежать упомянутой симметрии и сохраняет физически значимую информацию о пространственном распределении характеристик фона. Особое внимание уделено экстремальным масштабам (горловинам), возникающим в скалярной

метрике, которые оказываются различными для метрики и для инвариантов кривизны, что может иметь наблюдательные последствия. Демонстрируется, что оба рассмотренных метода – вложение и аксиальная визуализация – дополняют друг друга и дают топологически эквивалентные, но геометрически различающиеся представления. Предложенная схема визуализации оказывается важной как с теоретической, так и с практической точки зрения, поскольку позволяет глубже понять структуру скалярного фона и возможные физические эффекты, вытекающие из его взаимодействия с гравитацией в рамках ОТО.

**Ключевые слова:** визуализация, вложение, антискалярное поле, проходимые кротовые норы, инварианты кривизны

***Благодарность.** Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP19678165 и программа № BR21881880).*

**Введение.** Уравнения Эйнштейна на скалярном фоне в статическом случае представляют специальный интерес в антискалярном режиме (когда тензор энергии-импульса скалярного поля входит в уравнения со знаком, противоположным традиционному), потому что это приводит к устойчивому экспоненциальному решению Папаетру. Наблюдательные эффекты, вытекающие из этого решения, практически неотличимы при сегодняшней точности от эффектов, связанных с вакуумным решением Шварцшильда (см. (Mychelkin, et al., 2024) и содержащиеся там ссылки). Заметим, что вопрос о происхождении и, тем самым, реальном существовании скалярного фона до сих пор остается открытым. В то же время, в данном подходе возникают принципиальные физические следствия, что привлекает все большее внимание к проблеме. В частности, ввиду отсутствия горизонтов, речь идет о более простом строении вакуума (в отличие от метрик Шварцшильда и Керра) в результате сглаживающего действия скалярного поля (Makukov, et al., 2018).

Далее, ньютоновский потенциал в этом подходе является не приближенным, а точным решением полной системы уравнений Эйнштейна-Клейна-Гордона, т. е. физическим законом в пространстве-времени Папаетру. При этом несмотря на то, что данный потенциал сам по себе сингулярен, все геометрические инварианты кривизны, как и предложенное недавно представление экспоненциальной метрики в виде проходимой кротовой норы (TWN - traversable wormhole) (Boonserm, et al., 2018), в целом указывают на регулярное поведение скалярного фона, включая отсутствие “голой” сингулярности. С физической точки зрения, данное обстоятельство стимулирует углубленный анализ поведения геометрических инвариантов и их физических аналогов. При этом оказывается, что экстремальные значения указанных инвариантов имеют место на масштабе, вдвое меньшем критического координатного расстояния для горловины TWN ( $r=M$ ).

Все эффекты, возникающие в данном подходе, зависят от пространственного

распределения скалярного фона, и соответствующая визуализация могла бы иметь большое значение. Однако, напрямую визуализацию искривленных пространственных гиперповерхностей (типа 3-сфер в модели TWH) на 4-мерном многообразии реализовать невозможно. Традиционным является метод вложения 2-мерных пространственных сечений во вспомогательное плоское 3-мерное цилиндрическое евклидово пространство, чтобы отобразить такие геометрические особенности, как критический масштаб TWH-горловины. Мы применяем данный алгоритм вложения к экспоненциальной метрике (следуя рекомендациям работы (Misner, et al., 1973)) с учетом влияния скалярного фона. Чтобы избежать таких недостатков стандартного подхода как нефизическая зеркальная -симметрия, мы предлагаем метод прямой аксиальной визуализации исходных профилей, при котором сохраняется вся информация о радиальной зависимости исследуемых характеристик скалярного фона.

В целом, речь идет о пространственном распределении как геометрических, так и физических характеристик фона. В данной работе мы ограничиваемся только геометрическими объектами.

**Методы и материалы.** Экспоненциальная метрика Папаметру (Papapetrou, 1954) в системе Эйнштейна-Клейна-Гордона,

$$ds^2(r) = e^{-2\varphi(r)} dt^2 - e^{2\varphi(r)} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2), \quad \varphi(r) = M/r, \quad (1)$$

является решением уравнений Эйнштейна для безмассового скалярного поля  $\varphi(r)$  в антискалярном режиме, где  $\varphi$ -поле подчиняется уравнению Клейна-Гордона:

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}^{SF}(\varphi), \quad \square\varphi \equiv \varphi_{;\alpha}{}^{;\alpha} = 0, \quad T_{\mu\nu}^{SF}(\varphi) = \frac{1}{4\pi} \left( \varphi_\mu \varphi_\nu - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \varphi^\alpha \varphi_\alpha \right), \quad (2)$$

где  $\kappa = 8\pi$  (мы работаем в единицах  $G = c = 1$ ),  $\varphi_\mu \equiv \partial_\mu \varphi$ , и  $\epsilon = (+1, 0, -1)$  для скалярной, вакуумной и антискалярной мод, соответственно, а  $T_{\mu\nu}^{SF}(\varphi)$  представляет собой минимальный тензор энергии и импульса скалярного поля (SF).

Систему (2) можно представить в виде:  $R_{\mu\nu} = 0$  (вакуум, «эйнштейновский закон гравитации» (Dirac, 1996), §15), а для скалярного сектора (в устойчивом антискалярном режиме)

$$R_{\mu\nu} = -2\kappa \varphi_\mu \varphi_\nu, \quad \square\varphi = 0 \quad (3)$$

где первое уравнение соответствует условиям геометризации Кучара-Райнича (Kuchar, 1963).

В пространстве-времени (1) выберем минимальную площадь  $A_0$  из инвариантного семейства (в смысле (Stachel, 1968) и (Gautreau, 1969)) эквипотенциальных поверхностей с  $t = \text{const}$ ,  $g_{00} = \text{const}$ , в форме функции площадей:



$$A(r) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sqrt{g_{\theta\theta}g_{\phi\phi}} d\theta d\phi = 4\pi r^2 e^{2M/r}, \quad A'(r) = 0 \Rightarrow r = M, \quad (4)$$

где из условия  $A'(r) = 0$  находится критическое значение радиальной координаты  $r = M$  и стандартное «условие раструба»  $A''(r = M) > 0$ , что необходимо для существования TWH-горловины в смысле Морриса и Торна (Morris, et al., 1988).

С другой стороны, если ввести эффективный («физический») радиус  $\rho(r)$ , такой что

$$A_0 = \min\{A(\rho)\} = \min\{4\pi\rho^2(r)\} = 4\pi\rho_0^2 = 4\pi(eM)^2, \quad (5)$$

тогда  $\rho(r)$  и обратный профиль  $\rho^{-1}(r)$  (см. рисунке 1) имеют экстремумы на том же критическом координатном масштабе  $r = M$ , что и для TWH-горловины:

$$\rho(r) = re^{M/r} \Rightarrow \min\{\rho(r)\} \equiv \rho(M) = eM = 2.71828M. \quad (6)$$

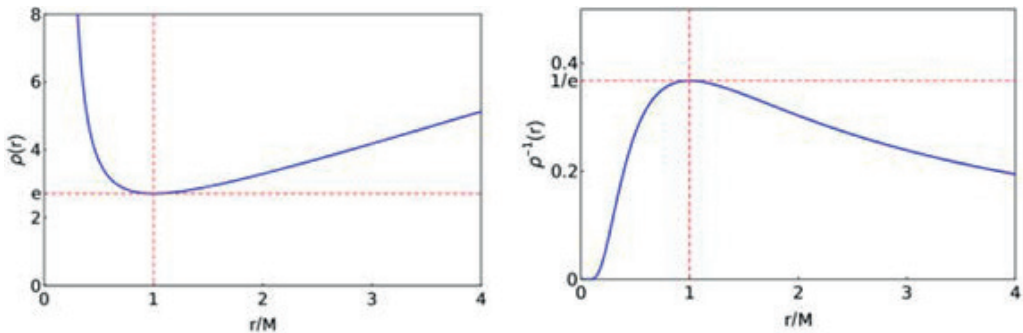


Рисунок 1 – Регулярный «колодеобразный» (слева) и «колоколообразный» (справа)  $\rho(r)$  и  $\rho^{-1}(r)$  профили (см. (6)), представляющие собой аналоги «shape functions», рассмотренных в (Morris, 1988).

Теперь функция площадей (4) запишется в терминах 3-мерного евклидова пространства:  $A(r) \rightarrow A(\rho) = 4\pi\rho^2(r)$ . Такой подход с разделением координатного и физического масштабов имеет место в работе (Gao, et al., 2024) в разделе, посвященном TWH в космологии де Ситтера. В целом, работа (Gao, et al., 2024) основана на переходе к чисто мнимому скалярному полю, аналогично предыдущей работе (Makukov, et al., 2018).

Соотношение (6) может быть получено независимо в рамках одномерного алгоритма, описанного в работе (Ruppeiner, 1995). Тогда для собственной длины произвольной окружности при  $\theta = \pi/2$  (Gautreau, 1969) в статических координатах  $(t, r, \theta, \phi)$ , обозначаемых как  $(0, 1, 2, 3)$ , можно записать криволинейный интеграл



$$C = \int_{\gamma} ds = \int_0^{2\pi} \left| g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\phi} \frac{dx^\nu}{d\phi} \right|^{1/2} d\phi, \quad (7)$$

то есть в экспоненциальной метрике это дает профиль

$$C(r) = \int_0^{2\pi} |g_{33}|^{\frac{1}{2}} \left( r, \theta = \frac{\pi}{2} \right) d\phi = 2\pi r e^{\varphi(r)} = 2\pi r e^{M/r} = 2\pi \rho(r), \quad (8)$$

из которого на масштабе  $r = M$  следует минимальная длина окружности

$$C_0 = \min\{C(\rho)\} = \min\{2\pi\rho(r)\} = 2\pi\rho_0 = 2\pi(eM) \quad (9)$$

с тем же минимальным физическим радиусом  $\rho_0$ , что и для горловины в (5)-(6), так что, вообще говоря, изменение размерности (включая инверсию – см. рисунок 1, справа) не влияет на критические координатные и физические масштабы, что в дальнейшем будет использовано в алгоритмах аксиальной визуализации.

**Результаты и обсуждение.** Визуализация в алгоритме вложения. I. Рассмотрим традиционный алгоритм (Misner, et al., 1973), когда 2-мерное сечение кротовой норы вкладывается в 3-мерное цилиндрическое евклидово пространство, на примере метрики Шварцшильда в координатах кривизн,

$$ds^2 = b^2(R)dt^2 - a^2(R)dR^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad a^2 = b^{-2} = (1 - 2M/R)^{-1}.$$

Тогда, например, 2-мерное сечение  $t = \text{const}, \theta = \pi/2$ , с метрикой  $ds^2 = -a^2dR^2 - R^2d\phi^2$  следует вложить в 3-мерное пространство с координатами  $\bar{r} \in [0, \infty), \bar{z} \in (-\infty, \infty), \bar{\phi} \in [0, 2\pi]$ :

$$d\bar{s}^2 = -(d\bar{z}^2 + d\bar{r}^2 + \bar{r}^2 d\bar{\phi}^2) = -(d\bar{z}^2 + d\bar{x}^2 + d\bar{y}^2). \quad (10)$$

Отсюда при  $\phi = \bar{\phi}$  получаем  $R = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} = \bar{r} \Rightarrow d\bar{z}^2 + d\bar{r}^2 = (\bar{z}'^2 + 1)dR^2 = a^2dR^2$ , т. е.  $\bar{z}'^2 = a^2 - 1$ , и, следовательно, двузначную формулу вложения  $\bar{z}(R)$  и затем ее инверсию  $R(\bar{z})$ , совпадающую в данном случае с профилем  $\bar{r}(\bar{z})$ , то есть

$$\bar{z}(R) = \pm \int_0^R \sqrt{\frac{2M/R}{1 - 2M/R}} dR = \pm 4M \left( \frac{R}{2M} - 1 \right)^{1/2} \Rightarrow \bar{r}(\bar{z}) = R = \frac{16M^2 + \bar{z}^2}{8M}. \quad (11)$$

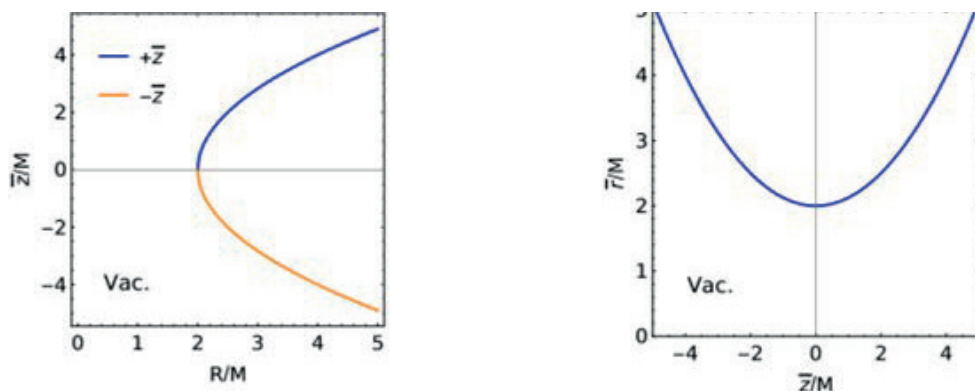


Рисунок 2 – Слева: Две разные ветви формулы вложения  $\pm \bar{z}(R)$ , согласно (11). Справа: Однозначный профиль  $R(\bar{z}) = \bar{r}(\bar{z})$  внутри эффективного 3-мерного евклидова пространства (см. правую часть (11)).

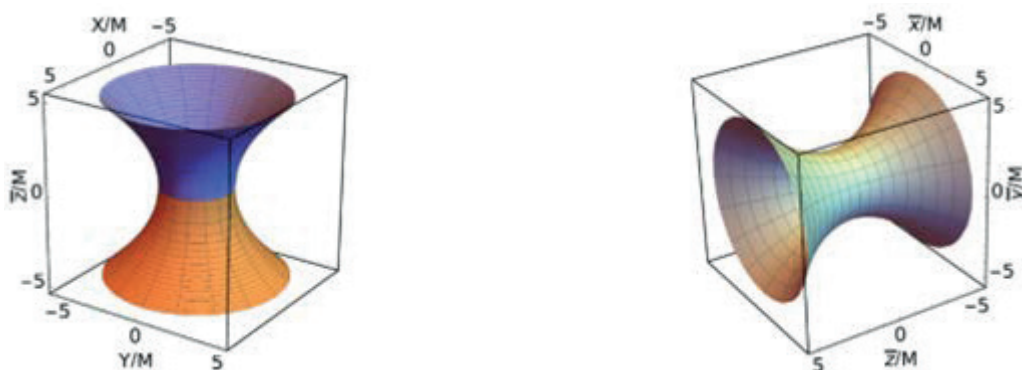


Рисунок 3 – Аксиальная форма функции  $\pm \bar{z}(R)$  (слева) и профиля  $\bar{r}(R) = R(\bar{z})$  (справа), согласно (11), при  $\bar{r}(\bar{z})$  совпадающим с  $R(\bar{z})$  в координатах кривизн.

На рисунке 2, слева показана функция  $\bar{z}(R)$ , и ее аксиальная форма – на рисунке 3, слева. Визуализируемый профиль  $\bar{r}(\bar{z})$  в (11) показан на рисунке 2, справа, а его аксиальная форма – на рисунке 3, справа. Тривиальный характер зависимости  $\bar{r}(R) = R$  является артефактом использования координат кривизн.

II. В работе (Misner, et al., 1973), задача 37.1(c), предложено реализовать алгоритм вложения для исходных изотропных координат с интервалом  $ds^2 = B(r)^2 dt^2 - A(r)^2 (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2)$  так, чтобы 2-мерное сечение  $t = \text{const}, \theta = \pi/2$ , с интервалом  $ds^2 = -A^2 dr^2 - A^2 r^2 d\phi^2$  вкладывалось в 3-мерное цилиндрическое евклидово пространство (10), аналогично рассмотренному случаю I в координатах кривизн.

Рассмотрим два физически различных случая, когда  $A = (1 + M/2r)^2$ , для решения Шварцшильда в вакууме, либо  $A = e^{M/r}$ , для экспоненциальной метрики Папапетру на скалярном фоне. При общем условии  $\phi = \bar{\phi}$ , получим  $\bar{r} = Ar \Rightarrow d\bar{r} = (A'r + A)dr \equiv Ddr$ . Тогда из  $\bar{z}'^2 \equiv \left(\frac{d\bar{z}}{dr}\right)^2 = A^2 - D^2$  и (10) следует двузначная формула вложения для евклидовой координаты  $\bar{z}(r)$ , т. е.

$$\bar{z}(r) = \pm \bar{z} = \pm \int_0^r \sqrt{A^2 - D^2} dr, \quad (12)$$

которая для изотропной метрики Шварцшильда показывает пересечение ветвей в точке  $r = M/2$  и перестает быть гладкой (см. рисунок 4, слева и сравни с предыдущим пунктом I), а именно:

$$\bar{z}(r) = \pm \int_0^r \sqrt{\frac{M(M+2r)^2}{2r^3}} dr = \pm 2r \left(1 - \frac{M}{2r}\right) \sqrt{\frac{2M}{r}}. \quad (13)$$

В случае экспоненциальной метрики Папаетру общая формула вложения (12) дает:

$$\bar{z}_{\pm}(r) = \pm \int_0^r \sqrt{\frac{e^{2M/r} 2M(1 - M/2r)^2}{r}} dr. \quad (14)$$

Данный интеграл мы интегрируем численно при  $r > M/2$ . Результат представлен на рисунке 4, справа.

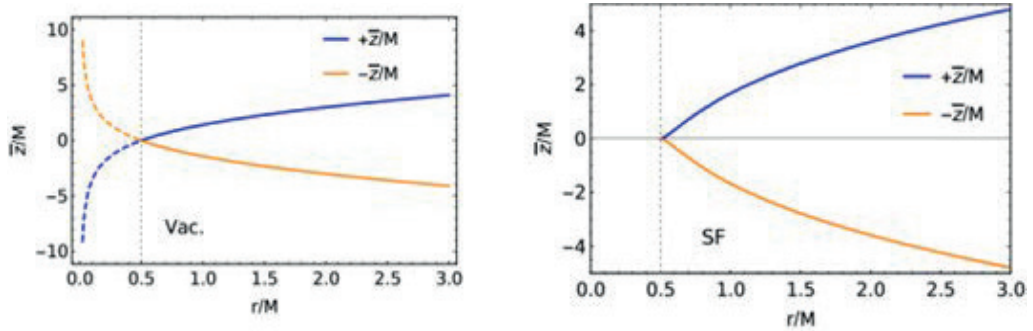


Рисунок 4 – Слева: Двухзначная функция вложения в изотропных координатах Шварцшильда (13), в отличие от координат кривизн на рисунках 2 и 3, нарушает гладкий характер визуализации  $\bar{z}(r)$  из-за пересечения ветвей. Справа: Аналогично, в экспоненциальной метрике численным интегрированием в (14) находится двухзначный (не гладкий) график  $\bar{z}(r)$  на расстояниях  $r > M/2$ .

III. Для получения искомых профилей  $\bar{r}(\bar{z})$  необходимо инвертировать найденную выше функцию вложения  $\bar{r} = Ar$ . В изотропных шварцшильдовских координатах мы приходим к двухзначной формуле инверсии:

$$\bar{r} = r \left(1 + \frac{M}{2r}\right)^2 \Rightarrow r = r_{\pm} = \frac{1}{2} \left[ \bar{r} - M \pm \sqrt{\bar{r}(\bar{r} - 2M)} \right], \quad (15)$$

а в случае скалярного фона также возникает двухзначная инверсия, но теперь в терминах функции Ламберта  $W(x)$  (см. рисунок 5, справа):

Практический интерес представляет только основная ветвь,  $W_0$ .

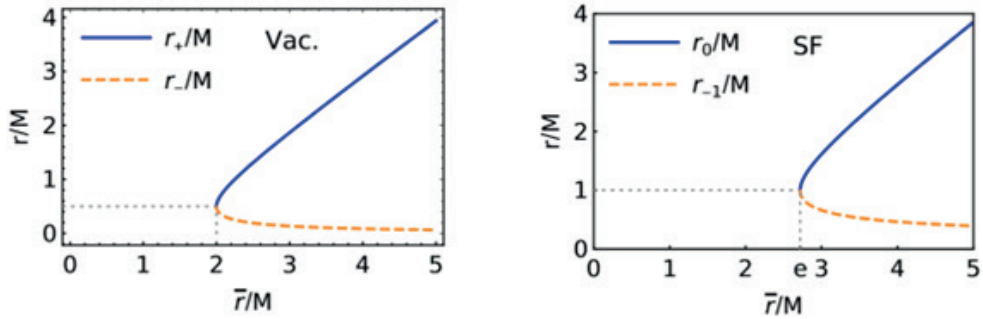


Рисунок 5 – Слева: Двухзначная инверсия функции  $\bar{r} = Ar$  в изотропных шварцшильдовских координатах, в соответствии с (15). Справа: Двухзначная ламбертовская инверсия радиальной координаты в экспоненциальной метрике Папаетру, в соответствии с (16).

Промежуточную функцию  $\bar{z}(\bar{r})$  в изотропных координатах Шварцшильда можно получить двумя эквивалентными способами. Первый означает подстановку (15) в интеграл (13), что даст:

$$\bar{z}(\bar{r}) = \pm \bar{z} = \pm \int_0^{\bar{r}} \sqrt{\frac{A^2}{D^2} - 1} d\bar{r} = \pm \int_0^{\bar{r}} \sqrt{\frac{2M}{\bar{r} - 2M}} d\bar{r} = \pm 2\sqrt{2M(\bar{r} - 2M)}. \quad (17)$$

Второй способ, то есть прямая подстановка последней формулы (15) в правую часть (13) дает четырехзначный результат:

$$\bar{z}(\bar{r}) = \pm \bar{z}(r_{\pm}) = \pm 2 \left( \bar{r} - 2M \pm \sqrt{\bar{r}(\bar{r} - 2M)} \right) \sqrt{\frac{M}{\bar{r} - M \pm \sqrt{\bar{r} - 2M}}}. \quad (18)$$

Однако, в итоге получается однозначная зависимость  $\bar{z}^2(\bar{r}) = 8M(\bar{r} - 2M)$ , что после инверсии дает профиль вложенной поверхности:

$$\bar{r}(\bar{z}) = (16M^2 + \bar{z}^2)/8M, \quad (19)$$

который показывает ту же зависимость, что и ранее в пункте I (см. (11) и рисунок 3, справа). Это совпадение связано с тем, что инвертируемая функция (15) функционально совпадает со стандартным преобразованием к координатам кривизн, где типичный масштаб горловины  $\bar{r}_{min} = 2M$  при  $\bar{z} = 0$ . Очевидно, нет необходимости строить отдельной график данной зависимости в вакууме.

В случае скалярного фона Папаетру ламбертовская подстановка (16) с  $W = W_0$  в (14) приводит к пересчету  $\bar{z}_{\pm}(r)$  в промежуточную функцию  $\bar{z}_{\pm}(r)$ :

$$\bar{z}(\bar{r}) = \pm \int_0^{\bar{r}} \left[ \frac{1}{\left(1 + W_0\left(-\frac{M}{\bar{r}}\right)\right)^2} - 1 \right]^{1/2} d\bar{r}. \quad (20)$$

Выражение (20) интегрируется численно (см. рисунок 6, слева) и после инверсии дает итоговый профиль  $\bar{r}(\bar{z})$  для сечения TWH, вложенного в 3-мерное евклидово пространство, как показано на рисунке 6, справа. Все это согласуется с основной зависимостью для горловины (6) и, в свою очередь, приводит к аксиальной визуализации, качественно аналогичной рисунку 3.

К сожалению, данный метод содержит нефизическую зеркальную  $\pm z$ -симметрию, которая, в силу квадратичности по  $\bar{z}$  в промежуточных вычислениях, неизбежна в рассматриваемом алгоритме вложения.

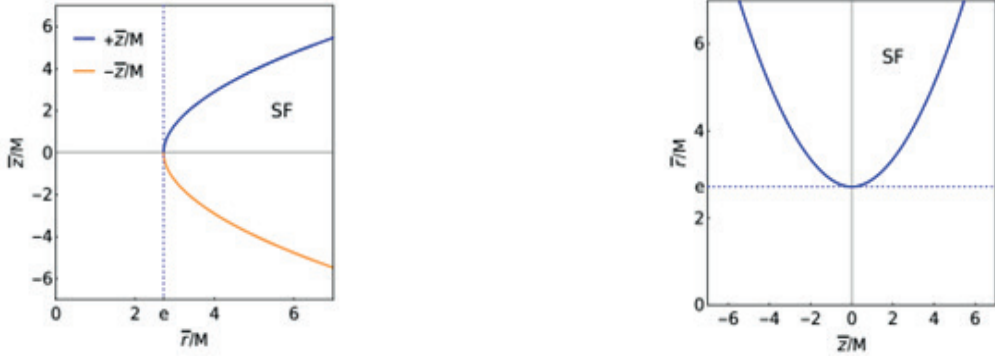


Рисунок 6 – Слева: Промежуточные функции  $\bar{z}_{\pm}(\bar{r})$ , вычисленные согласно (20). Справа: Результирующий профиль  $\bar{r}(\bar{z})$  для области  $\bar{r}/M > e$  при численной инверсии формулы (20).

Аксиальный вариант визуализации инвариантов кривизны. Продолжим анализ инвариантов кривизны, начатый в работах (Boonserm, et al., 2018) и (Turimov, et al., 2022), здесь – в контексте прямого сопоставления с TWH Морриса-Торна.

Для графического сопоставления критерия (4) с инвариантами кривизны мы масштабируем их в соответствии с характеристикой Эйлера (см. (23) ниже) и приводим их к профилям с одинаковыми размерностями  $[r]$  и  $[r^1]$ . При этом учитываем, что в экспоненциальной метрике существует прямая связь между инвариантом Кречмана  $K \equiv R_{\alpha\beta\mu\nu}R^{\alpha\beta\mu\nu}$  и квадратом скаляра Риччи  $R \equiv R^{\alpha}_{\alpha}$ , а именно:

$$K^{1/4} = \left[ R^2 \left( 7 - \frac{16r}{M} + \frac{12r^2}{M^2} \right) \right]^{1/4} \Leftrightarrow \frac{1}{K^{1/4}} = \left[ R^2 \left( 7 - \frac{16r}{M} + \frac{12r^2}{M^2} \right) \right]^{-1/4}. \quad (21)$$

Переходя в скаляре Риччи к минимизированным размерностям  $[1/r] \Leftrightarrow [r]$  также получаем:

$$R^{1/2} = \frac{\sqrt{2}M}{r\rho(r)} = \frac{\sqrt{2}Me^{-M/r}}{r^2} \Leftrightarrow \frac{1}{R^{1/2}} = \frac{r^2 e^{M/r}}{\sqrt{2}M}. \quad (22)$$

Как известно, инвариант Гаусса-Бонне  $\mathcal{G}$  связан с характеристикой Эйлера  $\chi$  (Buzano, et al., 2015):

$$\chi = \frac{1}{32\pi^2} \int \mathcal{G} dV = \alpha^4 \int \mathcal{G} dV, \quad (23)$$

где множитель  $1/32\pi^2 = \alpha^4$  используется на рисунке 7 для соответствующего масштабирования (нормализации) геометрических инвариантов<sup>1</sup>. Этот фундаментальный скаляр имеет структуру:

$$\mathcal{G} = K - \mathcal{E}, \quad (24)$$

в форме комбинации инварианта Кречмана  $K$  (21) и термодинамического инварианта,

$$\mathcal{E} = 4R_{\alpha\beta\mu\nu}R^{\alpha\beta\mu\nu} - R^2 = 3R^2 = \frac{12M^4}{r^8} e^{-\frac{4M}{r}}. \quad (25)$$

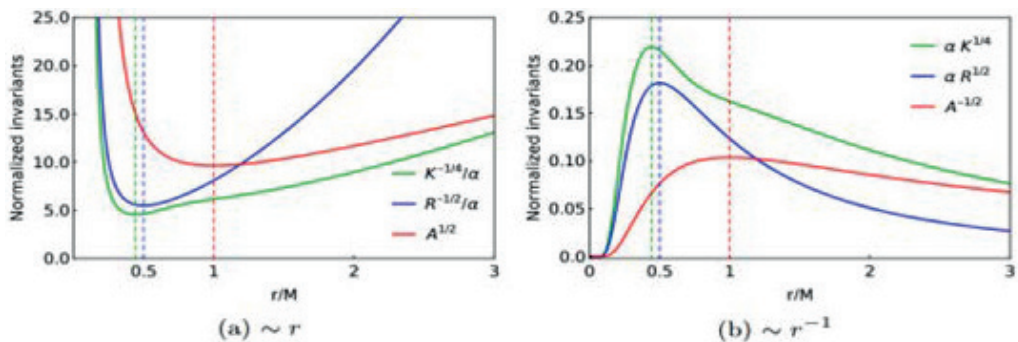


Рисунок 7 - Профили инвариантов Кречмана  $K$ (21), Риччи  $R$  (22), и площадей  $A^{-1}$  TWH Морриса-Торна, полученные из (4).

Профили приведены к размерностям  $[r]$  (слева),  $[r^{-1}]$  (справа) и масштабированы в соответствии с (23). Вертикальные пунктиры фиксируют критические (экстремальные) масштабы при  $r_K = 0.442M$  (зеленый),  $r_R = M/2$  (синий) и  $r_A = M$  (красный).

<sup>1</sup> В (Turimov, et al., 2022) применялось безразмерное представление инвариантов кривизны. Вместо множителя  $M^4$  размерности  $[r^4]$  в (Turimov, et al., 2022), мы используем безразмерный множитель  $\alpha^4$ , следующий из топологического соотношения (23), что в соответствующих случаях приводит к численно эквивалентным результатам.



Если сферически симметричные функции, такие как TWH и геометрические профили, вытекающие из экспоненциальной метрики Папапетру, известны аналитически или численно, как, например, показано на рисунке 7 (а), то их можно визуализировать в терминах 3-мерного евклидова пространства (10) в форме регулярных поверхностей вращения, показанных на рисунке 8 (сверху). Обратные (по размерности) профили 1/r-типа на рисунке 7 (b) также представляются в виде аксиальных поверхностей на рисунке 8 (снизу). Соответствующие экстремумам (минимальные или максимальные) сечения фиксируются вертикальными полупрозрачными плоскостями.

В операционном смысле, для построения поверхностей вращения можно перейти в метрике Папапетру от сферических координат к аксиально-симметричным координатам типа Вейля-Льюиса (Lewis, 1932). В результате вместо (1) будем иметь

$$ds^2 = e^{-2\varphi(\rho,z)} dt^2 - e^{2\varphi(\rho,z)} (d\rho^2 + dz^2 + \rho^2 d\phi^2), \quad \varphi = M/r = M/\sqrt{\rho^2 + z^2}. \quad (26)$$

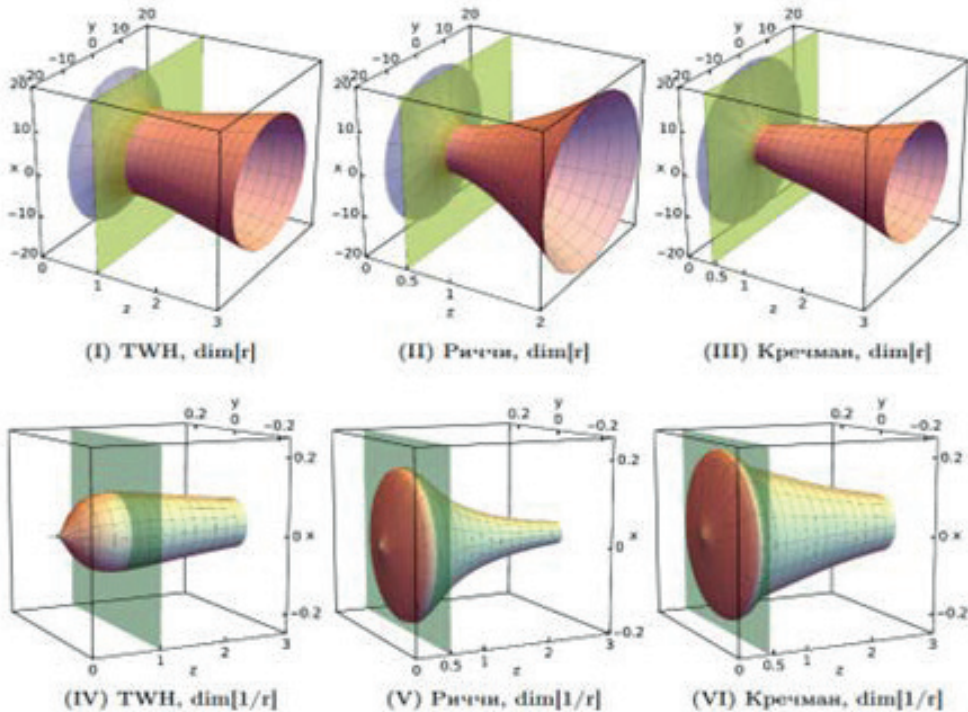


Рисунок 8 - Вверху: Аксиальные поверхности, соответствующие различным [r]-профилям скалярного поля на рисунке 7 (а), т. е. TWH (I) и геометрических инвариантов (II), (III), в единицах г/М. Полупрозрачные плоскости фиксируют физические минимумы (или максимумы) при  $r_A = M$ ,  $r_R = M/2$  и  $r_K = 0.442M$ , соответственно. Внизу: Аксиальные поверхности для обратных [1/r]-профилей на рисунке 7 (b) TWH (IV) и геометрические инварианты (V), (VI) демонстрируют отсутствие сингулярностей. Вертикальные плоскости фиксируют максимумы на соответствующих радиальных расстояниях.

Таким образом, как показано на рисунках 7 и 8, приведенные к степенным размерностям типа  $[r^{\pm n}]$  профили инвариантов Кречмана и Риччи имеют физические экстремумы на радиальных расстояниях, близких друг к другу  $r_k = 0.442M$  (зеленый) и  $r_R = M/2$  (синий), что полностью согласуется с результатами (Turimov, et al., 2022). В то же время, напомним, что в случае TWH соответствующий критический координатный масштаб оказывается вдвое больше,  $r_A = M$  (красный).

Предложенный метод позволяет визуализировать параметры рассматриваемых профилей, избегая упомянутую искусственную зеркальную  $\pm z$ -симметрию. В частности, координатные расстояния, связанные с горловиной типа  $r_A = M$  для TWH и  $r_R = M/2$  для инвариантов, связанных со скаляром Риччи (Kraniotis, 2022), автоматически сохраняются вместе с соответствующими физическими радиальными масштабами. Рассмотренные здесь виды аксиальной визуализации топологически эквивалентны и в определенном смысле дополняют друг друга, давая достаточно наглядное представление скалярного фона, индуцированного метрикой Папапетру. Главное в этой картине, это демонстрация несингулярного поведения геометрических инвариантов в экспоненциальной метрике несмотря на то, что сопутствующее уравнение Клейна–Гордона удовлетворяется сингулярным ньютоновским потенциалом.

**Заключение.** Как показано в работе (Boonserm, et al., 2018), экспоненциальная метрика Папапетру, независимо от её происхождения, математически может рассматриваться как проходима кротовая нора (TWH), с минимальным масштабом (горловиной) при  $r = M$ . В то же время, скаляр Риччи и другие геометрические инварианты тензора кривизны, порождаемые в указанной метрике непосредственно уравнениями Эйнштейна, формируют вдвое меньший экстремальный масштаб  $r = M/2$ , который, в отличие от TWH, может приводить к наблюдаемым физическим эффектам. В частности, это касается термодинамических величин, связанных со скалярным фоном (Makukov, et al., 2018). Для изучения специфических особенностей этих сферически-симметричных геометрических объектов эффективным методом оказывается визуальное представление соответствующих радиальных профилей. В данной работе это сделано двумя независимыми, но топологически эквивалентными способами. Первый, традиционный метод вложения, предложенный Мизнером, Торном и Уилером (Misner, et al., 1973), мы детально проработали применительно к скалярному фону. На основе второго, прямого ротационного метода, было показано, как вся информация, содержащаяся в радиальных профилях, может быть сохранена при визуализации соответствующих поверхностей вращения. В целом, данный метод оказывается не только достаточно информативен, но и важен также с практической точки зрения, так как позволяет получить наиболее адекватные представления о допуске пространственном распределении фундаментального скалярного фона в рамках рассматриваемой модели как необходимой предпосылки для изучения в дальнейшем вытекающих отсюда физических следствий.



**Литература**

- Boonserm P., Ngampitipan T., Simpson A., Visser M. (2018) Exponential metric represents a traversable wormhole. *Physica Review D*. — Vol. 98(8). — P. 084048. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.024050> (in Eng.)
- Buzano R., Nguyen H.T. (2015). The Chern–Gauss–Bonnet formula for singular non-compact four-dimensional manifolds. *Communications in Analysis and Geometry*. — Vol. 27(8). — P. 1697-1736. DOI: <https://doi.org/10.4310/cag.2019.v27.n8.a2> (in Eng.)
- Dirac P.A.M. (1996). *General theory of relativity*. – Princeton University Press. DOI: <https://doi.org/10.1515/978140088419> (in Eng.)
- Gao C., Qiu J. (2024) From the Janis–Newman–Winicour Naked Singularities to the Einstein–Maxwell Phantom Wormholes. *Universe*. — Vol. 10(8). — P. 328. DOI: <https://doi.org/10.3390/universe10080328> (in Eng.)
- Gautreau R. (1969) Coupled Weyl gravitational and zero-rest-mass scalar fields. *Il Nuovo Cimento B*. — Vol. 62(2). — P. 360-370. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF02710144> (in Eng.)
- Kraniotis G.V. (2022) Curvature invariants for accelerating Kerr–Newman black holes in(anti-) de Sitter spacetime. *Classical and Quantum Gravity*. — Vol. 39(14). — P. 145002. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac750a> (in Eng.)
- Kuchar K.V. (1963) On the Rainich geometrization of scalar meson fields. *Czech J Phys*. — Vol. 13. — P. 551-557. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01689553> (in Eng.)
- Lewis T. (1932) Some special solutions of the equations of axially symmetric gravitational fields. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*. — Vol. 136(829). — P. 176-192. DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1932.0073> (in Eng.)
- Makukov M.A., Mychelkin E.G. (2018) Simpler than vacuum: Antiscalar alternatives to black holes. *Physical Review D*. — Vol. 98(6). — P. 064050. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.064050> (in Eng.)
- Misner C.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. (1973) *Gravitation*. – Freeman W. H. and Company, San Francisco. ISBN: 9780716703440 (in Eng.)
- Morris M.S., Thorne K.S. (1988) Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*. — Vol. 56(5). — P. 395-412. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.15620> (in Eng.)
- Mychelkin E., Makukov M., Suliyeva G., Jafari N. (2024) On the weak and strong field effects in antiscalar background. *General Relativity and Gravitation*. — Vol. 56(4). — P. 44. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10714-024-03227-7> (in Eng.)
- Papapetrou A. (1954) Eine theorie des gravitationsfeldes mit einer feldfunktion [Gravitation field theory with field function]. *Zeitschrift für Physik*. — Vol. 139(5). — P. 518-532. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01374560> (in Ger.)
- Ruppeiner G. (1995) Riemannian geometry in thermodynamic fluctuation theory. *Reviews of Modern Physics*. — Vol. 67(3). — P. 605-659. DOI: <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.67.605> (in Eng.)
- Stachel J. (1968) Structure of the Curzon metric. *Physics Letters A*. — Vol. 27(1). — P. 60. DOI: [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(68\)91338-8](https://doi.org/10.1016/0375-9601(68)91338-8) (in Eng.)
- Turimov B., Turaev Y., Ahmedov B., Stuchlik Z. (2022) Circular motion of test particles around wormhole represented by exponential metric. *Physics of the Dark Universe*. — Vol. 35. — P. 100946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dark.2021.100946> (in Eng.)
- Visser M., Hochberg D. (1997) Generic wormhole throats. *Annals of the Israel Physical Society*. — Vol. 13. — P. 249. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/9710001> (in Eng.)

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the work described has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the originality detection service Cross Check <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

**[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)**

**ISSN 2518-1483 (Online), ISSN 2224-5227 (Print)**

**<http://reports-science.kz/index.php/en/archive>**

Директор отдела издания научных журналов НАН РК *А. Ботанқызы*

Редакторы: *Д.С. Аленов, Ж.Ш. Әден*

Верстка на компьютере *Г.Д. Жадырановой*

Подписано в печать 23.06.2025.

Формат 60x88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

18,0 п.л. Заказ 2.