

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



СЕРИЯ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



SERIES

OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL

2 (288)

НАУРЫЗ – СӘУІР 2013 ж.

МАРТ – АПРЕЛЬ 2013 г.

MARCH – APRIL 2013

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ

ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

Бас редактор
ҚР ҰҒА академигі
Б. Т. Жұмағұлов

Редакция алқасы:

физика-математика ғылымдарының докторы **Н. М. Темірбеков** (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері **Н. Ж. Тәкібаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Калменов, Н. Қ. Блиев, Б. Н. Мұқашев, М. Ө. Өтелбаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Қ. Қ. Қадыржанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Н. Т. Данаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Т. С. Рамазанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Ө. Ө. Өмірбаев**, химия ғылымдарының докторы **Н. Бейсен** (жауапты хатшы)

Главный редактор
академик НАН РК
Б. Т. Жумагулов

Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук **Н. М. Темірбеков** (заместитель главного редактора), академики НАН РК **Н. Ж. Такибаев, С. Н. Харин, Т. Ш. Кальменов, Н. К. Блиев, Б. Н. Мукашев, М. О. Отелбаев**, доктор физико-математических наук **К. К. Кадыржанов**, доктор физико-математических наук **Н. Т. Данаев**, доктор физико-математических наук **Т. С. Рамазанов**, доктор физико-математических наук **У. У. Умирбаев**, доктор химических наук **Н. Бейсен** (ответственный секретарь)

Editor-in-chief
academician of the NAS of the RK
B. T. Zhumagulov

Editorial staff:

doctor of physical and mathematical sciences **N.M. Temirbekov** (deputy editor-in-chief), academicians of the NAS of the RK **N. Zh. Takibayev, S. N. Harin, T. Sh. Kalmenov, N. K. Bliiev, B. N. Mukashev, M. O. Otelbaev**, doctor of physical and mathematical sciences **K. K. Kadirzhanov**, doctor of physical and mathematical sciences **N. T. Danaev**, doctor of physical and mathematical sciences **T. S. Ramazanov**, doctor of physical and mathematical sciences **U. U. Umirbaev**, doctor of chemical sciences **N. Beysen** (secretary)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 3000 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18 www:akademianauk.kz
Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

ҚР ҰҒА академигі
ӘБДИЛДИН Мейірхан Мұбаракұлының
75 жылдығына арналған

**«ҚАЗІРГІ ФИЗИКАНЫҢ
КӨКЕЙКЕСТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ»**

атты халықаралық ғылыми конференцияның материалдары

* * *

*Материалы международной научной конференции,
посвященной 75-летию академика НАН РК
АБДИЛЬДИНА Мейрхана Мубараковича*

**«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ»**

* * *

*Proceedings of the International Conference
dedicated to the 75th anniversary of academician RK
ABDILDIN Meyrhan Mubarakovich*

**«ACTUAL PROBLEMS
OF MODERN PHYSICS»**

УДК 539.17; 524.354.6

Н. Ж. ТАКИБАЕВ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ОБОЛОЧКАХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Аннотация

Рассмотрены нелинейные взаимодействия в сверхплотных кристаллических структурах внешних оболочек нейтронных звезд, приводящие к ряду новых явлений и эффектов. Нелинейность в таких средах обязана чрезвычайно малому параметру решетки, значительно меньшему размера электронных атомных орбит. Такие сверхплотные кристаллы, где расстояния между ядрами вещества очень малы, стимулируют образование возбужденных состояний ядер в реакциях электронного захвата и поддерживают их длительное существование. Показано, что рост плотности числа таких ядер и их нелинейные взаимодействия ведут к генерации высоких мод и индуцированному излучению в кристалле. В свою очередь, энергичные гамма кванты, рассеиваясь на ядрах и электронах среды, могут порождать нейтрино-антинейтринные пары, вызывать фотоядерные реакции и реакции с выбиванием нейтронов из ядер.

Ключевые слова: нейтронные звезды, сверхплотные кристаллы, реакции захвата электронов ядрами, фононы, нелинейные взаимодействия.

Кілт сөздер: нейтронды жұлдыздар, аса тығыз кристалдар, электрондардың ядролармен қармау реакциялары, фонондар, бейсызықты әсерлесулер.

Keywords: neutron stars, overdense crystals, reactions of electron capture by nuclei, phonons, nonlinear interactions.

Взаимодействия заряженных частиц и электромагнитных полей в сверхплотных кристаллах являются сильно нелинейными [1-3]. Сверхплотными обычно называют конденсированные среды, образующиеся в компактных звездных объектах. К таким средам относят, в частности, кристаллические внешние оболочки нейтронных звезд и твердые ядра в центре белых карликов [4, 5]. Нелинейность в таких средах обязана чрезвычайно малым расстояниям между ядрами, значительно меньшими размеров электронных атомных орбит.

Считается, что компактные звезды рождаются в центральных областях сверхновых звезд, во время их взрыва. Внешние области сверхновой разлетаются этим взрывом в космическое пространство, образуя галактическую газовую туманность, а внутренние сдавливаются взрывом и превращаются в компактные звездные объекты. Экстремально высокая плотность вещества в компактных звездах поддерживается и регулируется силами гигантского гравитационного притяжения [4-6].

Атомные ядра в сверхплотных средах будут уже лишены своих электронов, которые образуют вырожденную электронную Ферми-жидкость. Энергетически выгодной при этом становится кристаллическая структура, имеющая гранецентрированную кубическую плотную упаковку, в узлах которой будут находиться «голые» ядра. Структура из «голых» ядер будет «погружена» в электронную Ферми-жидкость, и среда будет оставаться в целом электрически нейтральной. Такая жесткая структура, характерная для внешних оболочек нейтронных звезд, будет определять основные физические свойства этой сверхплотной среды [6].

Здесь интенсивные взаимодействия электрических и магнитных полей дадут результатом разнообразные эффекты нелинейной волновой динамики – параметрического взаимодействия и самовоздействия, образование ударных волн, солитонов, генерацию мод высокой кратности, и т.д. Нелинейный отклик среды и резонансные явления будут играть важную роль в механизмах электромагнитного возбуждения и релаксации сильно неравновесных состояний в таких конденсированных средах [7-9].

В сверхплотных кристаллах ядерные реакции и возбужденные состояния ядер становятся особо значимыми в цепочке взаимосвязанных процессов – они становятся участниками резонансных взаимодействий фононов кристалла с фононами внутри ядра (элементарными возбуждениями ядер [10]). Такие процессы особенно интенсивно будут возникать на определенных глубинах в оболочках нейтронных звезд, где

становятся возможными ядерные реакции захвата электронов ядрами (нуклидами), находящимися в узлах кристаллической решетки. Для каждого нуклида имеется своя пороговая глубина в оболочке нейтронной звезды, с которой начинаются соответствующие реакции захвата электронов [3].

В зависимости от элементного состава первичного вещества нейтронной звезды, им будут отвечать разные типы ядерных реакций. Оценка энергетического выхода этих реакций и их особенностей даст понимание развития ядерных процессов в нейтронных звездах и роли их первичного химического состава.

Резонансные переходы между кристаллическими и ядерными фононами, между фононами и фотонами будут усиливать нелинейный отклик как внутри самих ядер, так и между ядрами в сверхплотном кристалле. Нелинейные взаимодействия в самой кристаллической среде и внутри ядер кристалла могут привести к периодическим выплескам высокоэнергичных электромагнитных волн, локальным изменениям плотности в слое оболочки и, соответственно, к звездотрясениям, генерации нейтринного излучения и другим неординарным явлениям.

Нелинейные явления в оптике. Нелинейные явления уже давно изучаются в лабораторных условиях, например, в установках, где высокая плотность электромагнитного поля в специальной мишени (среде) достигается накачкой излучения системой мощных лазеров. На выходе регистрируется вторичное излучение, его параметры и свойства. Так были открыты явления генерации высоких гармоник, нелинейного энергообмена между волнами, образования ударных волн, солитонов и т.п. [7-9].

Для свободного нерелятивистского электрона, движущегося в поле световой волны

$$E = E_{\omega} = \vec{e}A \exp\{i\vec{k}\vec{r} - i\omega t\}, \quad (1)$$

уравнение движения можно записать в виде:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r} = -\frac{e}{m} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \cdot \vec{H}] \right). \quad (2)$$

Поскольку $\vec{E} \sim \vec{H}$, $\vec{v} \sim \vec{E}$, то решая (2) по теории возмущений, например, при $v/c \ll 1$, видно, что решение уже будет нелинейным:

$$r \sim \gamma_1 E + \gamma_2 E^2 + \dots \quad (3)$$

Причем, даже при малых \vec{E} электрон может переизлучать не только на собственной частоте поля, но и на удвоенной, утроенной и более высоких частотах.

В случае связанного электрона, его нелинейный отклик может быть еще сильнее, так как удерживающее электрон поле будет также иметь нелинейный характер [11]. Так, для описания смещения связанного электрона по \vec{x} имеет место уравнение:

$$\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + F_{nl} = -\frac{e}{m} E, \quad (4)$$

где $F_{nl} = \alpha x^2 + \beta x^3 + \dots$. Считая этот нелинейный член малым, можно определить решения по теории возмущений. Для наведенного дипольного момента $\vec{d} = e\vec{x}$:

$$\vec{d} = \vec{d}(\vec{E}) = \vec{d}_l + \vec{d}_{nl} = \gamma_1 \vec{E} + \gamma_2 \vec{E}\vec{E} + \gamma_3 \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \quad (5)$$

и для макроскопической поляризации \vec{P} (в изотропной среде $\vec{P} = N e\vec{x}$, где N – число частиц в единице объема):

$$\vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) = \vec{P}_l + \vec{P}_{nl} = \chi_1 \vec{E} + \chi_2 \vec{E}\vec{E} + \chi_3 \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \quad (6)$$

Коэффициенты разложения есть тензоры второго, третьего и более высоких порядков.

Когда нелинейными членами можно пренебречь, например, в случаях хаотического неинтенсивного излучения, тогда отклик среды будет линеен по полю, т.е. будет полностью описываться линейной поляризуемостью γ_1 и линейной восприимчивостью χ_1 :

$$\vec{d} = \vec{d}_l = \gamma_1 \vec{E}; \quad \vec{P} = \vec{P}_l = \chi_1 \vec{E}. \quad (7)$$

Однако, даже в случае слабой упругой ангармонической силы $F = -\alpha x - qx^3$, восприимчивость становится нелинейной функцией напряженности поля:

$$\chi(E) = \frac{Ne^2}{\alpha} - q \frac{Ne^4}{\alpha^4} E^2. \quad (8)$$

Если среда анизотропна, то поляризуемость – γ и восприимчивость – χ становятся тензорными величинами (см., например [13]).

Величина нелинейного эффекта определяется напряжённостью светового поля, значением нелинейной восприимчивости и эффективным пространственным масштабом нелинейного взаимодействия. В сверх-сильных световых полях описание нелинейного отклика, базирующееся на методе возмущений, разложении нелинейной поляризации в ряд по степеням поля, теряет силу.

Описание нелинейных эффектов в общем случае, и особенно в случае сильных полей или плотных, неоднородных или многокомпонентных сред представляет собой весьма непростую задачу. Однако необходимость решения таких задач становится все более актуальной и востребованной как в связи с ростом технических возможностей и открытием новых нелинейных явлений, так и с увеличением областей их возможного проявления и применений, требующих теоретического анализа и численных оценок.

Так, в экспериментах по генерации оптических гармоник в атомах инертных газов при интенсивностях 10^{14} – 10^{15} Вт/см² были зарегистрированы нечётные гармоники вплоть до 21-й. Теоретическая интерпретация эффекта базируется на численном анализе нелинейного отклика одноэлектронного атома, никак не связанном с методом возмущений [11].

В протяжённой среде, характерный размер которой существенно превышает длину волны, эффективность нелинейного взаимодействия определяется величиной нелинейного отклика и условиями интерференции свободных и вынужденных волн: локальные и накапливающиеся нелинейные эффекты. Техника генерации высоких гармоник в специальных средах при интенсивной накачке системой синхронных лазеров даёт сейчас значения кратности мод излучения ~ 2000 [8, 9].

В описании нелинейных взаимодействий особый интерес представляют поиски автомодельных решений, стационарных волн, неустойчивостей и т. п.

Особый интерес вызывают нелинейные эффекты в астрофизике, в частности, в процессах сверхизлучения, явлений в сильных магнитных полях и в сверхплотных средах. К последним относятся процессы, происходящие в сверхплотных оболочках нейтронных звезд.

Возбужденные ядра в оболочках нейтронных звезд. В сверхплотных кристаллах все электроны оказываются «выдавленными» со своих электронных орбит, плотная квантовая упаковка создает вырожденную электронную Ферми жидкость. Голые ядра фиксированы в узлах кристаллической решетки, а расстояния между этими ядрами на три-четыре порядка меньше Боровского радиуса, т.е. много меньше размеров атома. Такие кристаллические структуры формируются в оболочках нейтронных звезд под действием гигантского гравитационного давления [4].

Глубже, под твердой оболочкой, находится мантия, где плотность вещества выше ядерной плотности: $\rho_N = 0.5 \cdot 10^{14} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ – плотность вещества средних ядер. В мантии вещество представляет собой уже нейтронную Ферми жидкость, где присутствуют деформированные ядра, а также протоны и электроны. Изучению свойств такого вещества и более глубоких областей нейтронной звезды посвящено огромное число работ, но эти свойства остаются пока неизвестными [5].

Что касается твердой оболочки нейтронной звезды, где плотность вещества меньше ρ_N , то здесь ядра еще не теряют своих индивидуальных свойств. Многие характеристики таких ядер и реакций с их участием хорошо изучены в лабораторных экспериментах и теоретически описаны, например, в теории квазичастиц [10]. Именно поэтому оценки многих явлений, происходящих в оболочках, представляются более реалистичными и теоретически обоснованными.

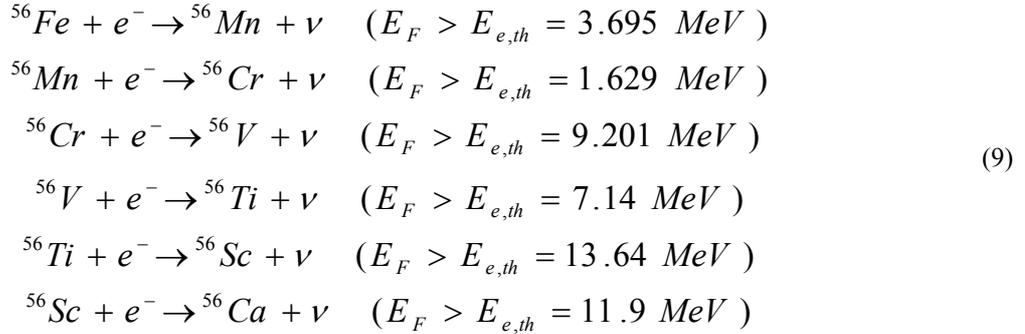
Наш анализ будет касаться средних и нижних слоев внешней корки (outer crust) и верхних слоев внутренней корки (inner crust) в пределах $10^6 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3} \leq \rho \leq 10^{11} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Будем исходить из того, что в верхних слоях оболочки элементный состав вещества близок к первоначальному, который был в центре сверхновой в момент ее взрыва при образовании нейтронной звезды. Считается, что это вещество состояло в основном из элементов группы железа.

Элементный состав вещества твердой оболочки нейтронной звезды будет меняться в глубоких слоях оболочки. Действительно, при плотностях $\rho \geq 10^6 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ начинаются процессы захвата электронов ядрами. В среде с увеличением давления последовательно включаются все новые реакции электронного захвата и ядра становятся нейтроноизбыточными, т.к. в ядрах все большее число протонов превращается в нейтроны.

Плотность вещества в оболочках нейтронных звезд можно связать с энергией Ферми электронов выражением: $\rho = \bar{A} \cdot 1.948 \cdot 10^6 x^3 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, где $x = p_f / m_e c$, p_f – импульс, а $E_f = \sqrt{p_f^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ – энергия Ферми, $\lambda_e = \hbar / m_e c$ – комптоновская длина волны электрона. Величина $\bar{A} = A/2Z$, где A – массовое число, Z – заряд нуклида. Для каждого нуклида будет своя пороговая энергия и свой пороговый слой в оболочке, где начинаются реакции электронного захвата. Свободные протоны начинают захватывать электроны при $\rho \geq 1.2 \cdot 10^7 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$.

Каждый стабильный нуклид исходного вещества нейтронной звезды будет давать свою цепочку реакций электронного захвата. Возникающие дочерние ядра, которые в обычных земных условиях испытывают бета распад, в сверхплотной материи будут стабильными, поскольку испустить электрон они уже не могут. Более того, во многих реакциях дочерние ядра будут возникать как в основном (если игнорировать бета распад, который здесь закрыт), так и в возбужденных состояниях. Ниже показаны цепочки таких реакций, порождаемых стабильными изотопами группы железа. Все ядерные данные взяты из обзорных работ и ядерных баз данных [14-17].

Рассмотрим, например, стабильный изотоп железа ^{56}Fe , распространенность которого в природе составляет 91.754%. Для него цепочка реакций оказывается следующей:



Здесь в скобках отмечено, что энергии Ферми электронов должны быть выше пороговых энергий реакций электронного захвата и указаны пороговые энергии соответствующих реакций.

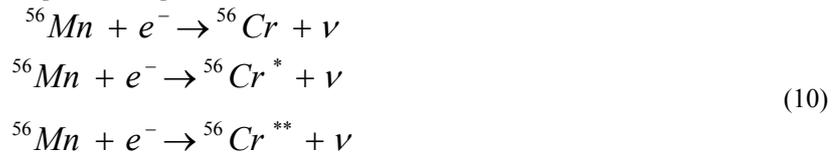
Итак, при плотностях $\rho \geq 7.155 \cdot 10^9 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ стартует первая реакция, и образуются ядра ^{56}Mn , которые в обычных земных условиях нестабильны. Здесь ядро ^{56}Mn будет оставаться стабильным, так как в среде все электронные состояния заполнены до энергии: $E_F > E_{e,th} = 3.695 \text{ MeV}$, и эмиссия электрона из ядра невозможна.

Из (9) видно, что для этого нуклида будет уже открыта реакция следующего электронного захвата, порог которой будет почти на 2 МэВ меньше порога предыдущей (первой) реакции. Т.е. вторая реакция идет с выигрышем энергии.

Важно, что у ядра ^{56}Cr есть богатый спектр возбужденных состояний, нижние два из которых имеют энергии ниже порога $E_{e,th} = 3.695 \text{ MeV}$ и также будут открыты, наряду с основным состоянием.

Энергии этих уровней равны: $E_1(^{56}\text{Cr}) = 1.007 \text{ MeV}$ и $E_2(^{56}\text{Cr}) = 1.832 \text{ MeV}$ [15].

Поэтому здесь фактически открыты три канала реакций захвата:



Третья реакция в цепочке (9) откроется на больших глубинах, где $\rho \geq \rho_{th2} = 1.132 \cdot 10^{10} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Примечательно, что и во второй паре реакций четвертая реакция будет также открыта вместе с третьей, поскольку ее порог будет меньше порога третьей реакции тоже почти на 2 МэВ.

Пятая реакция цепочки может реализовываться на еще больших глубинах при $\rho \geq \rho_{th3} = 3.697 \cdot 10^{10} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. И так же, как в двух первых парах, шестая реакция в цепочке будет сразу же открыта вместе с пятой реакцией.

Ситуация аналогичная ^{56}Fe имеет место и для других ядер - четных изотопов элементов группы железа. В противоположность четным ядрам, изотоп ^{57}Fe дает иную картину. Здесь каждая последующая реакция имеет порог, больше порога предыдущей [3], т.е. реакции в данной цепочке будут включаться последовательно друг за другом с увеличением глубины. Распространенность в природе ^{57}Fe равна 0.754%.

Возбужденные ядра, возникающие в кристаллической структуре в оболочках нейтронных звезд, должны проявлять себя необычным образом по сравнению с их поведением в средах с обычной плотностью.

Так, в земных условиях переход из низшего возбужденного состояния ядра $^{56}\text{Cr}^*$ в основное дает гамма квант с энергией $E_\gamma \approx 1 \text{ MeV}$, длина волны которого $\lambda_\gamma \approx 10^3 \text{ fm}$. Расстояния же между ядрами обычного кристалла будут на три порядка больше. Поэтому возбужденное ядро будет без затруднений излучать гамма кванты. Дальнейшее распространение гамма кванта будет связано с его рассеянием в среде.

Иная ситуация имеет место в сверхплотных кристаллах. Пороговая плотность для реакций с ядром ^{56}Fe соответствует параметру решетки, которая является значительно меньшей длины волны гамма квантов, отвечающих возбужденным состояниям $^{56}\text{Cr}^*$. Поэтому излучение возбужденного ядра оказывается невозможным.

Итак, в сверхплотной решетке возникает не простая ситуация, когда при сжатии решетки достигается порог реакций электронного захвата и образуются возбужденные состояния ядер, но эта же решетка не позволяет таким ядрам излучить гамма квант обычным способом.

Колебательные возбуждения ядер. Возбужденные ядерные состояния отвечают согласованному коллективному движению нуклонов внутри ядра, что дает периодическую зависимость ядерных свойств от времени [10]. Если энергия возбуждения ниже порога вылета нуклонов из ядра $E^* < 7 \text{ MeV}$, то возбуждения проявляются как серии дискретных уровней, подобно вибрационным полосам в молекулярных спектрах. При более высоких энергиях они проявляются в виде широких резонансных максимумов в сечениях ядерных реакций (гигантские резонансы). Колебательные возбуждения ядер характеризуются большой вероятностью электромагнитных переходов в нижележащие состояния, в сравнении с типичными значениями переходов нуклонов в ядре с одной орбиты на другую. Это свидетельствует о когерентном коллективном характере колебательного движения - при переходе синхронно меняется состояние многих нуклонов.

При колебательных возбуждениях ядер возникает периодически зависящее от времени t отклонение $\delta\rho(r, t)$ плотности ядра от равновесной $\rho(r)$. Колебания можно представить комбинацией нормальных колебательных мод: $\delta\rho(r, t) = \delta\rho(r) Y_{LM}(\theta, \varphi) \cos(\omega_L t)$, где $\delta\rho(r)$ есть изменение плотности в зависимости от радиуса r , $Y_{LM}(\theta, \varphi)$ – сферическая функция, индексы L, M (угловой момент и его проекция) отвечают различным типам колебаний.

Переходя к квантовому описанию, удобно ввести для каждой моды колебательные кванты – фононы. Колебательные возбуждения ядер характеризуются числами n_{LM} фононов, причём каждый фонон несёт угловой момент L (изменение орбитального момента ядра) и его проекцию M на ось колебания, энергию $\hbar\omega_L$, чётность $\pi = (-1)^L$. Вследствие несжимаемости ядерного вещества изменения плотности при колебаниях формы сосредоточены в основном на поверхности ядра [10].

Фононная модель предсказывает для каждой моды эквидистантный спектр n -фононных состояний с энергиями $E_n = \hbar\omega$. В сферических ядрах этот спектр состоит из мультиплетов уровней с одинаковыми энергиями и различными полными моментами n фононов. Электромагнитные переходы между уровнями должны подчиняться определенным правилам отбора и соотношениям интенсивности. Так, для состояний с параллельно «выстроенными» моментами n фононов вероятности переходов $n \rightarrow n-1$ увеличиваются в n раз по сравнению с переходом $1 \rightarrow 0$ из однофононного состояния в основное (аналог лазерных эффектов усиления).

Фононная теория ядра может быть эффективно применена для описания образования возбужденных ядер в сверхплотных кристаллических структурах в оболочках нейтронных звезд. Примечательным здесь является то, что энергетические спектры фононов кристалла и фононов ядра могут пересекаться между собой [3]. Это ведет к появлению и развитию резонансных переходов между фононами разных типов, т.е. нелинейным их взаимодействиям.

Резонансные переходы между фононами разных типов или фононами и возбуждениями квазичастиц хорошо известны в физике конденсированных сред [12]. Так, например, фононы кристалла могут резонансно взаимодействовать с возбуждениями в молекулярных системах, или с фононами поверхностного типа, и т.д. Одним из главных условий таких взаимодействий является пересечение или близость их энергетических спектров, что стимулирует развитие резонансных переходов.

Нелинейные явления в сверхплотных кристаллах. В сверхплотных кристаллических структурах реакции электронного захвата приводят к трансформации ядер некоторых элементов с определенным Z в ядра элементов с $Z-2$ при сохранении массового числа A , но часть образовавшихся ядер оказывается в возбужденных состояниях. Однако сама сверхплотная решетка не позволяет ядру освободиться от возбуждения. Показатель преломления среды оказывается отрицательным и фононное возбуждение ядра не может трансформироваться в электромагнитное излучение, т.е. ядро не может испустить гамма-квант [3].

Таким образом, среда делает возбужденное ядро «квазистабильным».

«Квазистабильность» подчеркивает, что при определенных условиях возбужденные ядра все же будут способны испустить гамма-квант, но энергия такого гамма-кванта должна быть больше некоторого порогового значения. Пороговое значение определяется параметром кристаллической решетки – длина волны испускаемого гамма-кванта должна быть меньше наименьшего расстояния между узлами решетки (т.е. между ядрами, фиксированными в узлах этой решетки).

Проблема заключается в том, что «квазистабильные» ядра имеют недостаточно энергии, чтобы испускать гамма-кванты самостоятельно. Но ансамбль из n «квазистабильных» ядер может генерировать гамма-квант высокой моды порядка n . Т.е. чем больше ансамбль, тем большую энергию он согласованно может испустить. Это чисто нелинейный эффект, возникающий в сверхплотной кристаллической структуре.

Рассмотрим механизм действия такого нелинейного источника энергии. Определим физические модели нелинейных взаимодействий.

Первое, это модель взаимодействия фононов кристалла с фононами ядра. Поскольку энергетический спектр фононов ядра пересекается со спектром фононов кристалла первой зоны Бриллюэна, то их взаимодействие может иметь резонансный характер.

Этот механизм дает возможность описать «передвижения» возбужденного состояния от одного ядра к другому [3], а в случае встречи фонона-возбуждения с другим возбужденным ядром, давать дважды возбужденное или сильно возбужденное состояние (см., например, [10]). Если суммарная энергия возбуждения превысит пороговую, то сильно возбужденное ядро испустит гамма-квант. Этот гамма-квант вызовет новые реакции: рождение нейтрино-антинейтринной пары, неупругое рассеяние на электронах Ферми жидкости и т.д. А если энергия кванта достаточна велика, то и реакцию выбивания нуклонов из ядер.

Вторая модель связана с учетом туннельных эффектов. Конкретный механизм взаимовоздействия между возбужденными ядрами весьма сложен. Он складывается из нескольких дополняющих друг друга явлений: рассеяния фононов на примесях, к которым следует отнести и возбужденные ядра, взаимодействие ядер с фермиевскими электронами, волнами электронной плотности, квазичастицами в решетке [12].

Волновая функция возбужденного состояния ядра связана с колебаниями формы ядра, и формально она эквивалентна гамма-кванту соответствующей энергии. Поскольку возбужденное ядро в сверхплотном кристалле не в состоянии испустить гамма-квант с энергией ниже энергии Ферми электрона, то возбуждение можно рассматривать как сжатое состояние электромагнитного поля внутри ядра.

Такое состояние представим как движение заряженной квазичастицы в потенциальной яме. Энергия квазичастицы равна энергии возбуждения ядра E^* , а высота ямы – E_F . Эффективная масса квазичастицы в первом приближении может быть приравнена сумме масс протонов возбужденного ядра. Более точное значение может быть вычислено в рамках фононной теории возбужденных ядер [10].

Коэффициент перекрытия волновых функций в такой упрощенной задаче определяется простой формулой

$$D(d^*) = D_0 \left[1 + \left(\frac{k^2 + \kappa^2}{2k\kappa} \right)^2 sh(\kappa d^*) \right]^{-1}, \quad (11)$$

где

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* E^*}, \quad \kappa = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* (E_F - E^*)}. \quad (12)$$

Здесь $D_0 \approx 1$ – интеграл перекрытия двух волновых функций идентичных возбужденных состояний внутри одного ядра. Величина d^* отвечает расстоянию между двумя возбужденными ядрами в решетке, причем $d/d^* = (\rho^*/\rho)^{1/3}$.

Суммируя в (11) по всем возбужденным ядрам, получим зависимость полного интеграла перекрытия $\Omega(\rho^*)$ от плотности возбужденных ядер в решетке:

$$\Omega(\rho^*) = \sum_K D(K \bar{d}^*), \quad (13)$$

где \bar{d}^* – среднее расстояние между возбужденными ядрами $K = 1, 2, 3, \dots$. Если сумма в (13) близка к единице, то перекрытие волновых функций будет сильным и возникают условия для развития нелинейных взаимодействий, приводящих к сильно возбужденным состояниям.

В сумму (13) нужно включить также интегралы перекрытия с сильно возбужденными состояниями, вводя волновые числа

$$k_n = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* E_n^*}, \quad \kappa_n = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m^* (E_F - E_n^*)}, \quad (14)$$

где E_n^* – энергии этих состояний.

Приравняв сумму в (13), равной единице, получим критическое значение для плотности возбужденных состояний ядер в решетке:

$$\rho_{cr}^* / \rho \approx d^3 (k_n \cdot \kappa_n)^{3/2}. \quad (15)$$

Отсюда видно, что при малых d и κ_n критические значения возникают даже при незначительных концентрациях возбужденных ядер, и при $\rho^* > \rho_{cr}^*$ нелинейные процессы в среде развиваются очень быстро.

Модель сжатых состояний гамма-квантов отвечает без-эмиссионным возбуждениям ядер. Она позволяет описать совместное коллективное излучение системой когерентных источников (15), создающее вынужденное стимулированное сверх излучение и генерацию мод высокой кратности. Мощность излучения при этом растет нелинейно относительно концентрации источников, достигая очень высоких значений [18].

Упрощенное понимание вынужденного сверхмощного излучения может быть сведено к следующему: фонное взаимодействие кристалла и ядер передает возбуждения от ядра к ядру, взаимодействие возбужденных ядер между собой ведет к образованию сильно возбужденных ядер, а фазовое согласование источников излучения, как результат туннельного эффекта, создает стимулированное когерентное излучение, нелинейные взаимодействия которых образуют моды высокой кратности, т.е. высокоэнергичные гамма кванты.

В случае сверхплотных кристаллов имеются все условия для развития нелинейных взаимодействий и явлений, многие из которых еще подробно не изучены и представляют значительный интерес, как, например, зонная теория в модели взаимодействий Скирма [19]. Новые исследования касаются астрофизики, физики компактных звездных объектов, включая нейтронные звезды, а также приложений нелинейной физики в будущих технологиях.

Исследования выполнены в рамках проекта МОН РК: ИПС 1133/ГФ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Takibayev N.Zh., Neutron Resonances in Systems of Few Nuclei and Their Possible Role in Radiation of Overdense Stars // *Few-Body Systems*. – Vol. 50, N 4. – P. 311-314, 2011, Springer ed., DOI: 10.1007/s00601-010-0207-4, 2011
- 2 Takibayev N. Zh., Neutron Resonance States in Overdense Crystals // *Few-Body Systems*. – 2013. – Vol. 54. – P. 447-450.
- 3 Takibayev N., K. Kato, Nasirova D., Exited Nuclei in Neutron Star Crusts // *Advanced Studies in Theoretical Physics*. – 2013. – Vol. 7, N 4. – P. 151-161.
- 4 Shapiro S., Teukolsky S. *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars*. – United States: John Wiley and Sons, 1983.
- 5 Haensel P., Potekhin A.Y., Yakovlev D.G. *Neutron Stars*. – Kluwer Academic Publishers, 2007.
- 6 Kirzhnits D.A. On the internal structure of neutron stars // *JETP*. – 1960. Vol. 38. – C. 503-509.
- 7 Boyd R. *Nonlinear Optics*. Academic Press. 2008. ISBN 978-0-12-369470-6.
- 8 Seres E., Seres J., Spielmann C., X-ray absorption spectroscopy in the keV range with laser generated high harmonic radiation // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. Vol. 89. – C. 181919-181927.
- 9 Ganeev R.A. Higher harmonics generation for intense laser radiation in plasma created by a prepulse acting on the surface of a solid target // *UFN*. – 2009. – Vol. 179. – C. 65-90.
- 10 Soloviev V.G. *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons*. – Institute of Physics: Bristol and Philadelphia, 1992.
- 11 Shen Y. *The Principles of Nonlinear Optics*. – Wiley-Interscience. 2002. – ISBN 978-0471430803.
- 12 Brandt N.B., Kulbachinskii V.A. *Quasiparticles in condensed matter physics*. – Hardcover: Fizmatlit, 2007. – ISBN 5922105647 (5-9221-0564-7)
- 13 Kittel Ch. *Introduction to Solid State Physics* // John Wiley and Sons, 2004. – ISBN 0-471-41526-X
- 14 Mughabghab S.F. *Atlas of Neutron Resonances*. – Elsevier BV: Amsterdam. 2006. 1011 C.
- 15 Nucleus Ground State Parameters. – Moscow State University: <http://cdfc.sinp.msu.ru/>
- 16 Nuclear Reaction Data Centre. – Hokkaido University: <http://www.jcprg.org/>
- 17 Nuclear Wallet Cards. – USA National Nuclear Data Center - NNDC: <http://www.nndc.bnl.gov/wallet/wccurrent.html>.
- 18 Loudon R. *The Quantum Theory of Light*. – Oxford University Press, 2000. – ISBN 0-19-850177-3
- 19 Chamel N. Neutron conduction in the inner crust of a neutron star in the framework of the band theory of solids // *Phys. Rev. C*. – 2012. – Vol. 85. – 035801-1-035801-7.

REFERENCES

1. Takibayev N.Zh. *Few-Body Systems*, **2011**, 50, 311-314.
2. Takibayev N. Zh. *Few-Body Systems*, **2013**, 54, 447-450.
3. Takibayev N., K. Kato, Nasirova D. *Adv. Studies Theor. Phys.*, **2013**, 7, 151-161.
4. Shapiro S., Teukolsky S. *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars*. *United States: John Wiley and Sons*, **1983**.
5. Haensel P., Potekhin A.Y., Yakovlev D.G. *Neutron Stars*. *Kluwer Academic Publishers*, 2007.
6. Kirzhnits D.A. *JETP*, **1960**, 38, 503 - 509.
7. Boyd R. *Nonlinear Optics*. *Academic Press*. **2008**. ISBN 978-0-12-369470-6.
8. Seres E., Seres J., Spielmann C. *Appl. Phys. Lett.* **2006**, 89, 181919-181927.
9. Ganeev R.A. *UFN*, **2009**, 179, 65-90.
10. Soloviev V.G. *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons*. *Institute of Physics: Bristol and Philadelphia*, **1992**.
11. Shen Y. *The Principles of Nonlinear Optics*. *Wiley-Interscience*. **2002**.
12. Brandt N.B., Kulbachinskii V.A. *Quasiparticles in condensed matter physics*. *Hardcover: Fizmatlit*, **2007**.

13. Kittel Ch. Introduction to Solid State Physics. *John Wiley and Sons*, 2004.
14. Mughabghab S.F. Atlas of Neutron Resonances. *Elsevier BV: Amsterdam*. 2006.
15. Nucleus Ground State Parameters. *Moscow State University*: <http://cdfe.sinp.msu.ru>
16. Nuclear Reaction Data Centre. *Hokkaido University*: <http://www.jcprg.org>
17. Nuclear Wallet Cards. *USA National Nuclear Data Center, NNDC*.
18. Loudon R. The Quantum Theory of Light. *Oxford University Press*. 2000.
19. Chamel N. *Phys. Rev. C*. 2012, 85, 0358011-0358017.

Резюме

Н. Ж. Тәкібаев

(Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қ.)

НЕЙТРОНДЫ ЖҰЛДЫЗДАРДЫҢ ҚАБЫҚШАЛАРЫНДАҒЫ БЕЙСЫЗЫҚТЫ ӘСЕРЛЕСУЛЕР

Бірнеше жаңа құбылыстар мен әсерлерге алып келетін нейтронды жұлдыздардың сыртқы қабықшаларындағы аса тығыз кристалды құрылымдарындағы бейсыздық әсерлесулер қарастырылады. Мұндай ортадағы бейсыздық тордың аса төмен параметрінің, электронды атомдық орбиталардың аса аз көлемінің арқасында пайда болған. Заттың ядролары арасындағы қашықтық өте аз болған осындай аса тығыз кристалдар электронды қармау реакцияларында ядролардың қозба күйлерін туындатуға ықпал етіп, олардың ұзақ мерзім бойы өміршең болуын қолдайды. Осындай ядролар саны тығыздығының өсуі мен олардың бейсыздық әсерлесулері кристалда жоғары үлгілердің пайда болуына және индукцияланған сәулеленуге алып келетіндігі көрсетілген. Өз кезегінде, ортаның ядроларында және электрондарында шашырайтын энергиялық гамма кванттары нейтринді-антинейтринді жұптарды, фотодролық реакцияларды және ядролардан нейтрондарды қағып шығаратын реакцияларды туындата алады.

Кілт сөздер: нейтронды жұлдыздар, аса тығыз кристалдар, электрондардың ядролармен қармау реакциялары, фонндар, бейсыздық әсерлесулер.

Summary

N. Zh. Takibayev

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty)

NONLINEAR INTERACTIONS IN NEUTRON STAR ENVELOPES

The paper considers nonlinear interactions in overdense crystalline structures of neutron star envelopes; such interactions lead in a number of cases lead to new phenomena and effects. Nonlinearity in such matters is due to extremely small lattice parameter which is many times smaller than a size of atomic electron orbit. The overdense crystals, where distances between nuclei are very small, stimulate formation of excited states of nuclei in electron capture reactions and assure their long existence. It has been shown that the increase in number density of such excited nuclei and their nonlinear interactions lead to high harmonic generation and to induced emissions in the crystal. In its turn, the high energy gammas, while scattering on nuclei and electrons of the media, can produce neutrino-antineutrino pairs, cause photonuclear reactions and knockout of neutrons from nuclei.

Keywords: neutron stars, overdense crystals, reactions of electron capture by nuclei, phonons, nonlinear interactions.

Поступила 27.03.2013г.

УДК 539.1:539.17

*А. Т. САРСЕМБАЕВА, М. АИКАВА¹, Н. Ж. ТАКИБАЕВ, В. О. КУРМАНГАЛИЕВА²,
М. Н. ТАКИБАЕВА, М. Е. АБИШЕВ, Д. М. НАСИРОВА*

¹Университет Хоккайдо, Япония,

²Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы;
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

О СОЗДАНИИ ЦЕНТРАЛЬНО-АЗИАТСКОЙ БАЗЫ ДАННЫХ ПО ЯДЕРНЫМ РЕАКЦИЯМ

Аннотация

Дается описание проекта по разработке и формированию компьютерной базы данных по ядерным реакциям при КазНУ им. аль-Фараби. Предполагается включение этой Центрально-Азиатской базы данных по ядерным реакциям (ЦА-БДЯР) в мировую сеть баз данных, курируемых МАГАТЭ. Определяются основные задачи проекта, структура, функциональные связи и отличительные особенности ЦА-БДЯР. Планируется создание казахстанской базы данных по ядерным реакциям на трех языках: английском, казахском и русском, и разработка образовательного раздела: справочный материал, научные статьи и учебные пособия высокого качества.

Методология исследований и разработки ЦА-БДЯР основаны на опыте, накопленном в формате EXFOR (Национальный центр ядерных данных США (Брукхэвен) и секции ядерных данных МАГАТЭ (Австрия, Вена)), базы данных МГУ и университета Хоккайдо. ЦА-БДЯР предлагает: доступность online; ясность работы для пользователя и поиск по различным параметрам (характеристики ядер и реакций, эксперимента, авторы и т.д.); возможность выхода в систему EXFOR.

Ключевые слова: база данных по ядерным реакциям, EXFOR, ядерные реакции, МАГАТЭ.

Кілт сөздер: ядролық реакциялар бойынша деректер базасы, EXFOR, ядролық реакциялар, МАГАТЭ.

Keywords: nuclear reaction data base, EXFOR, nuclear reactions, IAEA.

Введение. Приблизительно 50 лет назад при координации и под руководством Международного агентства по атомной энергии (МАГАТЭ) с целью накопления, обработки и распространения ядерных данных для использования результатов научных исследований в мирных целях была создана международная сеть Центров ядерных данных [1-13]. С начала 80-х годов участниками сети являются база ядерных данных университета Хоккайдо [2] и центр данных фотоядерных экспериментов НИИЯФ МГУ [3-6]. Существенными требованиями к проектам были наглядность и удобство использования научных статей этих баз данных, как специалистами, так и студентами. Предполагалось возможность использования накопленных данных для чтения и обработки на компьютере. Для представления экспериментальных данных по ядерным реакциям был разработан обменный формат EXFOR (EXchange FORmat) [7, 8]. Формат включает в себя числовые данные и библиографическую информацию из публикаций по данной тематике. Кроме относительно легко формализуемых данных, файл содержит дополнительную и вспомогательную (трудно формализуемую) информацию [3-5, 14, 15].

Наличие аналогичной компьютерной базы данных по ядерным реакциям является необходимым для Казахстана и востребованным в ядерной энергетике, ядерной физике, космических исследованиях и в сфере образования. Исполнители проекта имеют опыт работы с компьютерными базами ядерных данных и их формированием. Консультанты проекта – иностранные ученые, являются опытными специалистами по разработке и формированию ядерных баз данных. Они также являются научными консультантами при МАГАТЭ.

Включение будущей базы данных по ядерным реакциям в международную сеть будет соответствовать особому статусу Казахстана как страны, полностью отказавшейся от военных испытаний, и перешедшей на мирное использование ядерной энергии.

Ядерные данные – это данные, связанные с ядерной реакцией и структурой ядра (сечение, масса, угловой момент, и т.д.).

Ядерные данные являются важным для следующих областей, как ядерная физика, астрофизика, ядерная техника, медицина, и т.д.

Исследования в области ядерной физики представляют для молодых ученых научный и практический интерес, поскольку создают для магистрантов и докторантов возможности роста в науке и повышают имидж Казахстана в международной научной среде.

На данный момент в международную сеть включены 13 центров: 4 головных (US National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, USA; OECD NEA Data Bank, France; IAEA Nuclear Data Section, Austria; Центр ядерных данных, Физико-энергетический институт, Обнинск, Россия) и 9 специализированных (Китай, Венгрия, Индия, Япония, Корея, Россия, Украина).

Предлагаемый проект находится в русле современного развития физики, а его развитие приведет к международному сотрудничеству с учеными Японии, США и России, что позволит получать результаты самого высокого уровня.

Приглашение к сотрудничеству исполнителей проекта было сделано Агентством Атомной Энергии Японии, с которой Казахстан и его крупные компании такие, как Казатомпром, НЯЦ РК, а также некоторые национальные университеты Казахстана имеют давние дружеские связи. Было высказано пожелание начать наше сотрудничество с создания молодежной группы исследователей с последующим ее включением в действующие международные коллаборации. Рассматривались также вопросы инициирования новых совместных проектов.

Традиционно тесные связи по теме проекта имеются с учеными России: ОИЯИ (Дубна), Курчатовским Центром ядерных исследований, НИИЯФ МГУ и другими.

Группой исполнителей проекта была проведена большая работа и сделан солидный научный задел, что выражается в большом числе публикаций, включая зарубежные журналы и издания, приглашения с докладами на зарубежные конференции и форумы.

Исследования в ядерной энергетике являются одной из актуальных задач физики ядерных процессов, связанных с научно-техническими инновациями в этой отрасли и повышением уровня надежности и безопасности работы атомных реакторов [16-18]. Этой же цели, включая информационное научно-техническое обеспечение в рамках международной сети под эгидой МАГАТЭ и национальных Агентств по Атомной Энергии, служит задача формирования базы ядерных данных в Республике Казахстан.

Формирование базы данных по ядерным реакциям является для Казахстана важной стратегической и долговременной задачей. Это связано как с планами дальнейшего развития атомной индустрии страны, так и с учетом высокого международного статуса Казахстана, закрывший военный ядерный испытательный Семипалатинский полигон и объявивший себя страной, свободной от ядерного оружия. Поэтому Казахстан имеет высочайший авторитет в международном сообществе и особенно в МАГАТЭ. Создание базы данных по ядерным реакциям открытого доступа для специалистов и молодых ученых укрепляет позиции Казахстана как страны мирного использования атомной энергии.

База данных предполагает ее включение в мировую сеть баз данных, курируемых МАГАТЭ и состоящих на настоящий момент из 15-и национальных баз данных, представленных наиболее развитыми странами, такими, как США, Япония, Россия и ряд других стран. База данных – это постоянно действующая электронная библиотека печатных статей, таблиц, справочных и учебных материалов, посвященных сечениям ядерных реакций и различным характеристикам ядер. В вопросе создания базы ядерных данных в Казахстане исполнители проекта имеют поддержку со стороны МАГАТЭ и национальных баз ядерных данных, в частности, поддержку от базы данных университета Хоккайдо (Япония), базы ядерных данных Московского Государственного Университета им. М.В. Ломоносова, и ряда других стран [2,3].

В Казахстане и Центральной Азии предлагаемый проект пока не имеет аналогов. Создание базы данных по ядерным реакциям имеет свои отличительные свойства – планируется его создание на трех языках: английском, казахском и русском. Кроме того, казахстанская база данных по ядерным реакциям имеет образовательную составляющую: в базе данных будет создаваться не только справочный массив, научные статьи, но и учебные пособия высокого качества.

Успех исполнения проекта связывается также с его международным характером – предполагается включение в состав исполнителей нескольких иностранных ученых, являющихся крупными специалистами в области ядерной энергетике, ядерной физики и организации национальных ядерных баз данных.

Отличительные особенности создаваемой ЦА-БДЯР. Идея создаваемой Базы данных заключается в разработке и формировании в Казахстане и впервые в Центрально-Азиатском регионе компьютерной базы данных по ядерным реакциям, и ее включение в международную сеть ядерных баз данных, курируемых МАГАТЭ. Создание такой базы данных одобрено Агентством по Атомной Энергии Республики Казахстан, представителями ряда национальных ядерных баз данных и представителем МАГАТЭ.

Идея проекта возникла при обсуждении проблем сотрудничества с учеными Агентства по Атомной Энергии Японии.

Целью проекта является разработка и формирование базы данных по ядерным реакциям, курируемой Агентством по Атомной Энергии Республики Казахстан. Компьютерная база данных будет иметь открытый доступ для специалистов, ученых и студентов.

Основным способом достижения цели проекта является использование новых современных программных средств, оборудования и средств связи, применение имеющихся и разработка новых поисковых и аналитических алгоритмов, обработка массива результатов казахстанских ученых физиков-ядерщиков, полученных за последние 60 лет, их переложение в цифровой формат для включения в базу данных, создание в базе данных образовательного массива, содержащего справочный и учебный материал для студентов, молодых ученых и специалистов.

Важной задачей будет создание казахстанской базы данных по ядерным реакциям на трех языках: на английском, казахском и русском. Раздел базы данных на английском языке предназначен для включения базы данных в международную сеть ядерных баз данных, курируемых МАГАТЭ. Разделы на казахском и русском языках предназначаются для использования в сфере образования, научных исследований и технических разработок внутри Казахстана и СНГ.

Эффективность работы будущей базы данных по ядерным реакциям будет связана с разработкой высокоскоростной и многопараметрической поисковой системы. Эта важная техническая и оптимизационная задача предполагает поиск и разработку новых информационных методик группы исполнителей с участием зарубежных маститых ученых и специалистов.

Задачами проекта являются:

- анализ и определение отличительных особенностей казахстанской базы данных по ядерным реакциям; разработка атрибутики главного портала и головных страниц разделов базы данных;
- формирование требований к поисковой системе, определение ее основных компонент, поиск и разработка программной продукции для базы данных по ядерным реакциям;
- подготовка и тренинг молодых ученых, исполнителей проекта, в научно-исследовательском учебном центре, организованном МАГАТЭ;
- сбор и анализ ядерных данных по работам казахстанских ученых, их перевод в цифровой формат для включения в базу данных по ядерным реакциям;
- комплектация и отладка технического оснащения базы данных, комплектация и отладка программного обеспечения базы данных, налаживание надежной связи в рамках международной сети ядерных баз данных;
- проведение и участие в международных совещаниях и конференциях, посвященных работе баз ядерных данных;
- поддержание функционирования и пополнение массива базы данных Казахстана по ядерным реакциям.

Технические решения и проблемы. Современное развитие средств коммуникации дает возможность организовать online-доступ к накопленным данным для широкого круга специалистов, минуя особенности внутренней организации формата EXFOR.

Ядерные данные компилируются и хранятся в базе МАГАТЭ в едином формате EXFOR и включают в себя полную информацию об эксперименте и библиографическую информацию. Программное обеспечение для компиляции: «HENDEL» редактор, «GSYS» цифровой преобразователь. На каждую отдельную статью назначаются два специалиста из рабочей группы – компилятор и проверяющий. Компилятор вводит данные с помощью специального онлайн-редактора «HENDEL». Проверяющий подтверждает правильность и полноту введенных на сайте данных.

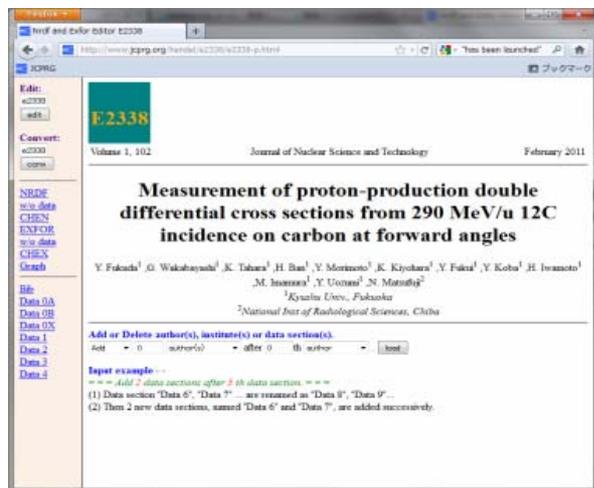


Рисунок 1 – Редактор «HENDEL» [13]

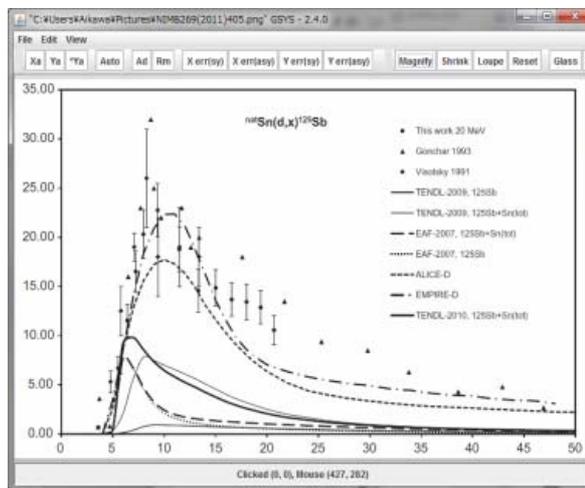


Рисунок 2 – Цифровой преобразователь «GSYS» [13]

Требования к поисковой системе будут сформулированы с учетом опыта по организации online-доступа к информации, накопленной в формате EXFOR (Национальный центр ядерных данных США (Брукхэвен), Секции ядерных данных МАГАТЭ (Австрия, Вена)), а также базы данных МГУ и университета Хоккайдо, и требованиях пользователей – специалистов-физиков: доступность online; прозрачность для пользователя, т.е. возможно большее сокрытие от пользователя внутренней структуры формата, организация запросов и выдача результатов поиска в понятиях предметной области физики ядерных реакций; возможность поиска по различным параметрам (реакции и их характеристики, особенности эксперимента, библиографические ссылки, авторы); расширяемость (возможность поиска по другим типам данных, имеющихся в системе EXFOR).

Модель реляционной базы данных. Отмеченное выше относительно удобное восприятие файлов EXFOR специалистом-физиком приводит к весьма значительным проблемам при преобразовании содержимого файлов для использования в поисковой системе. Основной проблемой является применение нескольких (больше одного) способов описания одних и тех же характеристик (свойств) хранимых данных. Другая проблема – наличие в формате множества комментариев, содержащих в себе неформализуемую информацию о разнообразных параметрах и особенностях данных, которая может оказаться ценной для пользователя. С учетом вышеизложенных требований исполнителями планируется сформировать и проанализировать модель будущей базы данных. Модель и приемы работы с базой данных обсуждаются с иностранными соисполнителями, уже разработаны основные принципы и блок-схемы, которые будут обсуждаться и будут взяты как основа формирования базы данных.

Большая часть группы исполнителей проекта состоит из молодых ученых, среди которых есть докторанты PhD, магистры и бакалавры из числа наиболее успешных студентов. В группе есть и талантливые молодые ученые, защищены три кандидатские диссертации, две диссертации доктора PhD, несколько магистерских диссертаций. Опубликовано свыше шестидесяти научных статей, часть из которых – за рубежом. Результаты работ неоднократно докладывались на международных конференциях за рубежом.

В процессе предыдущих научных исследований, исполнителям данного проекта приходилось постоянно иметь дело как с базами ядерных данных, так и с составителями этих баз данных. Были проведены совместные работы, стажировка и тренинг молодых сотрудников для работы с базами ядерных данных. Это, в конечном счете, привело к предложениям о создании базы ядерных данных в Казахстане. Предложение было поддержано специалистами МАГАТЭ и ряда национальных баз ядерных данных. Необходимость создания такой базы данных, первой в Центральной Азии, была высказана Институтом ядерной физики НЯЦ РК Казахстана, Институтом ядерной физики Академии наук Узбекистана, Евразийским Национальным университетом им. Гумилева, Университетом Хоккайдо (Япония), при котором функционирует база ядерных данных Японии, Астрофизическим институтом им. Фесенкова НЦКИТ НКА РК. Создание базы ядерных данных в Казахстане было поддержано Агентством по Атомной Энергии РК.

Альтернативные варианты реализации проекта будут обсуждаться на каждом этапе исполнения плана работ. В настоящий момент зарубежные научные консультанты и ключевые исполнители проекта обсуждают разные возможности реализации проекта при возникновении трудностей, например, финансового или технического характера.

Работа в проекте носит открытый характер, принимают участие ученые высокого ранга, что само обеспечивает высокий уровень соблюдения этических норм и научной этики. Достаточный опыт совместной работы отечественных и зарубежных исполнителей уже говорит о безоговорочном соблюдении принятых этических норм.

Условия формирования и разделения прав интеллектуальной собственности на результаты исследования будет вестись по законам Республики Казахстан и нормам международного права (в обозначенной здесь последовательности).

Данная работа выполнена в рамках договора по совместным научным исследованиям между КазНУ им. аль-Фараби и Университетом Хоккайдо.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Pronyaev V.G. The Nuclear Data Centers Network. International Nuclear Data Committee. INDC(NDS)-401, IAEA, NDS, 1999.
- 2 Nuclear Reaction Data Centre, Hokkaido University. <http://www.jcprg.org/>
- 3 The database "Nucleus Ground State Parameters", Moscow State University. <http://cdfc.sinp.msu.ru/>
- 4 Бобошин И.Н., Варламов А.В., Варламов В.В., Руденко Д.С., Степанов М.Е. Web-сервер ЦДФЭ НИИЯФ МГУ: базы ядерно-физических данных в гипертекстовом представлении // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы. – 1999. – № 2. – С. 99.
- 5 Boboshin I.N., Ishkhanov B.S., Komarov S., Orlin V., Peskov N., Varlamov V.V. Investigation of quadrupole deformation of nucleus and its surface dynamic vibrations. Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, April 22-27, 2007, Nice, France, editors O.Bersillon, F.Gunsing, E.Bauge, R.Jacqmin, and S.Leray, EDP Sciences, 2008, DOI: 10.1051/ndata:07103, pp 65-68.

- 6 Ishkhanov B.S., Varlamov V.V. Photonuclear Reactions: Modern Status of the Data. The International Conference "Nuclear Structure and Related Topics" (Dubna, September 2 - 6, 2003). Contributions. ISBN 5-9530-0029-4, JINR, 2003, p. 42.
- 7 Ed. by V. McLane, EXFOR Systems Manual. Nuclear Reaction Data Exchange Format. BNL-NCS-63330, BNL, NNDC, USA, 1996.
- 8 Nuclear Wallet Cards, USA National Nuclear Data Center – NNDC, URL:<http://www.nndc.bnl.gov/wallet/wccurrent.html>.
- 9 <http://ie.lbl.gov/databases/>
- 10 <http://www.nndc.bnl.gov/>
- 11 <http://www.world-nuclear.org/NuclearDatabase>
- 12 <http://www.oecd-nea.org/dbdata/databases.htm>
- 13 <http://www.nds.iaea.org/>
- 14 Audi G., Wapstra A.H., Thibault C. // Nucl. Phys. – A279 (2003) 337.
- 15 Forrest R.A., Kopecky J., Sublet J.-Ch. The European Activation File: EAF-2003 cross section library. – UKAEA, FUS 486, 2002. – 130 p.
- 16 CINDA-2006. The Comprehensive Index of Nuclear Reaction Data // OECD NEA № 6189, 2007, 5315 p.
- 17 EXFOR Library, version 2007. CD-disc from NDS, IAEA. – Vienna, 2007, 70 p.
- 18 Ignatyuk A.V., Fursov B.I. The latest BROND-3 developments. Proc. International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, Nice, France, April 22–27, 2007, v. 2, p. 759-763.

REFERENCES

- 1 Pronyaev V.G.. The Nuclear Data Centers Network. International Nuclear Data Committee. INDC(NDS)-401, IAEA, NDS, 1999.
- 2 Nuclear Reaction Data Centre, Hokkaido University. <http://www.jcprg.org>
- 3 The database "Nucleus Ground State Parameters", Moscow State University. <http://www.cdfе.sinp.msu.ru>
- 4 Boboshin I.N., Varlamov A.V., Varlamov V.V., Rudenko D.S., Stepanov M.E. Web-server CDFJe NIIJaF MGU: bazy jaderno-fizicheskikh dannyh v gipertekstovom predstavlenii. Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Seriya: Jadernye konstanty, № 2 (1999) s. 99. (in Russ.)
- 5 Boboshin I.N., Ishkhanov B.S., Komarov S., Orlin, V. Peskov N., Varlamov V.V. Investigation of quadrupole deformation of nucleus and its surface dynamic vibrations. Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, April 22-27, 2007, Nice, France, editors O.Bersillon, F.Gunsing, E.Bauge, R.Jacqmin, and S.Leray, EDP Sciences, 2008, DOI: 10.1051/ndata:07103, pp 65 - 68.
- 6 Ishkhanov B.S., Varlamov V.V. Photonuclear Reactions: Modern Status of the Data. The International Conference "Nuclear Structure and Related Topics" (Dubna, September 2 - 6, 2003). Contributions. ISBN 5-9530-0029-4, JINR, 2003, p. 42.
- 7 Ed. by V. McLane, EXFOR Systems Manual. Nuclear Reaction Data Exchange Format. BNL-NCS-63330, BNL, NNDC, USA, 1996.
- 8 Nuclear Wallet Cards, USA National Nuclear Data Center: NNDC, URL:<http://www.nndc.bnl.gov/wallet/wccurrent.html>.
- 9 <http://ie.lbl.gov/databases/>
- 10 <http://www.nndc.bnl.gov/>
- 11 <http://www.world-nuclear.org/NuclearDatabase>
- 12 <http://www.oecd-nea.org/dbdata/databases.htm>
- 13 <http://www.nds.iaea.org/>
- 14 G.Audi, A.H.Wapstra, C.Thibault. Nucl.Phys., A279 (2003) 337
- 15 Forrest R.A., Kopecky J., Sublet J.-Ch. The European Activation File: EAF-2003 cross section library. UKAEA, FUS 486, 2002, 130 p.
- 16 CINDA-2006. The Comprehensive Index of Nuclear Reaction Data. OECD NEA № 6189, 2007, 5315 p.
- 17 EXFOR Library, version 2007. CD-disc from NDS, IAEA, Vienna, 2007, 70 p.
- 18 Ignatyuk A.V., Fursov B.I. The latest BROND-3 developments. Proc. International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, Nice, France, April 22–27, 2007, v. 2, p. 759-763.

Резюме

*А. Т. Сәрсембаева, М. Аикава¹, Н. Ж. Тәжібаев, В. О. Құрманғалиева²,
М. Н. Тәжібаева, М. Е. Әбішев, Д. М. Насирова*

(¹Хоккайдо университеті, Жапония;

*² Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ.;
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)*

ЯДРОЛЫҚ РЕАКЦИЯЛАР БОЙЫНША ОРТАЛЫҚАЗИЯЛЫҚ ДЕРЕКТЕР БАЗАСЫН ҚҰРУ ТУРАЛЫ

Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ жанындағы ядролық реакциялар жөніндегі деректердің компьютерлік базасын жасап қалыптастыру жобасына сипаттама берілген. Осы ядролық реакциялар жөніндегі деректердің Ортаазиялық базасын МАГАТЭ жетекшілік ететін деректер базасының дүниежүзілік желісіне қосуды

жоспарлап отыр. Қазақстанда бұл жобаның баламасы жоқ. Ядролық реакциялар жөніндегі қазақстандық деректер базасын үш тілде құру: ағылшын, қазақ және орыс тілдерінде және білім беру бөлімінде: анықтамалық материал, жоғары сапалы ғылыми мақалалар мен оқу құралдарын жасау жоспарланып отыр.

Деректер базасы мен оны іздестіру жүйесін зерттеу мен жасау әдістемесі EXFOR форматында (АҚШ Ұлттық ядролық деректер орталығы (Брукхэвен)), МАГАТЭ ядролық деректер секциялары (Австрия, Вена) жиналған ақпаратқа, сондай-ақ, ММУ деректер базасына, Хоккайдо университетінің деректер базасы тәжірибесіне негізделген. Бұл онлайнға рұқсат беруді; пайдаланушы үшін жұмыстың айқындығын, түрлі параметрлер (реакциялар және олардың сипаттамалары, эксперименттің ерекшеліктері, авторлар және т.б.) бойынша іздестіру мүмкіндігі; EXFOR жүйесіне кіру мүмкіндігі көзделген.

Кілт сөздер: ядролық реакциялар бойынша деректер базасы, EXFOR, ядролық реакциялар, МАГАТЭ.

Summary

*A. T. Sarsembayeva, M. Aikawa¹, N. Zh. Takibayev, V. O. Kurmangalieva²,
M. N. Takibayeva, M. E. Abishev, D. M. Nasirova*

(¹Hokkaido university, Japan;

*²Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty;
Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)*

FOUNDATION OF THE CENTRAL ASIAN NUCLEAR REACTION DATABASE

Given a description of the project for the development and formation of computer database of nuclear reactions at Al-Farabi Kazakh National University. Intended to include the Central Asian Nuclear Reaction Database (CA-NRDB) to the global network of databases, supervised by the IAEA. Identifies the main objectives of the project, structure, functional relations and features of CA-NRDB. We are planning to create a Kazakhstan database on nuclear reactions in three languages: English, Kazakh and Russian, and the development of the educational section: reference material, scientific papers and tutorials of high quality.

The methodology of the research and development of CA-NRDB based on the experience gained in the format EXFOR (National Nuclear Data Center USA (Brookhaven) and Nuclear Data Section IAEA (Vienna, Austria)), a database of Moscow State University and the University of Hokkaido. CA-NRDB suggest: online access; clarity of the work for user and the search by various parameters (the characteristics of the nuclei and the reactions, experiments, authors, etc.); possibility of output to system EXFOR.

Keywords: nuclear reaction data base, EXFOR, nuclear reactions, IAEA.

Поступила 27.03.2013г.

K. ASAKA, A. D'ADDA*, N. KAWAMOTO, Y.KONDO

(Hokkaido University Sapporo, 060-0810 Japan,
*INFN, Universita di Torino I-10125 Torino, Italy)

EXACT LATTICE SUPERSYMMETRY AT THE QUANTUM LEVEL FOR N = 2 WESS-ZUMINO MODELS IN LOWER DIMENSIONS

Summary

We have recently proposed a new lattice SUSY formulation which has exact lattice supersymmetry for Wess-Zumino models in one and two dimensions for all N=2 supercharges. This formulation is non-local in the coordinate space but the difference operator satisfies the Leibniz rule on the newly defined star product. Here we show that this lattice supersymmetry is kept exact at the quantum level by investigating Ward-Takahashi identities up to two loop level – Ward-Takahashi Identity for Exact Lattice SUSY Wess-Zumino Models. Talk given at The 30 International Symposium on Lattice Field Theory –Lattice 2012, June 24-29, 2012, Cairns, Australia, and part of a talk given at al-Farabi Kazakh National University in May 2012.

Keywords: the trellised theory of a field, Wess-Zumino models, supersymmetry.

Кілт сөздер: тор көзді суперсимметриялық тор (SUSY), Лейбниц ережесі, Уорд-Такахашиді теңдеуі, кванттық деңгей.

Ключевые слова: решетчатая теория поля, модель Весса-Зумино, суперсимметрия.

1. Introduction. There are two major difficulties in constructing exact lattice SUSY formulation for all supercharges:

- 1) The difference operator does not satisfy the Leibniz rule.
- 2) For massless lattice fermions species doublers of chiral fermions usually appear.

If we replace the differential operator by a difference operator in the SUSY algebra, lattice SUSY is broken at the algebraic level since the SUSY generators satisfy Leibniz rule while the difference operator does not follow to the Leibniz rule. Secondly if we put massless fermions on the lattice species doublers of the chiral fermion appear: an unavoidable consequence of the NO-GO theorem of chiral fermions on the lattice. In supersymmetry the number of boson degrees of freedom and that of fermions should be the same, and thus this chiral fermion doublers break the balance of degrees of freedom between the bosons and fermions. Thus lattice supersymmetry will be broken with the naive version of lattice fermion formulation. Even if we use the recently proposed chiral fermion formulation satisfying Ginzberg-Wilson relation, the treatment of fermions and bosons cannot be exactly the same leading to a breaking of exact lattice supersymmetry. It has recently been pointed out that the item 1) is in fact a NO-GO for local lattice formulation of supersymmetry [1].

With the aim of solving these difficulties we proposed the formulation of ref. [2, 3]. For the problem 1) we identify the momentum representation of a symmetric lattice difference operator as a lattice momentum and impose the conservation of the lattice momenta for products of fields in the momentum representation. The importance of the lattice momentum conservation was noticed by the very first paper of lattice SUSY [4]. In solving the problem 2) we identify the species doublers as super partner particles in the same super multiplet. To keep the balance for the equal treatment of fermions and bosons we introduce the species doubler counter part for bosons. We briefly explain the lattice SUSY formulation N=2 Wess-Zumino model in two dimensions, which has exact lattice SUSY [3]. We explicitly show that the exact SUSY is kept at the quantum level by explicitly examining the Ward-Takahashi (WT) identities up to two loop level. One dimensional formulation of Wess-Zumino model which has exact lattice SUSY is given in [2].

2. D=N=2 Wess-Zumino action. N = 2 extended supersymmetry algebra in two dimensions is given by

$$\{Q_{\alpha i}, Q_{\beta j}\} = 2\delta_{ij}(\gamma^\mu)_{\alpha\beta} i\partial_\mu, \quad (1)$$

where we may use an explicit representation of Pauli matrices for $\gamma^\mu = \{\sigma^3, \sigma^1\}$.

By going to the light cone directions this two dimensional N = 2 algebra can be decomposed into the direct sum of two one dimensional N=2 algebra:

$$\{Q_\pm^{(i)}, Q_\pm^{(j)}\} = 2\delta^{ij} i\partial_\pm, \quad \{others\} = 0, \quad (2)$$

$$Q_{\pm}^j = \frac{Q_{1j} \pm i Q_{2j}}{\sqrt{2}}, \quad \partial_{\pm} = \partial_1 \pm i \partial_2, \quad (3)$$

Here we have introduced the following light cone coordinates

$$x_{\pm} = x_1 \pm i x_2, \quad \partial_{\pm} = \frac{\partial}{\partial x_{\pm}}. \quad (4)$$

We can equivalently express the above algebra in a chiral form:

$$\{Q_{\pm}^{(+)}, Q_{\pm}^{(-)}\} = i \partial_{\pm}, \quad \{\text{others}\} = 0, \quad (5)$$

$$Q_{\pm}^{(+)} = \frac{Q_{\pm}^{(1)} + i Q_{\pm}^{(2)}}{2}, \quad Q_{\pm}^{(-)} = \frac{Q_{\pm}^{(1)} - i Q_{\pm}^{(2)}}{2}. \quad (6)$$

The corresponding momentum counterpart of the algebra is given by

$$\{Q_{\pm}^{(+)}, Q_{\pm}^{(-)}\} = 2 \sin \frac{ap_{\pm}}{2} \equiv \hat{p}_{\pm}. \quad (7)$$

In two dimensional $N=2$ SUSY algebra, we introduce four chiral fields $\Phi_A \equiv \{\Phi, \Psi_1, \Psi_2, F\}$ and the corresponding antichiral fields $\bar{\Phi}_A$. Each field Φ_A and $\bar{\Phi}_A$ has 4 species doublers. We can impose chiral and anti-chiral conditions which lead to the identification of the original fields with the species doubler fields [3]:

$$\begin{aligned} \Phi_A(p_+, p_-) &= \Phi_A\left(\frac{2\pi}{a} - p_+, p_-\right) = \Phi_A\left(p_+, \frac{2\pi}{a} - p_-\right) = \Phi_A\left(\frac{2\pi}{a} - p_+, \frac{2\pi}{a} - p_-\right) \\ \bar{\Phi}_A(p_+, p_-) &= -\bar{\Phi}_A\left(\frac{2\pi}{a} - p_+, p_-\right) = -\bar{\Phi}_A\left(p_+, \frac{2\pi}{a} - p_-\right) = -\bar{\Phi}_A\left(\frac{2\pi}{a} - p_+, \frac{2\pi}{a} - p_-\right) \end{aligned} \quad (8)$$

with $\Phi_A \equiv \{\Phi, \Psi_1, \Psi_2, F\}$.

The invariance of the action S_K under all supersymmetry transformations generated by $Q_{\pm}^{(\pm)}$ is assured by the algebra of (7) whose component representation is given in Tables 1 and 2 and by the momentum conservation for the lattice momentum: $\hat{p} = 2 \sin \frac{ap}{2}$

$$\delta(\hat{p} + \hat{q}) \equiv \prod_{i=\pm} \frac{1}{2} \left[\delta(p_i + q_i) + \delta\left(p_i - q_i + \frac{2\pi}{a}\right) \right], \quad \left(\text{mod } \frac{4\pi}{a} \right). \quad (9)$$

The kinetic term of the supersymmetric Wess Zumino action can be written in a Q – exact form of action as in the continuum:

$$\begin{aligned} S_K &= \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{3\pi}{a}} dp_+ dp_- dq_+ dq_- \delta(\hat{p} + \hat{q}) Q_+^{(-)} Q_-^{(-)} Q_+^{(+)} Q_-^{(+)} \{ \bar{\Phi}(p) \Phi(q) \} = \\ &= \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{3\pi}{a}} dp_+ dp_- dq_+ dq_- \delta(\hat{p} + \hat{q}) \left[-4 \bar{\Phi}(p) \sin \frac{aq_+}{2} \sin \frac{aq_-}{2} \Phi(q) - \bar{F}(p) F(q) \right] + \\ &\quad + 2 \bar{\Psi}_2(p) \sin \frac{aq_+}{2} \Psi_2(q) + 2 \bar{\Psi}_1(p) \sin \frac{aq_-}{2} \Psi_1(q) \end{aligned} \quad (10)$$

where $V_n(p)$ is

$$V_n(p) = a^{2n} g_n G_n(p) \delta^{(2)} \left(\sin \frac{ap_1}{2} + \sin \frac{ap_2}{2} + \dots + \sin \frac{ap_n}{2} \right) \quad (11)$$

with $G_n(p)$ as appropriate momentum function which does not affect to the lattice SUSY invariance.

Table 1 – Chiral $D = N = 2$ supersymmetry transformation

	$Q_+^{(+)}$	$Q_+^{(-)}$	$Q_-^{(+)}$	$Q_-^{(-)}$
$\Phi(p)$	$i\Psi_1(p)$	0	$i\Psi_2(p)$	0
$\Psi_1(p)$	0	$-2i \sin \frac{ap_+}{2} \Phi(p)$	$-F(p)$	0
$\Psi_2(p)$	$F(p)$	0	0	$-2i \sin \frac{ap_-}{2} \Phi(p)$
$F(p)$	0	$2 \sin \frac{ap_+}{2} \Psi_2(p)$	0	$-2 \sin \frac{ap_-}{2} \Psi_1(p)$

Table 2– anti-chiral $D = N = 2$ supersymmetry transformation

	$Q_+^{(+)}$	$Q_+^{(-)}$	$Q_-^{(+)}$	$Q_-^{(-)}$
$\bar{\Phi}(p)$	0	$i\bar{\Psi}_1(p)$	0	$i\bar{\Psi}_2(p)$
$\bar{\Psi}_1(p)$	$-2i \sin \frac{ap_+}{2} \bar{\Phi}(p)$	0	0	$-\bar{F}(p)$
$\bar{\Psi}_2(p)$	0	$\bar{F}(p)$	$-2i \sin \frac{ap_-}{2} \bar{\Phi}(p)$	0
$\bar{F}(p)$	$2 \sin \frac{ap_+}{2} \bar{\Psi}_2(p)$	0	$-2 \sin \frac{ap_-}{2} \bar{\Psi}_1(p)$	0

We assume that all fields satisfy the (anti -) chiral conditions (8), so that in each variable the contribution of the integration in the intervals $\left(-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)$ and $\left(\frac{\pi}{a}, \frac{3\pi}{a}\right)$ coincide and we get

$$S_K = 4 \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} dp_+ dp_- dq_+ dq_- \delta(p_+ + q_+) \delta(p_- + q_-) \times$$

$$\times \begin{bmatrix} -4\bar{\Phi}(p) \sin \frac{aq_+}{2} \sin \frac{aq_-}{2} \Phi(q) \\ -\bar{F}(p) F(q) + 2\bar{\Psi}_2(p) \sin \frac{aq_+}{2} \Psi_2(q) + 2\bar{\Psi}_1(p) \sin \frac{aq_-}{2} \Psi_1(q) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

The mass term in momentum representation is given as:

$$S_2 = ma^2 \int \prod_{j=1}^2 d^2 p_j \delta(\hat{p}_1 + \hat{p}_2) [iF(p_1)\Phi(p_2) + \Psi_2(p_1)\Psi_1(p_2)], \quad (13)$$

where the chiral conditions (8) are imposed.

The dimensionless chiral fields can be rescaled with powers of the lattice constant a to match the canonical dimensions of the component fields:

$$\Phi(p) \rightarrow a^{-2} \varphi(p), \quad \Psi_i(p) \rightarrow a^{-\frac{3}{2}} \Psi_i(p), \quad F(p) \rightarrow a^{-1} f(p). \quad (14)$$

The anti-chiral fields are similarly rescaled. It is also necessary to rescale supercharges to recover correct canonical dimension: $Q_i^{(j)} \rightarrow a^{\frac{1}{2}} Q_i^{(j)}$. The kinetic term in momentum representation then reads:

$$S_K = \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} \frac{d\hat{p}^2}{(2\pi)^2} \left[-\bar{\varphi}(-p) \hat{p}_+ \hat{p}_- \varphi(p) - \bar{f}(-p) f(p) + \bar{\psi}_1(-p) \hat{p}_- \psi_1(p) + \bar{\psi}_2(-p) \hat{p}_+ \psi_2(p) \right], \quad (15)$$

where the dimensional lattice momentum is $\hat{p}_\pm = \frac{2}{a} \sin \frac{ap_\pm}{2}$.

3. Ward–Takahashi identities. The equivalence under the fields redefinition leads to the following identities, where we assume that the functional measure is not anomalous under the symmetry:

$$\begin{aligned} \langle \wp \rangle &= \frac{1}{\mathfrak{Z}} \int D[\Phi] \wp[\Phi] e^{i\mathfrak{R}[\Phi]} = \frac{1}{\mathfrak{Z}} \int D[\Phi'] \wp[\Phi'] e^{i\mathfrak{R}[\Phi']}, \\ &= \frac{1}{\mathfrak{Z}} \int D[\Phi] (\wp[\Phi] + \delta \wp[\Phi]) e^{i\mathfrak{R}[\Phi] + i\delta \mathfrak{R}}, \\ &= \langle \wp \rangle + \langle \delta \wp[\Phi] \rangle + \langle \wp[\Phi] \delta \mathfrak{R}[\Phi] \rangle + \dots. \end{aligned} \quad (16)$$

If the action is invariant under the transformation: $\delta \mathfrak{R}[\Phi] = 0$, we obtain the following identity: $\langle \delta \wp[\Phi] \rangle = 0$. To find nontrivial relations between two point functions, we examine possible combinations of

operators for \wp . For example if we choose $\wp = \phi \bar{\psi}_1$ and δ as lattice SUSY transformation of $Q_+^{(+)}$, we obtain

$$\langle \psi_1(p) \bar{\psi}_1(-p) \rangle + \hat{p}_+ \langle \varphi(p) \bar{\varphi}(-p) \rangle = 0. \quad (17)$$

Tree propagators are given by

$$\langle \varphi(p) \bar{\varphi}(-p) \rangle_{tree} = \frac{-1}{D(\hat{p})}, \quad \langle \psi_1(p) \bar{\psi}_1(-p) \rangle_{tree} = \frac{\hat{p}_+}{D(\hat{p})}, \quad (18)$$

where $D(\hat{p}) = \hat{p}_+ \hat{p}_- - m^2$. Apparently tree propagators (18) satisfy the identity (17), and it is consistent with the fact that the action is exactly invariant under the lattice supersymmetry at the classical level. We can choose other combinations of fields and lattice super charges for examining the W-T identities.

The basic structure of the loop contribution of corresponding diagrams to the two point function has the following form:

$$\begin{aligned} \langle \varphi(p) \bar{\varphi}(-p) \rangle_A &= \langle \varphi(p) \bar{\varphi}(-p) \rangle_{tree} X_A(\hat{p}), \\ \langle \psi_1(p) \bar{\psi}_1(-p) \rangle_A &= \langle \psi_1(p) \bar{\psi}_1(-p) \rangle_{tree} X_A(\hat{p}), \end{aligned}$$

where $X_A(\hat{p})$'s are given as follows:

Loop diagram	$X_A(\hat{p})$
	0
	$-2g_3^2 \frac{\hat{p}_+ \hat{p}_- + m^2}{D(\hat{p})} I_1$
	0
	$-6g_4^2 \frac{\hat{p}_+ \hat{p}_- + m^2}{D(\hat{p})} I_2$
	$16m^2 g_3^4 \frac{2\hat{p}_+ \hat{p}_- + m^2}{D(\hat{p})} I_3$
	$8g_3^4 \frac{\hat{p}_+ \hat{p}_- + m^2}{D(\hat{p})} I_4$

where

$$I_1 = \int \frac{d^2 \hat{k}}{(2\pi)^2} \frac{1}{D(\hat{k})D(\hat{p}-\hat{k})}, \quad (19)$$

$$I_2 = \int \frac{d\hat{k}_1^2}{(2\pi)^2} \frac{d\hat{k}_2^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{D(\hat{k}_1)D(\hat{k}_2)D(\hat{p}-\hat{k}_1-\hat{k}_2)}, \quad (20)$$

$$I_3 = \int \frac{d\hat{k}_1^2}{(2\pi)^2} \frac{d\hat{k}_2^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{D(\hat{k}_1)D(\hat{k}_2)D(\hat{k}_1+\hat{p})D(\hat{k}_2+\hat{p})D(\hat{k}_1-\hat{k}_2)}, \quad (21)$$

$$I_4 = \int \frac{d^2 \hat{k}_1}{(2\pi)^2} \frac{d^2 \hat{k}_2}{(2\pi)^2} \frac{\hat{k}_1^2 + m^2}{D(\hat{k}_1)D(\hat{k}_2)} \int \frac{d^2 \hat{k}}{(2\pi)^2} \frac{1}{D(\hat{k})D(\hat{k}_1-\hat{k})}. \quad (22)$$

Therefore the W-T identity of this particular combination is exactly satisfied up to the 2-loop level. We can show that the other combinations of the two point functions and SUSY transformations have the same structure as this example. In this way we may conclude that the W-T identities are satisfied exactly at the quantum level for all super charges.

4. Discussions. In confirming the exact lattice SUSY invariance lattice momentum conservation plays a crucial role. This lattice momentum conservation defines a new type of *-product of fields F and G :

$$(F * G)(p) = \int d^2 p_1 d^2 p_2 F(p_1) G(p_2) \delta^{(2)}(\hat{p} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2), \quad (23)$$

where the lattice momentum conservation is introduced. If we introduce standard momentum p conservation instead of the lattice momentum \hat{p} , the coordinate representation of the product of the function F and G leads to the standard product. However the coordinate representation of the *-product can be found in [2] and [3]. It would be interesting to find a connection with this nonlocal nature of the *-product and the noncommutative nature of link approach of lattice SUSY formulation [5] with Horf algebraic lattice SUSY invariance [6].

One of the other characteristics of this *-product is that the product is not associative. A given product, however, is well defined and thus the invariance of the lattice SUSY transformation is assured since SUSY transformation is linear with respect to fields. However non-associativity may be a problem when we try to extend this formulation to gauge theories since gauge transformations are nonlinear is mildly broken since we use lattice momentum which is not periodic in itself. We can, however, show that it is recovered in the continuum limit [3].

REFERENCES

- 1 Kato M., Sakamoto M., So H. Taming the Leibniz Rule on the Lattice, JHEP 0805 (2008) 057 [arXiv: 0803.3121]; Leibniz rule and exact supersymmetry on lattice: A case of supersymmetrical quantum mechanics, PoS (LAT2005) 274 [hep-lat/0509149]; No-Go Theorem of Leibniz Rule and Supersymmetry on the Lattice, PoS (LAT2008) 223 [arXiv: 0810.2360].
- 2 D'Adda A., Feo A., Kanamori I., Kawamoto N., Saito J. Species Doublers as Super Multiplets in Lattice Supersymmetry: Exact Supersymmetry with Interactions for D=1 N=2. JHEP 1009 (2010) 059 [arXiv:1006.2046].
- 3 D'Adda A., Kanamori I., ADKK2012 and Saito J. Species Doublers as Super Multiplets in Lattice Supersymmetry: Chiral Conditions of Wess-Zumino Models for N=D=2. JHEP 1203 (2012) 043 [arXiv:1107.1629].
- 4 Dondi P.H., Nicolai H. Lattice Supersymmetry, Nuovo Cim. A 41 (1977) 1.
- 5 D'Adda A., Kanamori I., Kawamoto N., Nagata K. Twisted superspace on a lattice, Nucl. Phys. B707 (2005) 100 [hep-lat/0406029]; Exact extended supersymmetry on a lattice: Twisted N=2 super Yang-Mills in two dimensions, Phys Lett. B 633 (2006) 645 [hep-lat/0507029]; Exact Extended Supersymmetry on a Lattice: twisted N=4 Super Yang-Mills in Three Dimensions, Nucl. Phys. B 798 (2008) 168 [arXiv:0707.3533].
- 6 D'Adda A., Kawamoto N., Saito J. Formulation of supersymmetry on a Lattice as a representation of a deformed algebra, Phys. Rev. D81 (2010) 065001 [arXiv:0907.4137].

Резюме

К. Асака, А. Д'адда, Н. Кавамото, А. Кондо

(Hokkaido University Sapporo, 060-0810 Япония,
*INFN, Universita di Torino I-10125 Торино, Италия)

**ТӨМЕНГІ ӨЛШЕМДІЛІКТЕРДЕГІ ВЕССА-ЗУМИНО $N = 2$ ҮЛГІСІ ҮШІН
КВАНТТЫҚ ДЕҢГЕЙДЕГІ ДӘЛ ТОР КӨЗДІ СИММЕТРИЯ**

Жуырда біз $N = 2$ барлық суперзарядтар үшін бірөлшемді және екіөлшемді өлшемділіктерде Весса-Зумино үлгісіне арналған дәл тор көзді суперсимметриясы бар суперсимметриялық (SUSY) тордың жаңа анықтамасын ұсындық. Бұл анықтама координатты кеңістікте бейлокалды болып табылады, бірақ айырма оператор жұлдызшамен белгіленген жаңа көбейтіндіде Лейбниц ережесін қанағаттандырады. Мұнда біз екі ілмекті деңгейге дейін Уорд-Такахашиді теңдеуімен – Весса-Зумино SUSY дәл тор көзді үлгілері үшін Уорд-Такахашиді теңдеуімен зерттелетін кванттық деңгейде тор көзді суперсимметрия дәл сақталатындығын көрсетеміз. 24–29 маусым 2012 жылы Австралияның Кэрнс қаласында өткен Өрістің Тор көзді теориясы жөніндегі 30-халықаралық симпозиумында баяндама жасалды және 2012 жылдың мамыр айында әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінде баяндаманың бір бөлігі айтылды.

Кілт сөздер: тор көзді суперсимметриялық тор (SUSY), Лейбниц ережесі, Уорд-Такахашиді теңдеуі, кванттық деңгей.

Резюме

К. Асака, А. Д'адда, Н. Кавамото, А. Кондо

(Hokkaido University Sapporo, 060-0810 Япония,
*INFN, Universita di Torino I-10125 Торино, Италия)

**ТОЧНАЯ РЕШЕТОЧНАЯ СУПЕРСИММЕТРИЯ НА КВАНТОВОМ УРОВНЕ
ДЛЯ $N = 2$ МОДЕЛИ ВЕССА-ЗУМИНО В НИЗКИХ РАЗМЕРНОСТЯХ**

Недавно мы предложили новую формулировку суперсимметричной (SUSY) решетки, которая имеет точную решеточную суперсимметрию для модели Весса-Зумино в одномерном и двухмерном размерностях для всех суперзарядов $N = 2$. Эта формулировка является нелокальной в координатном пространстве, но разностный оператор удовлетворяет правилу Лейбница на новом отмеченном звездочкой произведении. Исследуя тождество Уорда-Такахашиді до двух петлевого уровня (т.е. тождество Уорда-Такахашиді для точных решеточных моделей SUSY Весса-Зумино), мы показываем, что эта решеточная суперсимметрия остается неизменно точной на квантовом уровне. Доклад сделан на 30 Международном симпозиуме по Решеточной Теории Поля – «Решетка-2012», июнь 24-29, 2012, Кэрнс, Австралия, и часть доклада заложена в Казахском национальном университете им. аль-Фараби в мае 2012 года.

Ключевые слова: решетчатая теория поля, модель Весса-Зумино, суперсимметрия.

Поступила 27.03.2013г.

Д. М. НАСИРОВА*, М. Н. ТАКИБАЕВА, М. А. НУСИПАЛИЕВА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы,

* Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы)

О ВЫРОЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ В ЯДРАХ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ

Аннотация

В работе рассмотрен ряд актуальных проблем физики компактных звезд. Представлены основные характеристики белых карликов: их образование, основные характеристики и внутреннее строение. Также даны основные формулы описания вырожденного электронного Ферми-газа и Ферми-жидкости, уравнение состояния вещества на примере белых карликов. Дается связь основных характеристик вещества с происходящими в среде процессами, в частности, реакций электронного захвата с трансформацией элементного состава в ядре белого карлика, явление каналирования быстрых протонов в твердотельные структуры, их преобразование в нейтроны и реакции нейтронов с ядрами. Приведены оценки реакции захвата электронов ядрами железа и оценки эффектов каналирования протонов в кристаллическое ядро белого карлика.

Ключевые слова: белые карлики, электронная Ферми-жидкость, реакции электронного захвата.

Кілт сөздер: ақ ергежейлілер, электрондық Ферми сұйықтық, электрондық қарпу реакциялары.

Keywords: white dwarf, electron Fermi liquid, electron capture reaction.

Введение. Компактными звездами называют астрономические объекты, которые образуются в результате эволюции нормальной звезды и приобретают аномально высокую плотность и небольшие размеры. Т.е. компактные объекты образуются, когда массивная звезда израсходует запасы своего водородного топлива и развиваются другие реакции, например, с участием гелия, которые являются более быстрыми и энергопродуктивными. В результате целого ряда событий звезда взрывается ослепительной вспышкой сверхновой, после которой остаётся плотное центральное ядро, окруженное огромной по размерам газовой туманностью. К компактным объектам относятся: нейтронные звезды, белые карлики и черные дыры [5]. В последнее десятилетие астрофизики уделяют много внимания их изучению. Изучение компактных объектов превратилось в одну из самых увлекательных и богатых открытиями областей астрофизики [2]. Такой интерес обусловлен загадочностью их строения, колоссальной плотностью и сильнейшими магнитными и гравитационными полями. Материя, из которой состоят нейтронные звезды находится в особом состоянии, которое можно сравнить с огромным атомным ядром, причем эти условия нельзя создать в земных лабораториях.

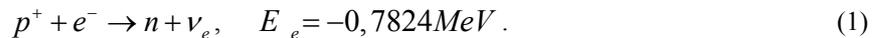
Существенным отличием сверхплотных звезд от нормальной звезды является их высокая плотность и при этом малые размеры. Они имеют намного меньший размер, чем нормальные звезды сравнимой массы.

Из-за небольшого радиуса белые карлики характеризуются более высокой температурой, чем нормальные звезды, но при этом имеют низкую светимость, с чем и связано их название. Средняя плотность вещества в нем составляет 10^5-10^9 г/см³, что почти в миллион раз выше плотности обычных звёзд. При таких плотностях электронные оболочки атомов разрушаются, и вещество представляет собой электронно-ядерную плазму, причём её электронная составляющая представляет собой вырожденный электронный газ. Ядерные реакции внутри белого карлика не идут, а свечение связано с его медленным остыванием. Тепловая энергия в твердом центре белого карлика содержится в колебательных движениях ионов, которые при температуре ниже 15 000 К образуют кристаллическую решетку. Образно говоря, белые карлики – это гигантские горячие кристаллы.

В случае, когда в результате взрыва сверхновой звезды сохраняется остаток массы $M > 3M_{\odot}$, то он не может существовать в виде устойчивой нейтронной звезды. Ядерные силы отталкивания на малых расстояниях не в состоянии противостоять дальнейшему гравитационному сжатию звезды. Возникает необычный объект – черная дыра. Черные дыры – звезды полностью сколлапсированы, т.е. это звезды, которые уже не могут противостоять собственной силе тяготения и, следовательно, сжимаются вплоть до сингулярности. Основное свойство черной дыры состоит в том, что никакие сигналы, испускаемые ею, не могут выйти за ее пределы и достигнуть внешнего наблюдателя. Черную дыру никакой свет и ничто другое покинуть не может, и если не принимать во внимание квантовомеханические эффекты, изолированная черная дыра будет выглядеть «черной» для любого наблюдателя [1].

Основные характеристики белых карликов. Белые карлики – проэволюционировавшие звезды с массой не превышающей предел Чандрасекхара $M_{ch} = 1.4M_{\odot}$ (максимальная масса, при которой звезда может существовать как белый карлик). Белые карлики представляют собой компактные звезды с массами, сравнимыми с массами Солнца; радиусы большинства белых карликов сравнимы с радиусом Земли. Средняя плотность этих звезд составляет порядка 10^6 – 10^8 г/см³, что почти в миллион раз выше плотности обычных звезд. Из-за высокой плотности внутри белого карлика не существует атомно-молекулярной материи, а вместо нее существует только электронно-ядерная плазма. Обычную звезду удерживает от гравитационного коллапса давление ее вещества и света, исходящего из ядра; давление возникает благодаря высокой плотности и температуре звездного вещества. Температура в центре звезды порядка $T = 6 \cdot 10^6$ К, что обеспечивает постоянное протекание в ее ядре ядерных реакций.

При нарушении гидростатического равновесия наступает гравитационный коллапс и если $M_{\text{я}} < 1,4M_{\odot}$, то ядро сожмется до размеров Земли и получится белый карлик. Если $1,4M_{\odot} < M_{\text{я}} < 3M_{\odot}$, то давление вышележащих слоев будет так велико, что электроны «вдавливаются» в протоны, образуя нейтроны и испуская нейтрино. Образуется так называемый нейтронный вырожденный газ



По разным оценкам, численность белых карликов составляет 3–10% звездного населения нашей Галактики.

Белый карлик находится в состоянии гравитационного равновесия и его давление определяется давлением вырожденного электронного газа. Высокая плотность белых карликов хорошо объясняется в рамках квантовой механики.

Вырожденный электронный газ. Уравнение состояния вырожденного электронного газа. Известно, что у ферми-газа при полном вырождении (при $T = 0\text{K}$) заполнены все нижние энергетические уровни вплоть до некоторого максимального (уровень Ферми), а все последующие остаются пустыми. Повышение температуры лишь незначительно изменяет такое распределение электронов по уровням: малая доля электронов, находящихся на уровнях, близких к уровню Ферми, переходит на пустые уровни с большей энергией, освобождая таким образом уровни ниже уровня ферми, с которых был совершен переход.

Изучение свойств ферми-газа при достаточно низких температурах имеет важное значение. Далее будем говорить об электронном газе при абсолютном нуле температуры (полностью вырожденный Ферми – газ). Как нам известно, в таком газе электроны распределены по различным квантовым состояниям и полная энергия газа имеет наименьшее значение в силу принципа Паули [3]. Этот принцип имеет отношение к системам тождественных частиц с полуцелым спином, которыми являются электроны, протоны, нейтроны и др. Как следствие, электроны противостоят гравитационному сжатию их в одну точку, поэтому оказывают квантовое сопротивление – отрицательное давление, тормозящее сжатие вещества в глубине белого карлика.

Чтобы понять суть эффекта, рассмотрим газ из нерелятивистских электронов в объеме V при нулевой абсолютной температуре, пренебрегая их кулоновским взаимодействием. При абсолютном нуле они будут стремиться занять состояния с наименьшей энергией

$$E = \frac{p^2}{2m_e}, \quad (2)$$

где p – импульс электрона; m_e – масса электрона.

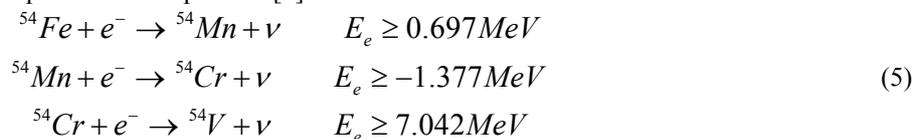
При большой пространственной плотности электронов на один электрон приходится малый объем, следовательно, большой объем пространства импульсов. Другими словами, при большой плотности импульсы свободных электронов должны быть велики, даже при нулевой температуре. Газ свободных электронов при больших их концентрациях n_e , имеет высокое давление и при $T = 0$.

$$P = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = \text{const} \left(\frac{N}{V} \right)^{5/3} \quad (3)$$

здесь P – давление; $\frac{N}{V}$ – плотность.

Отсюда можно сделать вывод, что это давление вырожденного электронного газа может противостоять силе тяготения и тем самым обеспечить существование особого типа звезд.

Для изотопов железа ^{54}Fe , чье изобилие составляет порядка 5%, можно написать следующую цепочку реакций с соответствующими пороговыми энергиями [6]



Цифры справа означают порог реакции.

Возможность протекания последней реакции маловероятна, так как $E_e \approx T$, для белого карлика имеем $T \approx 6MeV$.

Для того, чтобы определить, есть ли в центре белого карлика эффект каналирования, необходимо рассчитать энергию каналирования протона.

$$E_{кан.} = \frac{\hbar^2}{2m_p} \cdot \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2, \quad (6)$$

\hbar – постоянная Планка; m_p – масса протона

$$\lambda_p = \frac{1}{k}; \quad (7)$$

где k – волновое число

$$k = \sqrt{\frac{E(eV)}{0.207}} \cdot 10^{-2} \quad (8)$$

Расчеты показывают, что в нашем случае $\lambda_p \approx 1.3 \cdot 10^3 fm$

Пользуясь выражениями (8) и (9), рассчитаем $E_{кан.} \cdot E_{кан.} = \frac{\hbar^2}{2m_p} \cdot \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \approx 0.5KeV$. Так как $1eV \approx 1.16 \cdot 10^4 K$, то $E_{кан.} \approx 0,6 \cdot 10^7 K$, следовательно $E_p \geq E_{кан.}$. Отсюда можно сделать вывод, что на самом деле ядро белого карлика не является средой, где отсутствуют различные ядерные процессы. Есть несколько возможностей протекания ядерных реакций в центре белого карлика (1), одна из которых, когда протон с большой энергией проникает в кристаллическую структуру ядра белого карлика, и там, находясь в сжатом состоянии, переходит в нейтрон, а так как нейтрон не может распасться, то начинает взаимодействовать с ядром (двухчастичные реакции).

Заключение. В работе были даны оценки реакций электронного захвата с трансформацией элементного состава в ядре белого карлика, явление каналирования быстрых протонов в твердотельные структуры, их преобразование в нейтроны и реакции нейтронов с ядрами. Приведены оценки реакции захвата электронов ядрами железа и оценки эффектов каналирования протонов в кристаллическое ядро белого карлика.

На сегодняшний день астрономы обнаружили около 1200 сверхплотных звезд (это число точно не определено, их находят все больше и больше). Эти звезды относятся к загадочным объектам, которые соединяют в себе сильнейшие гравитационные и магнитные поля и экстремальные плотности и энергии. Каждое новое открытие из области астрофизики компактных объектов дает ученым интересные сведения, которые необходимы для понимания природы Материи и эволюции Вселенной [2].

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Шапиро С.Л., Тьюколски С.А. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды / Пер.с англ. – Ч. 1-2. – М., 1985.
- 2 Такибаев Н.Ж., Нейтронные резонансы и структурные эффекты излучения пульсаров // Мат-лы V Междунар. школы молодых физиков «Космос, наука, нанотехнологии», 18–20 апреля 2011. – С. 16-21.
- 3 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. – Т. 5. – М., 1976.
- 4 Baym G., Pethick C. Physics of Neutron Stars // Ann. Rev. Astron. Astrophys., 17, 415, 1979.
- 5 Baade W., Zwicky F., Supernova and Cosmic Rays // Phys. Rev., 45, 138, 1934.
- 6 Takibayev N., Kato K., Nasirova D. Excited Nuclei in Neutron Star Crusts // Adv. Studies Theor. Phys. – 2013. – Vol. 7, N 4. – P. 151-161. – Hikari Ltd, Bulgaria.

REFERENCES

1. Shapiro S.L., Teukolski S.A., *Chernye dyry, belye karliki i neitronnye zvezdy, per.s angl., ch.1-2, M., 1985*
2. Takibayev N.Zh., *Neitronnye rezonansy i strukturnye efekty izlucheniya pulsarov, Materialy V Mezhdunarodnoy shkoly molodyx fizikov «Kosmos, nauka, nanotechnologii», 18-20 aprelya 2011, c.16-21*
3. Landau L.D., Lifshic E.M., *Teoreticheskaya fizika, T.5, M., 1976*
4. Baym G., Pethick C. *Physics of Neutron Stars. Ann. Rev. Astron. Astrophys., 17, 415, 1979*
5. Baade W., Zwicky F., *Supernova and Cosmic Rays. Phys.Rev., 45, 138, 1934*
6. N.Takibayev, K.Kato, D. Nasirova «Excited Nuclei in Neutron Star Crusts», *Adv.Studies Theor.Phys., Vol.7, no. 4, p. 151-161, 2013, Hikari Ltd, Bulgaria*

Резюме

Н. Ж. Тәкібаев, Д. М. Насирова, М. Н. Тәкібаева, М. А. Нүсіпәлиева*

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.,

* Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ.)

**АҚ ЕРГЕЖЕЙЛІЛЕР ЯДРОСЫНДАҒЫ АЙНЫҒАН
ЭЛЕКТРОНДЫ ФЕРМИ СҰЙЫҚТЫҚ ЖАЙЛЫ**

Жұмыста жинақы жұлдыздар физикасының маңызды мәселелері қарастырылған. Ақ ергежейлілердің негізгі сипаттамалары берілген: қалыптасуы, ішкі құрылымы және басқа да қасиеттері. Сонымен қатар айныған электронды Ферми-газ бен Ферми-сұйықтықты сипаттайтын басты формулалар мен ақ ергежейлілер мысалындағы заттың күй теңдеуі берілген. Заттың негізгі сипаттамаларының ортада өтіп жатқан үдерістермен байланысы көрсетілген, жекелей алғанда, ақ ергежейлілер ядросындағы құрама элементтің трансформациясымен электронды қарпу реакциясы, шапшаң протондардың қатты дене құрылымына каналирлеу құбылысы, олардың нейтронға айналуы және нейтронның ядромен реакциясы. Темір ядросының электронды қарпу реакциясының бағалануы мен ақ ергежейлінің кристалдық ядросындағы протондардың каналирлеу әсерінің бағалауы келтірілген.

Кілт сөздер: ақ ергежейлілер, электрондық Ферми сұйықтық, электрондық қарпу реакциялары.

Summary

N. Zh. Takibayev, D. M. Nassirova, M. N. Takibaeyva, M. A. Nusipaliyeva*

(al-Farabi Kazakh National University, Almaty,

*Abay Kazakh National Pedagogical University, Almaty)

**ON DEGENERATE ELECTRON FERMI LIQUID
IN THE NUCLEI OF WHITE DWARFS**

In this paper considered some actual problems of compact stars in physics. Here was present main characteristics of white dwarfs: their formation, basic characteristics and their inner structure. Also, given main formulas which describes the degenerate electron Fermi gas and Fermi fluid, equation of state of matter by white dwarfs examples. Here given the connection of basic characteristics of matter with occurring processes in medium. Particularly, there are processes of electron capture with transformation of elemental composition in nucleus of white dwarf, phenomenon of channeling of fast protons in solid(-state) structure, their transformation in neutrons and neutron reactions with nuclei. Here presented estimations of reactions of electron capture by iron nuclei and estimations of channeling effects of protons in crystal nucleus of white dwarf.

Keywords: white dwarf, electron Fermi liquid, electron capture reaction.

Поступила 27.03.2013г.

В. Н. ЖУМАБЕКОВА, Н. Ж. ТАКИБАЕВ, Г. А. СПАНОВА,
М. А. НУСИПАЛИЕВА, Б. Т. КАРСЫБАЕВ*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы,
*Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы)

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ БЕРИЛЛИЕВЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ

Аннотация

В статье рассмотрены физические свойства металлического бериллия, являющегося одним из лучших отражателей тепловых нейтронов. Проанализированы влияния нейтронных пучков на физико-механические свойства (накопление гелия, распухание, изменение параметров элементарной ячейки, изменение прочности и микротвердости) и микроструктуры реакторных марок бериллия.

Ключевые слова: рассеяние нейтронов, металлический бериллий, нейтронный отражатель.

Кілт сөздер: нейтрондардың шашырауы, металдық бериллий, нейтрондық шашыратқыш.

Keywords: рассеяние нейтронов, металлический бериллий, нейтронный отражатель.

Бериллий и его металлические соединения широко используются в атомной промышленности. Это связано с особыми свойствами бериллия, являющегося одним из лучших отражателей тепловых нейтронов. Бериллий является незаменимым материалом в атомных реакторах, поскольку он обладает высокими эксплуатационными характеристиками, а бериллиевые соединения отличаются, как правило, большой химической стойкостью [1].

В данный момент актуальным является поиск путей увеличения срока службы бериллиевых блоков в ядерном реакторе, что послужило поводом для интенсивного изучения механизмов радиационного повреждения этого материала, особенно после облучения до повышенных флюенсов нейтронов. Исследование изменения свойств бериллия после облучения в реакторах деления при максимальных дозах позволяет также прогнозировать поведение этого материала в условиях реактора синтеза, а также составить рекомендации по продлению ресурса бериллиевых блоков отражателя и замедлителя исследовательских реакторов.

Свойства бериллия зависят от качества и структуры металла и заметно меняются с температурой, механические – от чистоты металла, величины зерна и текстуры, определяемой характером обработки. Обработка давлением приводит к определённой ориентации кристаллов бериллия, возникает анизотропия, становится возможным значительное улучшение свойств. Механические свойства в направлении, перпендикулярном вытяжке, почти не меняются. Бериллий – хрупкий металл при комнатной температуре, что является главным препятствием к его широкому использованию в качестве конструкционного материала; к еще большей хрупкости материала приводит содержание даже незначительных примесей. Имеет низкую пластичность и хорошую коррозионную стойкость. Упругость паров бериллия при температуре плавления очень мала.

В японском научно-исследовательском реакторе, предназначенном, в основном, для тестовых испытаний материалов, металлический бериллий используется также как нейтронный отражатель. Известно несколько различных технических решений по использованию металлического бериллия как отражателя [2-4]. В таблице приведены свойства металлических бериллиев, которые были использованы в этом исследовательском тестовом реакторе [5]. Высокодозное нейтронное облучение бериллия приводит к уменьшению его прочности (до 500–800 % по сравнению с исходным состоянием) и увеличению микротвердости (до 500 %). Прочность бериллия после облучения до максимальных флюенсов нейтронов остается на уровне 20–100 МПа по результатам испытаний на растяжение и 100–800 МПа по результатам испытаний на сжатие, максимальное значение микротвердости – достигает 10 500 МПа.

Соответственно, возникла актуальная проблема по научному анализу и решению этой важной и специфической задачи, поскольку срок службы и качество отражателей в активной зоне реактора прямо связаны с эффективностью работы и надежностью атомных реакторов.

При оценке поля радиации исследовательского реактора, в котором бериллиевый металл используется как отражатель, например, как в исследовательском тестовом реакторе в Японии, точность рассчитанного потока тепловых нейтронов составляет почти $\pm 30\%$ по сравнению с данными мониторов, измеряющих поток радиации. И эта точность не улучшается вплоть до области энергий быстрых нейтронов, где точность устанавливается уже на уровне $\pm 10\%$ при расчетах методом Монте-Карло [6]. Из этих исследований следовало, что структура бериллиевого металла как-то влияет на величину полного сечения нейтронов на бериллиевом металле, и возможно меняет (смещает) известную закономерность функции рассеяния $S(\alpha, \beta)$ в этих случаях.

Свойства тестовых материалов [5]

Свойства	Металлический бериллий		
	S-200F	S-65-H	I-220-H
Плотность, г/см ³	1,855	1,848	1,861
Степень детализации, μm	10,3	6,9	5,6
Предел прочности на разрыв, МПа	365	448	565
Предел текучести, МПа	269	271	460
Растяжение, %	3,4	5,7	3,7
Элемент, %	99,00	99,40	98,60
Be			
BeO			
Al			
Fe			
Si	0,03	0,02	0,02

В рамках сотрудничества между казахстанскими учеными и японскими учеными из ЯААЭ было предложено провести в Казахстане исследования с целью улучшить оценки расчетов точности потоков тепловых нейтронов с учетом структуры соответствующего металлического бериллия.

Явления, касающиеся особенностей структуры различного типа бериллиевых металлов, остаются пока неясными. Структурные эффекты оцениваются сейчас на уровне 10–20% [6]. Но эффект может возрастать в процессе эксплуатации и вести к ухудшению качества изделия – отражателя тепловых нейтронов. Известны случаи полной деформации отражателя и превращения твердотельного материала в порошкообразную массу. Например, при 1200 °С металлический Be горит, превращаясь в белый порошок BeO [7]. Такие материалы исключаются из перечня изделий, используемых как отражатели, в атомной энергетике. В других случаях наблюдаются несоответствия в измеряемых сечениях рассеяния тепловых нейтронов на отражателях из металлического бериллия с расчетными сечениями, выполненными в рамках надежных расчетов методом Монте-Карло. Таким образом, важная и актуальная задача по определению эффектов структуры по отношению к потокам тепловых нейтронов остается пока нерешенной.

Раскрытие указанной взаимосвязи и понимание эффектов структуры будет стимулировать создание новых материалов и материаловедческих направлений, касающихся не только атомной энергетике, но и других отраслей, например, будущей термоядерной энергетике или космической деятельности, где защита от потоков ядерной радиации является одной из главных для дальнейшего развития.

Данный обзор проведен по плану работ договора между Казахским Национальным университетом им. аль-Фараби и Японским Агентством по Атомной Энергии (на 2013–2015 гг.).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Chakin V.P., Kazakov V.A., Teykovtsev A.A. High dose neutron irradiation damage in beryllium as blanket material (21-st Symposium on Fusion Technology, September 11-15, 2000, Madrid, Spain) // Fusion Engineering and Design. – 2001. – Vol. 58-59. – P. 535-541.
- 2 Enin A.A., Erykalov A.N., Kirsanov G.A. Design and experience of HEU and LEU fuel for WWR-M reactors // Nuclear Engineering and Design. – 1998. – Vol. 182. – P. 233-240.
- 3 Чакин В.П., Казаков В.А., Клинов, А.В. Мельдер Р.Р., Пименов В.В., Святкин М.Н., Туктабиев А.В., Куприянов И.Б. Отражатель нейтронов ядерного реактора. – Патент РФ №2192675, опублик. БИ №31 от 10.11.2002 г.
- 4 Чакин В.П., Ижугтов А.Л., Петелин А.Л., Посевин А.О. Отражатель нейтронов ядерного реактора. – Патент РФ № 2344503, опублик. БИ № 2 от 20.01.2009 г.
- 5 Proposal on International Cooperation for Reactor Irradiation Testing Technologies with Al-Farabi Kazakh National University (KNC).
- 6 Tsuchiya K. Status of Beryllium Study in JAEA // The 7th Specialist Meeting on Recycling of Irradiated Beryllium, October 22, 2012, Holiday Inn Executive Center, Columbia, MO, USA; <http://www.murr.missouri.edu/ismtr/papercall>.
- 7 Солнцев Ю.П. Материаловедение: учебник для вузов. – СПб.: Химиздат, 2004.

REFERENCES

- 1 Chakin V.P., Kazakov V.A., Teykovtsev A.A. High dose neutron irradiation damage in beryllium as blanket material (21-st Symposium on Fusion Technology, September 11, 2000, Madrid, Spain) // Fusion Engineering and Design. – 2001. – Vol. 58. – P. 535.

2 Enin A.A., Erykalov A.N., Kirsanov G.A. Design and experience of HEU and LEU fuel for WWRM reactors // Nuclear Engineering and Design. – 1998. Vol. 182. – P. 233.

3 Chakyn V.P., Lazakov V.A., Klynov, A.V. Melder R.R., Piymenov V.V., Svyatkyn M. N., Tuktabayev A.V., Kuptiyarov I.B. Otrazhatel neytronov yadernogo reaktora. – Patent RPh №2192675, opubl. BI №31 ot 10.11.2002 g. (in Russ).

4 Chakyn V.P., Izhutov A.L., Petelin A.L., Posevin A.O. Otrazhatel neytronov yadernogo reaktora. – Patent RPh № 2344503, opubl. BI № 2 ot 20.01.2009 g. (in Russ).

5 Proposal on International Cooperation for Reactor Irradiation Testing Technologies with Al-Farabi Kazakh National University (KNC).

6 Tsuchiya K. Status of Beryllium Study in JAEA // The 7th Specialist Meeting on Recycling of Irradiated Beryllium, October 22, 2012, Holiday Inn Executive Center, Columbia, MO, USA; <http://www.murr.missouri.edu/ismtr/papercall>.

7 Solntsev Yu.P. Materialovedenie: uchebnik dlya vuzov. – SanktPet.: Hymizdat, 2004. (in Russ).

Резюме

В. Н. Жұмабекова, Н. Ж. Тәжібаев, Г. А. Спанова,
М. А. Нұсіпәліева, Б. Т. Қарсыбаев*

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.,
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ.)

МЕТАЛДЫҚ БЕРИЛЛИЙ ШАҒЫЛДЫРҒЫШТЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Жұмыста жылулық нейтрондарды жақсы шағылдыратын металдық бериллийдің физикалық қасиеттері қарастырылған. Нейтрондар шоғының бериллий маркалы реакторларының микроқұрылымдары мен оның физика-механикалық қасиеттеріне (гелийдің жинақталуы, ұлғаюы, элементарлы ұяшық параметрлерінің өзгеруі, микроқаттылық пен беріктігі) әсері сарапталған.

Кілт сөздер: нейтрондардың шашырауы, металдық бериллий, нейтрондық шашыратқыш.

Summary

V. N. Zhumabekova, N. Zh. Takibayev, G. A. Spanova,
M. A. Nusipaliyeva, B. T. Karsybayev*

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty,
*Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty)

PHYSICAL PECULIARITIES OF THE BERYLLIUM METALLIC REFLECTORS

The physical properties of metallic beryllium, which is known as one of the best reflectors of thermal neutrons, are considered. The influence of neutron beams on physical and mechanical properties (helium accumulation, swelling, alteration of the parameters of an elementary cell, alteration of strength and micro-hardness) and the microstructure of beryllium reactor stamps are analyzed.

Keywords: рассеяние нейтронов, металлический бериллий, нейтронный отражатель.

Поступила 27.03.2013г.

К. БАКТЫБАЕВ, А. ДАЛЕЛХАНКЫЗЫ, М. К. БАКТЫБАЕВ*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
*Институт ядерной физики НЯЦ РК, г. Алматы)

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

Аннотация

Изучена микроскопическая основа модели взаимодействующих бозонов методом отражения фермионных операторов в бозонные для сферических ядер. Результаты сравнены с точными оболочечно-модельными вычислениями и экспериментам.

Ключевые слова: атомное ядро, спектры, нуклонное взаимодействие, гамма переходы.

Клт сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

В работе проведено исследование микроскопической основы модели взаимодействующих бозонов (МВБ) [1]. Конечная цель такого изучения является вывод параметров МВБ микроскопически, а именно из нуклонных степеней свободы [1, 3].

Для этого мы сначала обсудим метод отображения фермионных операторов в бозонные для сферических и почти сферических ядер, которого обычно называют методом Отсуки-Аримы-Якелло (ОАЯ) [2, 3]. Этот метод основан на сеньорити схеме в ядерной физике, который развит настолько, что можно выполнить вычисления свойств реальных ядер. Одновременно результаты сравнимы с точными оболочечно-модельными вычислениями, для наиболее удобных случаев.

Обычно в МВБ имеют дело с двумя типами бозонов s и d , которым мы должны дать микроскопическую интерпретацию как коррелированные коллективные нуклонные S и D пары. Поэтому обрезаем Гильбертово пространство так, чтобы оставленная его часть была достаточной для конструирования когерентных S и D пар валентных нуклонов с угловыми моментами 0 и 2.

После этого отображаем SD -парное подпространство в sd -бозонное.

Операторы рождения S^+ и D^+ пар определяются в виде:

$$\begin{aligned} S^+ &= \sum \alpha_j A_j^+(jj, 00) \\ D^+ &= \sum_{jj'} \beta_{jj'} A^+(jj', 2M) \end{aligned} \quad (1)$$

где α_j и $\beta_{jj'}$ – структурные коэффициенты, которые должны определяться удобным методом, максимизирующим коллективность S - и D -пар. В равенствах (1) операторы рождения пар определяются как:

$$A^+(jj'; JM) = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{jj'}}} [a_j^+ a_{j'}^+]_M^J, \quad (2)$$

в котором a_j^+ – оператор рождения нуклона в орбите j . Коллективные состояния $2N$ валентных нуклонов в обрзанном пространстве конструируется в виде:

$$(S^+)^{N_s} \left[(D^+)^{N_D} \right]_M^J |0\rangle \quad (3)$$

где $|0\rangle$ означает закрытая оболочка в системе и $N_s + N_D = N$ число SD -пар.

Состояние с сеньорити $\nu = 0$ записывается как $|j^n, \nu = 0, J = M = 0\rangle \sim (S^+)^{n/2} |0\rangle$, а состояние с $\nu = 2$ полным спином $J \neq 0$:

$$|j^n, \nu = 2, J \neq 0, M, \xi\rangle \sim (S^+)^{(n-2)/2} |j^2, \nu = 2, J \neq 0, M, \xi\rangle. \quad (4)$$

Волновая функция SD -пар проектированное на состояния с сеньорити $\nu = 2N$:

$$|S^{N_s}, D^{N_D}, JM, \xi\rangle \sim \frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_s} \left[(D^+)^{N_D} \right]_M^J |0\rangle \quad (5)$$

где P – оператор проектирующий на состояния с сеньорити $\nu := 2 \times N_D$.

Теперь найденные SD -парные состояния отобразим на sd -бозонные, т.е.:

$$\frac{1}{N_F} P(S^+)^{N_s} \left[(D^+)^{N_D} \right] M^J |0\rangle \rightarrow \frac{1}{N_B} P(s^+)^{N_s} \left[(d^+)^{N_D} \right] M^J |0\rangle \quad (6)$$

N_f, N_B – нормирующий множитель.

Таким образом, процесс конструирования D -парной части SD -состояний совершенно аналогичен образованию sd -бозонных состояний. Поэтому общий принцип ОАЯ – отображении заключается в том, что бозонный образ нуклонного оператора определяется равенством матричных элементов нуклонного оператора по SD -состояниям с соответствующими матричными элементами sd -бозонных операторов. Применительно к сферическим ядрам, считая слабой связью между S - и D -парами, мы должны рассмотреть $U(5)$ -типа состояний нуклонных SD -пар, которые приведут к соответствующему МВБ – гамильтониану одинаковых сортов нуклонов:

$$H^B = E_0^{(N)} + \varepsilon N_d + V$$

где

$$V = \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L \left(\left[d^+ d^+ \right]^L \cdot \left[dd \right]^L \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} V_0 \left\{ \left(\left[d^+ d^+ \right]^2 \cdot \left[sd \right]^2 \right) + h.c. \right\} + \frac{1}{2} V_2 \left\{ \left[d^+ d^+ \right]^{(0)} \left[ss \right]^{(0)} + h.c. \right\}. \quad (7)$$

Параметры этого феноменологического гамильтониана определяются теперь через парные матричные элементы нуклонных операторов:

$$E_0^{(N)} = \langle S^N, J=0 | H | S^N, J=0 \rangle = \langle S^N, 0 | H^B | S^N, 0 \rangle. \quad (8)$$

$$\varepsilon = \langle S^{N-1} D; J=2 | H | S^{N-1} D; J=2 \rangle - E_0^{(N)} \quad (9)$$

$$C_L = \langle S^{N-2} D^2; J=L | H | S^{N-2} D^2; J=L \rangle - 2\varepsilon - E_0^{(N)} \quad (10)$$

$$V_0 = \langle S^{N-2} D^2; J=2 | H | S^{N-1} D^1, J=2 \rangle / \sqrt{N-1} \quad (11)$$

$$V_2 = \langle S^{N-2} D^2, J=0 | H | S^N; J=0 \rangle / \sqrt{N(N-1)/2} \quad (12)$$

Бозонной образ квадрупольного оператора $Q = r^2 Y^{(2)}(\theta, \varphi)$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} Q \rightarrow Q^B &= q_1 (d^+ s + s^+ d) + q_2 \left[d^+ d \right]^{(2)}, \\ q_1 &= \langle S^{N-1} D^1; J=2 | Q | S^N, J=0 \rangle / \sqrt{5N} \\ q_2 &= \langle S^{N-1} D^1; J=2 | Q | S^{N-1} D^1, J=2 \rangle / \sqrt{5} \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь обсудим поведение системы состоящей из одной валентной оболочки j . Для этого сначала введем три оператора

$$S_+ = \sqrt{\Omega_j} A^+(jj, 00); \quad S_- = (S_+)^+, \quad S_0 = (\Omega_j - n)/2 \quad (14)$$

которые удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры $SU(2)$ -группы (т.е. коммутационным соотношениям угловых моментов)

$$[S_+, S_-] = 2S_0, \quad [S_+, S_0] = -S_+, \quad [S_-, S_0] = S_- \quad (15)$$

где $\Omega_j = j + 1/2$. Используя такой квази-спиновый формализм, можно выразить SD -матричные элементы многих пар нуклонов через матричные элементы одной только пар частиц.

Весь этот формализм можно обобщить для обобщенной системы с многим числом орбит.

Для изучения основных преимуществ ОАЯ – метода мы применим его к описанию структуры нижних состояний положительной четности изотопов Ti с $A = 44, 46$. Модельное пространство состоит из полных рfг-одночастичных уровней, энергия которых принимались равными (в МэВ)

$$\varepsilon\left(0f_{7/2}\right) = -7,2, \quad \varepsilon\left(1p_{3/2}\right) = -5,4, \quad \varepsilon\left(1p_{3/2}\right) = -3,4;$$

$$\varepsilon\left(0f_{7/2}\right) = -0,3; \quad \varepsilon\left(1g_{9/2}\right) = -3,1.$$

В качестве эффективного двухчастичного взаимодействия использовали силы Гауссового типа:

$$V(r) = (V_{13}P_{13} + V_{31}P_{31} + V_{11}P_{11} + V_{33}P_{33})f(r) \quad (16)$$

где $P_{2T+1, 2S+1}$ – проекционные операторы, $f(r) = e^{-(\lambda r)^2}$ со следующим радиальным параметром $\lambda = 0,85$ и глубиной потенциалов.

$$V_{13} = -43,8 \text{ МэВ}, \quad V_{31} = -30,5 \text{ МэВ}, \quad V_{11} = 0, \quad V_{33} = 17,2 \text{ МэВ}.$$

Сравнение расчетных значений энергии возбуждений с экспериментальными их величинами отличаются друг от друга на 10–15 процентов, т.е. ОАЯ метод хорошо работает в области легких ядер, хотя число размерностей бозонного пространства для этих состояний ядер составляет всего лишь от 4 до 6. Эти ядра выбраны для того, чтобы использовать их волновые функции для расчета сечений неупругих рассеяний и реакции на этих состояниях происходящих под действием ядерных частиц методом связанных каналов. Для того чтобы определить, как этот метод описывает свойства изучаемых состояний, мы вычислили величины $B(E2)$ и электрических квадрупольных моментов Q_2 .

Сравнение вычисленных значений $B(E2)$ и $Q_2(2_1^+)$ с экспериментальными данными для ядра ^{46}Ti даны в таблице. К сожалению, по ядру ^{44}Ti таких данных отсутствуют. Теория вполне хорошо описывает экспериментальные данные в пределах ошибок. Это означает, что вычисленные параметры бозонного гамильтониана как матричные элементы парного взаимодействия хорошо приспособлены к микроскопическому обоснованию феноменологических подходов, к исследованию структур и свойств многонуклонных систем.

Вычисленные значения $B(E2)$ (в единицах $e^2 \times fm^4$) и квадрупольного момента Q_2 (в единицах $e^2 \times fm^2$) для ^{46}Ti . Заряд поляризации равен $\delta e^{(2)} = 0,5e$. Экспериментальные значения для $B(E2)$ брались из [6]

Переходы	^{46}Ti		^{44}Ti	
	эксперимент	теория	эксперимент	теория
$B(E2, 2_1^+ - 0_1^+)$	217±17	20+2	–	189
$B(E2, 4_1^+ - 2_1^+)$	177±20	168	–	144
$Q_2(2_1^+)$	-21±6	-18,3	–	-17,2

В дальнейшем, предполагается распространить этот метод микроскопического описания на другие области ядер, а также использовать волновые функции коллективных состояний ядер для исследования процессов рассеяния методом связанных каналов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253; 1978. – Vol. 111. – P. 201; 1979. – Vol. 123. – P. 468.
- 2 Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A 309. – P. 1.
- 3 Otsuka T. // Prog. Theor. Phys. Suppl. – 1996. – N 125. – P. 5.
- 4 Ginocchio J.N. // Ann. Phys. – 1980. – Vol. 126. – P. 234.
- 5 Wu C-L, Feng D.H., et al // Nucl. Phys. – 1994. – Vol. A 570. – P. 337.
- 6 Brown B.A., Wildenthal B.H., et al // Phys. Rev. – C 1982. – Vol. 26. – P. 2247.
- 7 Table of Isotopes / 8 th ed. – New-York: Wiley-Interscience, 1999.

REFERENCES

- 1 Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253; 1978. – Vol. 111. – P. 201; 1979. – Vol. 123. – P. 468.
- 2 Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A 309. – P. 1.

- 3 Otsuka T. // Prog. Theor. Phys. Suppl. – 1996. – N 125. – P. 5.
4 Ginocchio J.N. // Ann. Phys. – 1980. – Vol. 126. – P. 234.
5 Wu C-L, Feng D.H., et al // Nucl. Phys. – 1994. – Vol. A 570. – P. 337.
6 Brown B.A., Wildenthal B.H., et al // Phys. Rev. – C 1982. – Vol. 26. – P. 2247.
7 Table of Isotopes / 8 th ed. – New-York: Wiley-Interscience, 1999.

Резюме

*Қ. Бақтыбаев, А. Дәлелханқызы, М. К. Бақтыбаев**

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;
*ҚР Ядролық физика институты, Алматы қ.)

ЯДРОЛАРДЫҢ КОЛЛЕКТИВТІК ҚОЗУЛАРЫНЫҢ МИКРОСКОПТЫҚ ТЕОРИЯСЫ

Сфералық ядролар үшін құрылған әсерлесуші бозондар теория негізін фермиондық операторларды бозондық операторларға ауыстыру әдісі арқылы микроскоптық жолмен зерттелді. Зерттеу қорытындысы мәселені толық қабықша үлгісі есептелген мәндермен және эксперимент берілгендермен салыстырылды.

Кілт сөздер: Атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Summary

*K. Baktybaev, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev**

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty;
*Institute of nuclear physics RK, Almaty)

FERMIONS BASED ON THE MODEL OF INTERACTING BOSONS

Studied the microscopic basis of the model of interacting bosons using the mapping in the boson fermion operators for spherical nuclei. The results are compared with exact shell-model calculations.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

Поступила 27.03.2013г.

М. А. НУСПӘЛИЕВА, Д. М. НАСИРОВА*, М. Н. ТӘКІБАЕВА

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.);

* Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ.)

НЕЙТРОНДЫ ЖҰЛДЫЗДАР ҚАБЫҚШАСЫНДАҒЫ ЯДРОЛЫҚ РЕАКЦИЯЛАР ЖАЙЛЫ

Аннотация

Жұмыста нейтронды жұлдыздарға қатысты негізгі шешімін таппаған мәселелер реті айтылып өтілді және ондағы құбылыстар ядролық реакциялар тұрғысынан түсіндірілді. Көпшілікке таныс негізгі мағұлматтар кеңірек баяндалды. Әсіресе нейтронды жұлдыздар қабықшасындағы процестер мен құпиясы көп ішкі ядро жайлы.

Нейтронды жұлдыз қабықшасындағы ядролық реакциялар арқылы құбылыстарды түсіндіру негізінен тізбектей электронды қарпу реакциясы арқылы жүзеге асады. Негізінен темір элементтерінен тұратын ішкі қыртыстағы тізбектей электронды қарпу реакциясы әсерінен бастапқы электронды газ тығыздығы мен соңғы электронды газ тығыздығы есептелініп, салыстырылды. Нәтижесінде бастапқы және соңғы электронды газ тығыздықтары өзгерісінен ішкі қыртыстағы ауытқу анықталып, оның нейтронды жұлдызда болып жатқан сан құбылыстың бірі – жұлдызсілкінісінің себебі болуы мүмкін екендігі болжамдалды.

Кілт сөздер: нейтронды жұлдыз, қабықша, ішкі қыртыс, ядролық реакция, жұлдызсілкініс.

Ключевые слова: нейтронные звезды, оболочки, внутренняя кора, ядерные реакции, звездотрясения.

Key words: neutron stars, shell, inner crusts, nuclear reaction, stars quake.

Кіріспе. XX ғасырдың соңы жалпы адамзат үшін көптеген ашылулар мен шешімін таппаған мәселелерге толы ғылыми-техникалық прогрестің уақыты болды. Бірақ, мүмкіндіктің жоқтығынан көптеген зерттеулер тығырыққа тіреліп жатты. Соның бірі, әрі сол жылдардағы астрономдар үшін ғажайып объектке айналған бірегейі – нейтронды жұлдыздар еді. Нейтронды жұлдыздар үшін жүретін процестерді, ондағы құбылыстарды зерттеу үшін көптеген гипотезалар ұсынылып, физиканың әр саласынан қарастыруға тура келді. Бүгінде бұл ғажайып аспан объектісінің көптеген құпиялары ашылғанмен, әлі бүкпесі көп сырлары толып жатыр. Соның бірі нейтронды жұлдыздар қабықшасында айныған нейтронды газдардың қалыптасуы мен ондағы өтіп жатқан реакциялар. Оны біз теориялық зерттеулер мен эксперименттік есептеулерге сүйене отырып қарастырамыз. Бұл мәселенің шешілуі астрофизика саласына да, классикалық физикаға да, қазір енді дамып келе жатқан плазма физикасының дамуына да елеулі үлес қосады.

Нейтронды жұлдыздар барлық жұлдыздар ішіндегі ең жинақысы, аталуы олардың негізгі құрамының кері бета-ыдырау процесінде протондар мен электрондардың өзара жою нәтижесінде пайда болған нейтрондардан тұру себебінен. Оның ішкі қыртыстарында еркін нейтрондармен қатар айныған нейтронды ферми-газ да бар. Қалыпты массасы $M \sim 1 - 2M_{\odot}$, мұнда $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} g$ – Күн массасы, ал радиусы $R = 10 - 14$ км. Мұндай жұлдыздағы заттың массалық тығыздығы ρ орташа $\sim 10^{15} g \cdot cm^{-3}$, қалыпты ядролық тығыздықтан $\rho_0 = 268 \cdot 10^{14} g \cdot cm^{-3}$ үш есе артық. Мұндай затты жер зертханасында іске асыру мүмкін емес, тіпті оның қасиеттері мен құрамы да әлі толық анықталмаған. Мұны сипаттау үшін әртүрлі теориялық модельдер бар, олардың қайсысын қолдану нейтронды жұлдыздарды зерттеу барысында ғана анықталады, теориялық модельдер көмегімен оларды бақылау сараптамасы мен түсіндірілуінен.

Нейтронды жұлдыздардың пайда болуы – аса қуатты жұлдыз жарқылының нәтижесі, яғни қарапайым гравитациялық энергия бөлігінің жылулық энергияға өту процесі. Бұл процесс ескі аса қуатты жұлдыздың жағармайы таусылуымен байланысты, алдымен сутегі, одан кейін сутегіні жаққаннан пайда болған гелий, одан кейін оттегі мен магнийге дейін ауыр химиялық элементтер. Мұндай тізбекті ядролық айналудардың соңғы өнімі жұлдыздың орталығына шоғырланған – темір тобындағы элементтердің изотобы. Тек айныған электронды ферми-газдың ғана қысымы жұлдыздың темір-никельді ядросын ауырлық күшінің әсерінен өз ортасына түсірмеуге шыдайды. Бірақ оттегіні жаққаннан кейін бірнеше күн өткен соң темір ядро чандрасекар шегінен асатын массаға жетеді, $1,44 \cdot M_{\odot}$ – гравитациялық сығылуға айныған электрондар қысымы шыдай алатын максимальды масса. Осы кезде гравитациялық коллапс орын алады – жұлдыз ядросының катастрофалық қопарылысы. Коллапс кезіндегі орасан зор гравитациялық энергияның ($\geq 10^{53}$ эрг) бөлінуі – гигант жұлдыздың ішкі қабықтарын жарық жылдамдығының 10% жететін жылдамдықпен лақтыратын толқынның тууына әкеп соғады, бұл кезде жұлдыздың ішкі бөлігі сол мөлшердегі жылдамдықпен сығыла

береді. Нәтижесінде атомдардың ядролары үлкен бір алып ядроға бірігеді. Егер оның массасы Оппенгеймер-Волковтың шегінен аспайтын болса ядролық материяның қысымымен гравитациялық сығылуға ұшырамаған нейтронды жұлдыз туылады. Осы кезде бөлінген энергияның 1%-ы – нәтижесінде тұмандық құрайтын шашыраған қабықтардың кинетикалық энергиясына айналады, тек 0,01%-ы ғана ($\sim 10^{49}$ эрг) аса қуатты жұлдыз ретінде бақыланатын және бүкіл галактика жарқырауын жабатын электромагнитті сәулеленуге айналады.

Біздің мақсатымыз нейтронды жұлдыздар қабықшасындағы осы ядролық реакциялар мен олардың циклін қарастыру, реакциялар арқылы нейтронды жұлдыздағы өтіп жатқан құбылысты түсіндіру. Нейтронды жұлдыз қабықшасы атомдық ядро кристалл құратын қатты қыртысқа, өзін кулондық сұйықтық ретінде көрсететін мұхитқа бөлінеді. Қыртыстың өзі ядро бос электрондар мен нейтрондар теңізі бар ішкі, бос электрондары жоқ сыртқы бөліктен тұрады. Қабықшаның вакуумды шекарасында газтекес плазмалық атмосфера, ал қыртыстың ядромен шекарасында – сұйықкристалдық мантия болуы мүмкін.

Қабықшалар тығыздығы тереңдіктің өсуімен ұлғаяды, яғни гравитациялық қысымның ұлғаюымен. Ішкі қыртыс әдетте $\sim 1-2$ км қалыңдыққа ие. Оның тығыздығы атомдық ядролар біртекті массаға бірігетін $\rho_0 \approx (4-6) \times 10^{11}$ г·см⁻³ мәніне дейін өседі. Ішкі қыртыстағы ядролық химиялық тепе-теңдік – бета-қарпу және бета-ыдырау реакцияларына қатысты зертханалық жағдайда кездеспейтін заттың құрамына әкеледі: нейтрондар мен электрондардан тұратын сұйықтыққа батырылған үлкен нейтрон жетіспеушілігіне ұшыраған ауыр ядролар. Ішкі қыртыстың елеулі аумағындағы нейтрондар асқынақыш: теориялық бағалаулар көрсеткендей, асқынақыштың сәйкес критикалық температурасы тығыздықпен өзгере отырып, бірнеше миллиард градусқа дейін жетеді, бұл нейтронды жұлдыздың ішкі қыртысындағы заттың кәдімгі кинетикалық температурасынан жоғары.

Ішкі қыртыс – тереңделе отырып айныған электрондар теңізімен толған кулондық кристаллға айналатын өте тығыз кристалл. Қысымның әсерінен кристалл атомдары электрондық қабықтарынан айрылып, жалаңаш ядро болып қалады. $\rho > 1,2 \cdot 10^7$ г·см⁻³ тығыздықтан бастап құрылымда кері бета-ыдырау жүруі мүмкін: $p + e \rightarrow n + \nu_e$. Мұнда протонның біраз қоспасы бар деп есептелінеді. Ішкі қыртысты атом ядросының нейтронизация процестерінің басталуымен байланысты мына реакция көрсетеді: $A(Z, N) + e \rightarrow A(Z-1, N+1) + \nu_e$. Бұл реакциялар $\rho > 10^{11}$ г·см⁻³ қысымда энергетикалық ұтымды, ал ядролар нейтронды қаныққан болады. Мұнда зат айныған электрондардың ультрарелятивистік фермитенізінен, ал торлар жалаңаш ядро мен еркін нейтрондардан тұратын болады.

Нейтронды жұлдыздарда нейтриноны шығарумен жүретін реакциялар ($T \leq 10^9$ К). Мұнда нейтронды жұлдыздың жылулық эволюциясының қыртыстарындағы бірнеше млрд К-нен төмен температураға дейін суынғаннан кейінгі жағдайы қарастырылады. Бірнеше млрд К-нен төмен температурада суыну процесі кезінде шығарылғын кез келген нейтрино, нейтронды жұлдыз затымен өзара әрекеттеспей-ақ оны еркін тастап кетеді.

Эволюцияланған массивті жұлдыздардың ядросындағы өте жоғары температурада ($T \geq 10^9$ К) нейтрино арқылы энергияның жоғалуы урка-реакциялармен байланысты.



Бұл реакциялар ядро коллапсы кезінде де болады. Алайда, нуклондар айныған болған кезде, мысалы 10^9 К температурадан төмен суынған нейтронды жұлдыздарда бұл реакциялар қатты басылады.

Енді нейтронның ыдырау реакциясын қарастырайық. Ыдырауға тек Ферми бетінен $\sim kT$ шегінде жатқан нейтрондар ғана ұшырайды. Сәйкесінше, энергияның сақталу заңынан пайда болған протон мен электрон Ферми деңгейлерінен $\sim kT$ шегінде болуы тиіс; босап шыққан нейтрино энергиясы да kT шамасында болу керек.

$p_F(e) - p_F(p) \ll p_F(n)$ теңсіздігіне сәйкес протон мен электрон нейтронмен салыстырғанда аз импульске ие болуы керек. Алайда, бұл мүмкін емес; ыдырауда импульс сақтала алмайды, егер энергия сақталатын болса. Процесс жүзеге асу үшін импульсті алып кететін басқа бөлшек болу керек. Сондықтан бұрындары айтылған болжам бойынша, нейтронды жұлдыз суынуында маңызды ролді «модифицирленген» урка-реакциялар алады.



Бұл реакцияларға $\mu_e \gtrsim m_\mu c$, $\rho \geq 8 \cdot 10^{14}$ г/см³ болғанда жүретін мюонды нейтрино сәулеленуінің реакциясы қосылады.





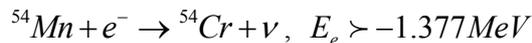
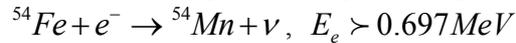
τ -нейтриномен сәйкес реакциялар нейтронды жұлдыз қыртысының қалыпты тығыздығында жүрмейді, өйткені $m_\tau c^2 = 1784$ МэВ.

Модифицирленген урка-реакциялар күшті де, әлсіз де өзара әрекеттесуге қатысады. Мысалы, (5) реакцияда соқтығысатын нейтрондар нейтрондардың біреуі ыдырамайынша протонға айнала отырып пиондармен алмасады. Сондықтан, осы процестің жылдамдығын есептегенге дейін қарапайым реакцияны қарастырады – вакуумдегі таза нейтрондық ыдырау (1-2) реакциясы. Оның күшті әсерлесу эффектісі аз.

Электрондық қарпу реакциялары. Нейтронды жұлдыздардың беткі қабаттарының зат тығыздығын келесі формулалар көмегімен $\rho = (A/2Z) \cdot 1.98 \cdot 10^6 x^3 \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$, $x = p_F / m_e c$, $\lambda_e = h / m_e c$ электронның Ферми деңгейі формуласымен $E_f = \sqrt{p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4}$ анықтасақ болады. Электрондардың еркін протондармен қарпылуы $\rho \geq 1.2 \cdot 10^7 \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$ тығыздықта жүзеге асады.

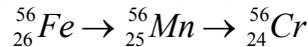
Әрбір тұрақты ядро өзіндік тізбектей электрондық қарпу реакциясын тудырады. Реакциялар нәтижесінде пайда болған ұрпақ ядролар, жер беті жағдайында тұрақты болғандай, тығыз материяларда да тұрақты болады. Олардың электрон шығара алмау себебі – Ферми сұйықтығы қарсы әрекет тудыруынан. Одан бөлек, ұрпақ ядролар бір уақытта негізгі және қозған күйде бола алады.

Біз табиғатта 5,845% кездесетін ^{54}Fe изотопы үшін келесі реакциялар тізбегін жазсақ болады



Оң жағында қарпу реакциясы үшін табалдырық энергиясы мәні берілген. ^{54}Fe тығыздығы $\rho_m \approx 1.555 \cdot 10^6 \text{г} \cdot \text{см}^{-3}$.

Енді біз нейтронды жұлдызда өтіп жатқан құбылыстың параметрлер өзгерісін көрсету үшін мынадай темір тұрақты ядросының өздігінен тудырған тізбекті қарпу реакциясын қарастырайық.



Олардың бастапқы және соңғы электронды газ тығыздықтарын есептеп, қатынасын ала отырып негізгі масса сақталуымен болатын өзгерісті байқаймыз.

$$\rho_0 \frac{Z}{A} = m_B n_e \quad \rho_0 = 1.9479 \cdot 10^6 x^3 \text{г} / \text{см}^3 \quad \rho_0 = 1.9479 \cdot 10^6 x^3 \text{г} / \text{см}^3 \quad Y_e = \frac{Z}{A} - \text{бір барионға сәйкес}$$

келетін электрондардың орта саны

$$\rho_{\bar{o}} \approx \rho \cdot \frac{56}{26} \quad \rho_c \approx \rho \cdot \frac{56}{24}$$

$$1.9479 \cdot 10^6 x^3 \frac{Z}{A} = m_B n_e$$

$$\frac{\rho_c}{\rho_{\bar{o}}} \approx \frac{24}{26} = 1 - \frac{1}{13} \quad \Delta \rho_c \approx \rho_c - \rho_{\bar{o}} = \rho_{\bar{o}} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{\bar{o}}} - 1 \right) = \rho_{\bar{o}} \left(-\frac{1}{13} \right) \approx 7\%$$

$$n_e = \frac{1.9479 \cdot 10^6}{m_B} x^3 \frac{Z}{A}$$

$$\Delta \rho_c \approx \rho_c - \rho_{\bar{o}} = \rho_{\bar{o}} \left(\frac{\rho_c}{\rho_{\bar{o}}} - 1 \right) = \rho_{\bar{o}} \left(-\frac{1}{13} \right) \approx 7\%$$

Қорытынды. Сонымен, нейтронды жұлдыздардың ішкі қыртысындағы екі ядроның өзара әсерлесу қашықтығы олардың радиустарынан көп үлкен, сондықтан ондағы реакциялар қалыпты жер жағдайындағы реакциялармен бірдей. Ал ішкі ядрода олар өзара тең, сондықтан онда қандай реакция жүріп жатқаны да белгісіз. Осыған сүйене отырып, біз мынандай тұжырым жасасақ болады: осы жұмыста жүргізілген нейтронды жұлдыздар қабықшасындағы ядролық реакциялар есептеулеріне сәйкес бастапқы электрон газының тығыздығы мен қарпу әсерінен пайда болған соңғы электрондар газы тығыздығының айырмашылығы 7%. Бұл дегеніміз ішкі қыртыс өзгерісіне, біздің болжауларымызша – жұлдызсілкінісіне әкеледі. Бұл құбылыс реакцияның өту уақыты қысқа болғанда байқалуы мүмкін. Әзірге осы реакциялардың өту уақыты есептеліну

үстінде. Нейтронды жұлдыз ғажайып астрономиялық объект болғандықтан оны тек сараптама жасау арқылы, реакциялар арқылы гипотетикалық тұрғыдан баяндаймыз.

ӘДЕБИЕТ

- 1 Chiu H.-Y. Salpeter E.E. Surface X-Ray Emission from Neutron Stars // Phys. Rev. 12, 143, 1964.
- 2 Шапиро С., Тьюкольски С. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. – М.: Мир, 1985.
- 3 Потехин А.Ю. Физика нейтронных звезд УФН 2010 г.
- 4 Takibayev N. Excited Nuclei in Neutron Star Crusts.
- 5 Haensel P., Potekhin A., Yakovlev D. Neutron Stars; 1. Equation of State and Structure. – Boston/Dodrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2006.
- 6 Camenzind M. Compact Objects in Astrophysics. – Berlin Heidelberg New York: Springer, 2007.
- 7 Чугунов А.И. Сильнонеидеальная плазма в оболочках компактных звезд: Автореф. дис. – Физико-технический институт им. Иоффе. – СПб., 2007.
- 8 www.ioffe.ru
- 9 nauka.by.ru

REFERENCES

- 1 Chiu H.-Y. Salpeter E.E. Surface X-Ray Emission from Neutron Stars // Phys. Rev. 12, 143, 1964.
- 2 Shapiro S., T'jukol'ski S. Chernye dyry, belye karliki i nejtronnye zvezdy. – М.: Mir, 1985.
- 3 Potehin A. Ju. Fizika nejtronnyh zvezd UFN 2010g.
- 4 Takibayev N. Excited Nuclei in Neutron Star Crusts.
- 5 Haensel P., Potekhin A., Yakovlev D. Neutron Stars; 1. Equation of State and Structure. – Boston/Dodrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2006.
- 6 Camenzind M. Compact Objects in Astrophysics. – Berlin Heidelberg New York: Springer, 2007.
- 7 Chugunov A. I. Sil'noneideal'naja plazma v obolochkah kompaktnyh zvezd: Avtoref. dis. – Fiziko tehnikeskij institut im. Ioffe. – SPb., 2007.
- 8 www.ioffe.ru
- 9 nauka.by.ru

Резюме

М. А. Нусипалиева, Д. М. Насирова, М. Н. Такибаева*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
*Казахский педагогический университет им. Абая, г. Алматы)

О ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ В ОБОЛОЧКАХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

Дан обзор ряда актуальных задач физики нейтронных звезд. Проведен анализ некоторых важных цепочек реакций захвата электронов ядрами в твердых оболочках нейтронных звезд, приводящих к изменению элементного состава вещества и нарушению баланса давлений, создаваемых разными силами. В частности, проведен сравнительный анализ и расчеты плотностей электронного газа начального и конечного состояний слоя оболочки звезды, состоящей из элементов железа. Были определены отклонения плотности слоя вследствие этих реакций. Такое явление может быть причиной звездотрясений, которые происходят в нейтронных звездах.

Ключевые слова: нейтронные звезды, оболочки, внутренняя кора, ядерные реакции, звездотрясения.

Summary

M. A. Nusipaliyeva, D. M. Nasirova, M. N. Takibayeva*

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty;
* Kazakh national pedagogical university named after Abai, Almaty)

ABOUT NUCLEAR REACTIONS IN CRUSTS OF NEUTRON STARS

Was given review of actual problem of physics neutron stars. Carried out analyze of some important chain reactions of electron capture in solid shell of neutron stars. Particular, carried out comparative analyze and calculations of densities of initial and finally electron gas state crust shell of neutrons. Was defined deflection crust density as a result of these reactions. This phenomena can be a reason of stars quake which occurring in neutron stars.

Key words: neutron stars, shell, inner crusts, nuclear reaction, stars quake.

Поступила 27.03.2013г.

Б. К. ТЕМИРОВ

(Кыргызский национальный университет им. Ж. Баласагына, г. Бишкек, ул. Фрунзе, 547)

ОСЦИЛЛЯЦИЯ РЕШЕНИЙ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМИ РАЗНОСТЯМИ ПЯТОГО ПОРЯДКА С НЕЛИНЕЙНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ

Аннотация

В статье установлены достаточные условия осцилляции решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями пятого порядка с нелинейным интегральным членом. Такие уравнения широко применяются в науке и технике при описании реальных процессов систем, в частности, электрических, механических, биологических, демографических, экономических и других. А также для решения некоторых теоретических вопросов с применением ЭВМ для приближенного решения различных задач математической физики.

Ключевые слова: осцилляция, нелинейный интегральный член, неравенство Иенсена.

Кілт сөздөр: осцилляция, сызыкты емес интеграл мүшесі, Иенсен теңсіздігі.

Keywords: oscillation, the nonlinear integral term, Jensen's inequality.

Введем обозначения: 1) $Q \subset \mathbb{R}^m$ открытая ограниченная область с кусочно-гладкой границей $\Gamma = \partial Q$; 2) $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in Q$; 3) $h(n)$, $\tau_i(n)$ – функции натурального аргумента, значения которых $\forall n \geq n_0$ являются натуральными числами $\lim_{n \rightarrow \infty} h(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \tau_i(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \tau(n) = \infty$; где n_0 – достаточно большое натуральное число; 4) $D_i \{n \geq n_i, x \in Q\}$ $i=0,1,2$. $\bar{D}_i \{n \geq n_0, x \in \bar{Q}\}$ $i=0,1,2$. $D_0^0 \{n \geq n_0, y \in \bar{Q}\}$; 5) $A_i(n, x)$ – непрерывные функции по $x \in \bar{Q}$ для каждого фиксированного натурального числа $n \geq n_0$, $i = 0,1,2$; 6) $a(n)$ – заданная функция натурального аргумента; 7) $r(n) > 0 \quad \forall n \geq n_0$; 8) $L_0^0 = \sum_{i,k=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k}$ – эллиптический

оператор. Предполагаются, что а) для любого набора вещественных чисел $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$: $\sum_{i,k=1}^m A_{i,k}(x) \xi_i \xi_k \geq \mu \sum_{i,k=1}^m \xi_k^2$, $\mu > 0$, $j = 1$, б) $A_{ik}(x) = A_{ik}$ – достаточно гладкие функции (достаточно предполагать, чтобы эти функции имели частные производные первого порядка, удовлетворяющие в замкнутой области Q некоторому условию Гельдера)

Определение 1. Всякую функцию $U(n, x)$ называют правильной, если она определена в области D_0 .

Определение 2. Правильную функцию $U(n, x)$ называют неотрицательной {неположительной}, если $\exists n_1 \geq n_0$ такое, что $\forall (n, x) \in D_1 = \{n \geq n_1, x \in Q\}$

1) либо $U(n, x) \geq 0$, $V(n) = \int_Q U(n, x) dx > 0$, 2) либо $U(n, x) \leq 0$, $V(n) = \int_Q U(n, x) dx > 0$

Определение 3. Правильную функцию $U(n, x)$ называют не осциллирующей, если она либо неотрицательна, либо не положительна; в противном случае ее называют осциллирующей.

Рассмотрим уравнение в виде:

$$L_3[u(n, x)] + a(n) \sum_{i,k=1}^m A_{i,k} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} U[h_1(n), x] + A_1(n, x) U[h_1(n), x] + A_2(n, x) U[h_2(n), x] + \int_Q K(n, x, y) U[h_3(n), y] dy + a_0(n) U[\tau(n), x] + A_3(n, x) f \left\{ \int_Q N(n, x, y) U[\sigma(n), y] dy \right\} = 0 \quad (1)$$

Где: 1) $\xi(n, x, u) = \int_Q N(n, x, y) U[\sigma(n), y] dy$;

2) $A_3(n, x)$, $N(n, x, y) \geq 0 \quad \forall (n, x, y) \in \bar{D}_0$, $\forall z > 0$, $f(z) > 0$. $f(-z) = -f(z)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma(n) = \infty$

3) $K(n, x, y)$, $N(n, x, y)$, $A_k(n, x)$ – заданные функции, определенные в области D_0^0 ;

4) $A_k(n,x) \in (F)$, где (F) -обозначает множество всех функций $\{V(n,x)\}$, имеющих непрерывные частные производные всех порядков по x_1, x_2, \dots, x_m ; $\forall x \in Q$ для каждого фиксированного натурального $n \geq n_0$ и удовлетворяющих тождеству $V(n,x)|_r \equiv 0 \quad \forall n \geq n_0$; 6) $K(n,x,y) \geq 0, N(n,x,y) \geq 0 \forall (n,x,y) \in D_0^0$ непрерывна $\forall y \in \bar{Q}$ при фиксированном $(n,x) \in \bar{D}_0, K(n,x,y)N(n,x,y) \in (F)$ по аргументу $x, \forall (n,y) \in \bar{D}_0$.

Введем обозначения: $L_1(v)=V(n+1)-V(n), W_1(n)=P_1(n)L_1(v)$

$L_2(v) = \Delta W_1(n) W_2(n)=P_2(n)L_2(v)=P_2(n)\Delta W_1(n) L_3(v)=\Delta W_2(n) W_3(n)=P_3(n)L_3(v)=P_3(n) \Delta W_2(n)$

$L_4(v) = \Delta W_3(n) W_4(n)=P_4(n)L_4(v)=P_4(n)\Delta W_3(n) L_5(v) = \Delta W_4(n)$. Пусть $P_k(n)>0 \quad \forall n \geq n_0$ ($k=2,3,4,5$) – заданные

функции, $q_k(n) = \frac{1}{p_k(n)}$.

Осцилляция решений интегро-дифференциально-разностных уравнений с конечными разностями с нелинейным интегральным членом I, II, III и IV порядков с эллиптическим оператором исследованы в работах [2, 3, 5]. Скажем, что выполнены: а) условие (E_0) , если $\forall (n,x,y) \in D_0$ выполнено неравенство $A_1(n,x) - \lambda_0 a(n) \geq a_1(n) \geq 0; A_2(n,x) \geq a_2(n) \geq 0; A_3(n,x) \geq a_3(n) \geq 0;$

б) условие (E_1) , если $\forall (n,x,y) \in D_0$; $K(n,x,y) \geq a(n,x) \geq 0; \int_Q a(n,x)dx \geq a_3(n) \geq 0, \forall (n,x,y) \in D_0^0$; в) условие (V_0) , если $p_k(n)>0 \quad \forall n \geq n_0, k=2,3,4,5, q_k(n)=\infty$;

г) условие (E_2) , если $\forall (n,x,y) \in D_0^0 \int_Q A_3(n,x)dx \geq a_4(n) \geq 0$. Известно [4], что все собственные значения краевой задачи

$$L_0 Y(x) + \lambda_0 Y(x) = 0, Y(x)|_r = 0 \quad (2)$$

положительны и наименьшему собственному значению соответствует единственная нормированная собственная функция $\Phi(x)>0, \forall x \in Q$ (нормированная в смысле $\int_Q \Phi(x)dx = 1$. Если $Q\{a_k < x_k < b_k, k=1,m\}$ -

параллелепипед, то $\lambda_0 = \sum_{k=1}^m \frac{\pi^2}{(b_k - a_k)^2}$; $\Phi(x) = l \sum_{k=1}^m \sin \frac{\pi(x_k - a_k)}{b_k - a_k}$; Если Q -выпуклая область, то

$\lambda_0 \geq \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{m-1}{\alpha} \right)$, где ρ -радиус наибольшего шара, вписанного в область Q, α – диаметр области $Q; m$ – размерность области Q .

Лемма 1. Пусть 1) $\sum a(s) = \infty$; 2) $f(z)$ -неубывающая функция $\forall z>0$. Тогда неравенство

$$L_5[v(n)] + a(n) \varphi[v(n)] \leq 0 \quad (3)$$

не имеет положительного решения.

Доказательство. Допустим, что неравенство (3) имеет положительное решение $v(n)>0 \quad \forall n \geq n_1$. Тогда $\Delta w_4(n) \leq 0$. следовательно $w_4(n)$ -невозрастающая функция. Логически возможны только следующие допущение: 1) либо $\exists n_2 \geq n_1$ такое, что $w_4(n)=c<0$; 2) либо $w_4(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$.

Рассмотрим первый случай. Докажем, что предположение противоречит неравенству $v(n)>0 \quad \forall n \geq n_1$. Имеем $W_4(n)=P_4(n) \Delta w_3(n) \leq c<0 \quad \forall n \geq n_2$. Следовательно: $\Delta w_3(n) \leq \frac{c}{p_4(n)} < 0$. Суммируя от n_2 до

$n-1$ получим

$$W_3(n) \leq w_3(n_2) + c \sum_{s=n_2}^{n-1} q_m(s) \rightarrow -\infty \text{ при } n \rightarrow \infty, m=2,3,4$$

Отсюда следует, что $\exists c_1<0, \exists n_3 \geq n_2$ такие, что $W_3(n) \leq c_1<0 \quad \forall n \geq n_3$

Продолжая аналогичные рассуждения, получим, что $\exists c_0<c, \exists n^1 \geq n^0$ такие, что

$$W_2(n) \leq c_0<0 \quad \forall n \geq n^1, P_2(n) \Delta v(n) \leq c_0<0 \quad \forall n \geq n^1, \Delta v(n) \leq c_0 q_2(n)$$

суммируя от n^1 до $n-1$, получим $v(n) \leq v(n^1) + c_0 \sum_{s=n^1}^{n-1} q_2(s) \rightarrow -\infty$ при $n \rightarrow \infty$.

Это соотношение противоречит неравенству $v(n) > 0 \quad \forall n \geq n_1$, следовательно, первое предположение несостоятельно.

Рассмотрим второй случай. $w_4(n) = p_4(n)\Delta w_3(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$

$w_3(n)$ -неубывающая функция $\forall n \geq n_1$. Логически возможны только следующие предположения

а) либо $\exists n_2 \geq n_1$ такое, что $w_3(n_2) = c > 0$;

б) либо $\exists n_2 \geq n_1$ такое, что $w_3(n) \leq 0 \quad \forall n \geq n_1$. Рассмотрим первый случай: $W_3(n) = P_3(n)\Delta w_2(n) \leq 0 \quad \forall n \geq n_2$. Далее суммируя это неравенство от n_1 до $n-1$, имеем

$$W_2(n) \geq W_2(n_2) + c \sum_{s=2}^{n-1} q_3(S) \rightarrow \infty \text{ при } n \rightarrow +\infty.$$

Следовательно, $\exists c_1 > 0, \exists n_3 \geq n_2$ такие, что $w_2(n) \geq c_1 \quad \forall n \geq n_2$. Продолжая аналогичные рассуждения, получим, что $\exists c_0 > 0, \exists n^0 > n_0$ такие, что $w_2(n) = P_2(n)\Delta v(n) \geq c_0$, следовательно, $v(n) \geq v(n^0) = \gamma$. С учетом этого неравенства из (3) имеем $\Delta w_4(n) + a(n)\beta \leq 0 \quad \forall n \geq n^0, \beta = f(\gamma)$.

Далее с учетом $w_4(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$. Это неравенство противоречит условию 1)леммы 1. Следовательно предположение а) противоречит условиям леммы 1. Отсюда верно предположение в) что $w_3(n) \leq 0 \quad \forall n \geq n_1$

$$W_3(n) = P_3(n)\Delta w_2(n) \leq 0 \quad \forall n \geq n_1$$

$W_2(n)$ -невозрастающая функция $\forall n \geq n_1$ Логически, возможны только следующие предположения:

1) либо $\exists n_2 \geq n_1$ такое, что $W_2(n) = c < 0 \quad \forall n \geq n_2$;

2) либо $w_2(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$. Первое предположение противоречит неравенству $v(n) > 0 \quad \forall n \geq n_1$. Следовательно, $w_2(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$.

Рассуждая аналогично получим, что $w_1(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_1$; Отсюда вытекает, что $v(n) \geq v(n_1) \equiv c_0 > 0$. С учетом этого неравенства из (3) имеем

$$\Delta w_4(n) + c a(n) \leq 0, \quad f(c_0) = c \quad \forall n \geq n_1.$$

Суммируя это неравенство от n_1 до $n-1$, имеем

$$w_4(n) + c \sum_{s=n_1}^{n-1} a(S) \leq w_4(n_1), \quad \forall n \geq n_1.$$

Так как $w_4(n) \geq 0$, то отсюда следует, что неравенство $c \sum_{s=n_1}^{n-1} a(S) \leq w_4(n_1)$, противоречащее условию 1) леммы 1. Лемма 1 доказана.

Пример: Пусть $p_2(n) = n + \sqrt{n(n+1)}$; $p_3(n) = p_3(n)$; $p_4(n) = 1$

$$a(n) = \frac{2}{(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})(\sqrt{n} + 2)(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})\sqrt{n}}; \text{ Тогда неравенство (3) имеет положительное}$$

решение $v(n) = \sqrt{n}$. Очевидно, что $a(n) \leq \frac{1}{4n^2}$; $\sum a(m) < \infty$. **Лемма 2.** Если 1) $\sum a(m) = \infty$; 2) $f(z) > 0$ -

непрерывная неубывающая функция $\forall z > 0$, то для положительного решения $v(n)$ неравенство (4) имеет место равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v(n) = 0.$$

Будем говорить, что выполнено условие: (T₁) если во всех точках области $\forall (n, x) \in D_0 \quad \forall z > 0$, где $z = U[n, (n, y)]$ $f(n, x, z) \geq g_0(n)z$, $f(n, x, -z) \leq -g_0(n)z$, $g_0 \geq 0$. Пример удовлетворяющий условию (T₁) :

$$f(n, x, z) = g(n)z^\alpha = g_0(n)z, \quad \alpha = \frac{p}{q} > 1 \text{ -отношение двух нечетных чисел.}$$

Лемма 3. Если выполнено условие (V₀); 2)неравенство $\Delta w_3(n) \leq 0$ имеет положительное решение $y(n) > 0, \forall n \geq n_1$, то $y(n)$ является неубывающей функцией. **Лемма 4.** Пусть 1) выполнено условие (V₀), (E₀); 2) $h(n), \Delta h(n) \geq 0, \forall n \geq n_0$; 3) $\sum [a_1(m) + a_2(m)]$; 4) $a(n) \geq 0 \quad \forall n \geq n_0$; 5) уравнение (1) имеет не осциллирующее решение $U(n, x) \in (N), \forall n \geq n_0$. Тогда неравенство

$$L_5(y) + a_1(n)y[h(n)] + a_2(n)y[h(n)] \leq 0 \tag{7}$$

Имеет положительное решение $y(n)$ и выполняется неравенство $\lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = 0$. **Теорема.** Пусть $a)$ выполнены условия (E_0) (E_1) (E_2) (V_0) (T_1) ; б) $\sum_{m=0}^{\infty} A_3(m) = \infty$ в) $f(z) > 0$ – непрерывная функция $\forall z > 0$. Тогда каждое правильное решение $y(n) = |v(n)|$ уравнение (1) либо осциллирует, либо $\lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = 0$

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Быков Я.В., Мерзлякова Г.Д., Шевцов Е.М. Об осцилляторности решений нелинейных разностных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1975. – № 8. – С. 1460-1473.
- 2 Быков Я.В. Осцилляция решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями первого порядка. – Фрунзе: Илим, 1985. – 263 с.
- 3 Быков Я.В., Темиров Б.К. Осцилляция решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями второго и высшего порядков. – Фрунзе: Илим, 1990. – 123 с.
- 4 Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
- 5 Темиров Б.К. Осцилляция решений нелинейного интегро-разностного уравнения с конечными разностями третьего порядка // Труды междунар. конф. «Программа системы: теория и приложения» института программных систем РАН Череславль-Залесский. – 2006. – С. 379-387.
- 6 Харди Н.Г., Литтлвуд Дж.Е., Полиа Г. Неравенство. – М.: НИЛ, 1946. – 456 с.

REFERENCES

- 1 Bykov Y.V., Merzlyakova G.D., Shevsov E.M. Ob ossilarnosti reshenii nelineinyh raznostnyh uravnenii // Differentsialnye uravnenia. – 1975. – № 8. – С. 1460-1473.
- 2 Bykov Y.V. Ossiliasia reshenii operatorno raznostnyh uravnenii s konechnymi raznostiami pervogo poriadka. – Frunze: Ilim, 1985. – 263 с.
- 3 Bykov Y.V., Temirov B.K. Ossiliasia reshenii operatorno raznostnyh uravnenii s konechnymi raznostiami ftorogo i fysshego poriadkov. – Frunze: Ilim, 1990. – 123 с.
- 4 Vladimirov V.S. Uravnenia matematicheskoi fiziki. – M.: Nauka, 1981. – 512 с.
- 5 Temirov B.K. Ossiliasia reshenii nelineinogo integro. Raznostnogo uravnenia c konechnymi raznostiami tretogo poridka // Trudy mejdunarodnoi konferensii «Programma sistemy: teoria I prilozhenia» institute progmnnyh system RAN Chereslav-Zalesskii. – 2006. – S. 379-387.
- 6 Hardin N.G., Littlvud Dj.E., Polina G. Neravenstvo. – M.: NIL, 1946. – 454 с.

Резюме

Б. К. Темиров

(Ж. Баласағұн атындағы Қырғыз ұлттық университеті, Бішкек қ., Фрунзе, 547)

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛ-АЙЫРЫМДЫ ШЕКТЕЛГЕН БЕСІНШІ РЕТТІК АЙЫРЫМЫ БАР БЕЙСЫЗЫҚ ИНТЕГРАЛДЫ МҮШЕЛЕРІ БАР ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ ШЕШІМІН ОССИЛИЯЦИЯЛАУ

Жұмыста бейсызық интегралды мүшелері бар бесінші реттік шектелген операторлы-айырмашылық теңдеулерді шешудің осцилляция тәсілінің қажетті шарттары белгіленген. Мұндай теңдеулер ғылымда және техникада жүйелердің нақты үдерістерін, әсіресе электрлік, механикалық, биологиялық, демографиялық, экономикалық және басқа құбылыстарды сипаттағанда кең қолданылады. Сонымен қатар ЭВМ қолдана отырып математикалық физиканың әртүрлі есептерін жуық түрде кейбір теориялық мәселелерді шешуге қолданылады.

Кілт сөздер: Осцилляция, сызықты емес интеграл мүшесі, Йенсен теңсіздігі.

Summary

B. K. Temirov

(Kyrgyz National University n.a. Y. Balasaghuni)

OSCILLATIONS OF SOLUTIONS OF THE FIFTH ORDER FINITE-DIFFERENCE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH INTEGRAL TERM

In this paper, sufficient conditions of the oscillations of solutions of the fifth order finite-difference integro-differential equations with non-linear integral term. These equations are widely used in science and technology for description of real processes and systems including electrical, mechanical, biological, demographic, economic and other. And also to solve some theoretical problems with the use of computers for the approximate solution of various problems of mathematical physics.

Keywords: Oscillation, the nonlinear integral term, Jensen's inequality.

Поступила 27.03.2013г.

Н. Б. КЕНЖЕБАЕВ, М. К. ХАСАНОВ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

**О КОГЕРЕНТНОМ И НЕКОГЕРЕНТНОМ РАССЕЙАНИИ
ТЕПЛОВЫХ НЕЙТРОНОВ НА БЕРИЛЛИИ****Аннотация**

В работе изучены особенности когерентного и некогерентного рассеяния тепловых нейтронов на бериллиевых отражателях. Цель работы – изучить свойства когерентного и некогерентного рассеяния медленных нейтронов, их влияния на реакторные отражатели, показаны в каких случаях происходит когерентное и некогерентное рассеяние, виды некогерентного рассеяния и как можно подавить некогерентность нейтронов. Приведены сечения рассеяния нейтронов на бериллии. А также приведены формулы для усреднения спиновой и изотопической некогерентности.

Ключевые слова: когерентность, амплитуда рассеяния, нейтронография, сечение рассеяния, отражатель.

Кілт сөздер: когеренттілік, шашырау амплитудасы, нейтронография, шашырау кимасы, шашыратқыш.

Key words: coherent, amplitude of dispersion, neutronograph, cross section of scattering, reflector.

Бериллиевые отражатели являются качественными отражателями, поскольку сечение когерентного рассеяния тепловых нейтронов на бериллии достаточно велико. Это усиливает эффект рассеяния и отражения. Если усиливается эффект отражения, то увеличивается поток нейтронов на границе отражателя. Это приводит к эффективности работе и длительности срока эксплуатации ядерного реактора.

Сечение когерентного и некогерентного рассеяния тепловых нейтронов на бериллии соответственно 7,63 и 0,0018 барн. Как видно, сечение когерентного рассеяния бериллии велико по сравнению с сечением некогерентного рассеяния, поэтому бериллий является хорошим отражателем, поскольку когерентность усиливает эффект рассеяния и отражения [3].

Длина волны медленного нейтрона имеет порядок межатомных расстояний. Это означает, что нейтронная волна попадая в вещество, она вступает во взаимодействие не с одним атомом но сразу с коллективом атомов.

Упорядоченность расположений рассеивающих центров, общность физических свойств этих центров обуславливают постоянство фазовых соотношений для волн, рассеянных от различных центров, следствием чего является когерентное рассеяние. Наличие же тех или иных элементов беспорядка в коллективе рассеивающих центров, всякие отклонения от общей нормы приводят к нерегулярным, случайным фазовым соотношениям для рассеянных волн, следствием чего является некогерентное рассеяние. В когерентном рассеянии рассеиватели участвуют коллективным образом, согласованно, тогда как в некогерентном рассеянии они участвуют независимо друг от друга [4].

Таким образом, атомы коллектива могут участвовать в рассеянии двояким образом: либо как единый коллектив, либо как набор отдельных независимых рассеивающих центров. Можно разбить сечения рассеяния на два слагаемых – когерентное и некогерентное [1]:

$$\sigma = \sigma_{\text{ког}} + \sigma_{\text{нк}}, \quad (1)$$

где $\sigma_{\text{ког}}$ – сечение когерентное; $\sigma_{\text{нк}}$ – сечение некогерентного рассеяния.

При когерентном рассеянии складываются амплитуды волн, рассеянных разными центрами. В результате интерференции образуется единая волна, рассеянная коллективом как целым. При некогерентном рассеянии складываются квадраты амплитуд отдельных рассеянных волн, поэтому сечение некогерентного рассеяния есть просто сумма сечений рассеяния на отдельных центрах [2].

$$\sigma_{\text{ког}} \sim N^2 \sigma_i, \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{нк}} \sim N \sigma_i, \quad (3)$$

где N – число рассеивающих центров.

Укажем две причины появления некогерентной составляющей сечения рассеяния.

Одна причина – различие между амплитудами рассеяния нейтронов на ядрах разных изотопов одного и того же химического элемента. Случайное, хаотическое распределение изотопов по положениям атомов рассеивателя обуславливает отклонения от коллективного порядка и тем самым приводит к некогерентному рассеянию. Это есть изотопическая некогерентность.

Другая причина – зависимость ядерного взаимодействия от взаимной ориентации спинов нейтрона и ядра. Реализация того или иного спинового состояния в каждом рассеивающем акте случайно, то тем самым в процесс рассеяния вносится элемент случайности, беспорядка. Это есть спиновая некогерентность [2].

Некогерентность ядерного рассеяния медленных нейтронов складывается из изотопической и спиновой некогерентности. Различные типы некогерентности в отдельных случаях представлены в разной степени. Если заранее разделить изотопы, то в образце вовсе не будет изотопического некогерентного рассеяния. Для подавления спиновой некогерентности надо поляризовать нейтроны и ядра – рассеиватели [1].

Когерентная и некогерентная составляющая сечения рассеяния медленных нейтронов характеризуются соответственно когерентной и некогерентной амплитуды рассеяния $b_{\text{ког}}$ и $b_{\text{нк}}$.

Выполним усреднение по спиновым состояниям системы из нейтрона и ядра спином I . Вероятность реализации состояния с параллельной ориентацией спинов частиц равна [1]:

$$b_{\text{ког}} = \frac{b_+(I+1)}{2I+1} + \frac{b_-1}{2I+1}, \quad (4)$$

$$b_{\text{нк}} = \left[\frac{(b_+ + b_-)^2 + I(I+1)}{(2I+1)^2} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Последующее усреднение по распределениям изотопов дает:

$$b_{\text{ког}} = \sum_{i=1}^s \rho_i b_i, \quad (6)$$

$$b_{\text{нк}} = \left[\frac{1}{2} \sum_{i'}^s \sum_i^s \rho_i \rho_{i'} (b_i - b_{i'})^2 \right]^{1/2}, \quad (7)$$

где s – число изотопов; ρ_i – доля i -го изотопа; b_i – амплитуда рассеяния для i -го изотопа, усреднение по спиновым состояниям этого ядра и изотопа.

Существует ряд явлений, которые возникают при взаимодействии нейтронных пучков с веществом и имеют оптические аналогии. Эти явления характерны для медленных нейтронов [2]. К ним следует отнести: преломление и отражение нейтронных пучков на границе двух сред, полное отражение нейтронного пучка от границы раздела (наблюдаемое при определённых условиях). Для некоторых веществ при отражении и преломлении возникает поляризация нейтронов, с которой (в первом приближении) можно сопоставить круговую поляризацию света. Неупругое рассеяние нейтронов в газах, жидкостях и твёрдых телах имеет аналогию с комбинационным рассеянием света.

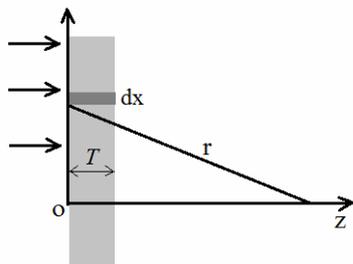


Рисунок 1

На рисунке 1 показан поток медленных нейтронов, падающий на пластинку рассеивающего вещества бесконечной протяженности, где буквой T – обозначено толщина пластинки, dx – элементарный объем, r – радиус вектор.

Свободная частица, движущаяся в положительном направлении оси z , описывается плоской волной. Упруго рассеянные частицы описываются вдали от центра рассеяния, расходящейся сферической волной. В случае рассеяния нейтронов величина складывается из ядерной и магнитной составляющих, связанных с рассеянием нейтронов на ядрах и на магнитных моментах атомов [3]. Ядерная составляющая зависит от структуры атомного ядра и, как правило, оказывается различной для различных изотопов. Магнитная составляющая зависит от ориентации и величины вектора магнитного момента ядра. Поэтому дифракцию нейтронов можно использовать для исследования магнитных моментов ядер в кристаллах [1].

На рисунке 2 показано рассеяние нейтронной волны на системе неупорядоченных (а) и упорядоченных (б) рассеивающих центров.

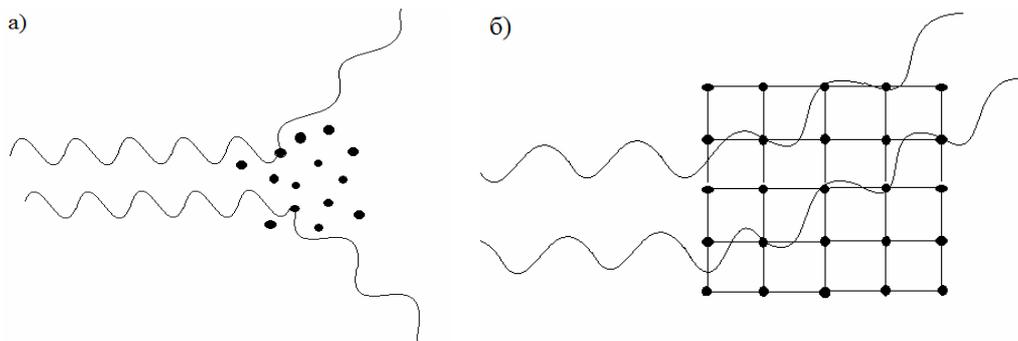


Рисунок 2

В последнее время метод рассеяния медленных нейтронов находит все более широкое применение в изучении водородсодержащих соединений. При этом используется и упругое, и неупругое рассеяние. Экспериментальное изучение этого явления позволяет изучать энергетическое состояние атомов в соединениях. Упругое рассеяние геометрически аналогично дифракции рентгеновских лучей. Преимущество нейтронов заключается в том, что амплитуда когерентного рассеяния нейтронов для водорода, в отличие от рентгеновских лучей, имеет тот же порядок, что и для всех остальных атомов. Поэтому нейтронографически выявить характеристику структуру атомов значительно легче, чем рентгенографически. С другой стороны, специальным образом структуры (металлических соединений бериллия) можно усилить эффектом когерентного рассеяния и отражения тепловых нейтронов.

Исследование по теме проводилось в рамках программы международным сотрудничеством между КазНУ им. аль-Фараби и Агентством Атомной Энергетики Японии.

Хочу выразить благодарность за предоставленную помощь академику НАН РК Н.Ж. Такибаеву.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика нейтронов низких энергий. – М.: Наука, 1965. – 36-40 с.
- 2 Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика. – М.: Атомиздат, 1974. – 362-390 с.
- 3 Sears V.F. Neutron scattering length and cross sections // Canada Neutron News. – 1992. – № 3. – P. 26-29.
- 4 Турчин В.Ф. Медленные нейтроны. – М.: Атомиздат, 1965. – 100 с.

REFERENCES

- 1 Gurevich I.I., Tarasov L.V. Phizika neitronov nizkih energii. – M.: Nauka, 1965. – 36-40s.
- 2 Mulin K.N. Eksperimentalnaia iadernaia phizika. – M.: Atomizdat, 1974. – 362-390 s.
- 3 Sears V.F. Neutron scattering length and cross sections // Canada Neutron News. – 1992. – N 3. – S. 26-29.
- 4 Turchin V.F. Medlennie neitroni. – M.: Atomizdat, 1965. 100 s.

Резюме

Н. Б. Кенжебаев, М. К. Хасанов

(эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЖҮЛІУ НЕЙТРОНДАРЫНЫҢ БЕРИЛЛИЙДЕН КОГЕРЕНТТІ ЖӘНЕ КОГЕРЕНТТІ ЕМЕС ШАШЫРАУЫ ТУРАЛЫ

Жұмыстың мақсаты жылулық нейтрондардың когерентті және когерентті емес шашыраудың қасиетін, оның реактор шашыратуға деген әсерін зерттеу және де мақалада қандай жағдайда когерентті және когерентсіз шашырау болатынын, когерентсіз шашыраудың түрлерін және оны қалай басуға болатынын зерттеу. Бұл мақалада бериллийдің шашырау көлденең қимасы берілген және соған қарап мынандай қорытынды жасалды: бериллийден жасалған шашыратқыш өте сапалы болып табылады, себебі оның когерентті шашырау көлденең қимасы когерентті емес шашырау көлденең қимасынан әлдеқайда үлкен. Спиндік және изотоптық когеренттіліктің орташалау формулалары келтірілген.

Кілт сөздер: когеренттілік, шашырау амплитудасы, нейтронография, шашырау қимасы, шашыратқыш.

Summary

N. B. Kenzhebaev, M. K. Hasanov

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty)

ABOUT COHERENT AND INCOHERENT SCATTERING OF THERMAL NEUTRONS ON BERYLLIUM

The purpose of this work to study property coherent and incoherent dispersion of slow neutrons, its influences on reflectors of reactors, and also in article are shown in what cases there is a coherent and not coherent scattering, kinds of not coherent scattering and as it is possible to suppress incoherent neutrons. In article are resulted cross section of scattering beryllium and made a conclusion that beryllium reflector is the most qualitative reflector as its section of coherent scattering is much more than cross section of incoherent scattering. And also formulas for averaging spin and isotopic incoherent are resulted.

Key words: coherent, amplitude of dispersion, neutrograph, cross section of scattering, reflector.

Поступила 27.03.2013г.

UDC 533.9

*YU. V. ARKHIPOV¹, A.B. ASHIKBAYEVA¹, A. ASKARULY¹,
L. CONDE², A.E. DAVLETOV¹, I.M. TKACHENKO³*

¹Scientific-Research Institute of Experimental and Theoretical Physics,
al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;

²Departamento de Física Aplicada, ETSIA, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, Spain;

³Instituto de Matemática Pura y Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, Spain

ON THE COLLISIONAL ONE-COMPONENT PLASMA DIELECTRIC FUNCTION

Summary

Asymptotic properties of the collisional one-component plasma dielectric function in the random-phase (RPA) and Mermin approximation, with a constant collision frequency, are analyzed from the point of view of the verification of sum rules. The latter are the power frequency moments of the loss function, a positive even function of frequency directly related to the imaginary part of the inverse dielectric function. The zero moment is shown to coincide with that of the RPA, the f -sum rule is satisfied, and the fourth moment sum rule is verified only partly, without taking the correlations into account. These drawbacks of the Mermin model expression for the dielectric function define the realm of applicability of this approximation.

Keywords: static structure factors, sum rules, method of moments.

Кілт сөздер: статикалық құрылымдық факторлар, косындылар ережелері, моменттер әдісі.

Ключевые слова: статические структурные факторы, правила сумм, метод моментов.

Introduction. Modelling of the dielectric function $\varepsilon(k, \omega)$ (DF) or the inverse dielectric function, $\varepsilon^{-1}(k, \omega)$ (IDF) of Coulomb systems is actively discussed in the literature, in particular, because the corresponding loss function,

$$\mathcal{L}(k, \omega) = -\text{Im}\varepsilon^{-1}(k, \omega) / \omega \geq 0, \quad (1)$$

which is even for $\forall \omega \in \mathbb{R}$, determines the polarizational stopping power of such systems [1].

The Lindhard dielectric function [1] of a collisionless one-component plasma, $\varepsilon_{RPA}(k, \omega)$, was generalized by Mermin [2] and later, by Das [3] who used the distribution function variation method, to take the collisions into account in the relaxation-time approximation. Mathematical properties and different versions of the Lindhard DF were further considered in a number of elaborate publications, see e.g., [4, 5].

In the present work we study the asymptotic properties of the RPA and Mermin dielectric functions. Precisely, we wish to determine here whether the sum rules (other than the f -sum rule) are satisfied by these models.

Though the derivation of the Mermin dielectric function,

$$\varepsilon_M(k, \omega) = 1 + \frac{(\omega + i\nu)(\varepsilon_{RPA}(k, \omega + i\nu) - 1)}{\omega + i\nu \frac{\varepsilon_{RPA}(k, \omega + i\nu) - 1}{\varepsilon_{RPA}(k, 0) - 1}}, \quad (2)$$

guarantees the conservation of the local number of charged particles, this model is valid only in the first order in the total electrostatic potential energy and presumably cannot be applied to describe the properties of the plasma liquid phase at any corresponding value of the coupling parameter $\Gamma = \beta e^2 / a$, where $\beta^{-1} = k_B T$ is the system

temperature in energy units and $a = \sqrt[3]{3/4\pi n}$ is the Wigner-Seitz radius, n being the number density of charged particles, and at any degeneracy. Nevertheless, it is actively employed lately under extreme physical conditions, see, e.g., [6, 7].

The collision frequency ν is determined, e.g., by the Spitzer formula [6] or in the general Green-Kubo context [8]. We will be proceeded with the discussion of the influence of the dynamic collision frequency (see [7] and references therein) elsewhere.

1. The asymptotic expansion and the sum rules. Since the definition of the dielectric function of homogeneous non-magnetized (multi-species) plasmas is just $\mathbf{D}(k, \omega) = \varepsilon(k, \omega)\mathbf{E}(k, \omega)$, and the «cause» is the external field/displacement $\mathbf{D}(k, \omega)$, the IDF is a genuine response function, i.e., the Kramers-Kronig relations are definitely valid for this function:

$$\varepsilon^{-1}(k, \omega) = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}\varepsilon^{-1}(k, \omega')}{\omega - \omega'} \frac{d\omega'}{\pi}, \quad \text{Im}\omega > 0. \quad (3)$$

or, particularly,

$$\varepsilon^{-1}(k, 0) = 1 + P \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}\varepsilon^{-1}(k, \omega) \frac{d\omega}{\pi\omega}, \quad (4)$$

P standing for the principal value of the integral.

Consider the *convergent* sum rules for the IDF $\varepsilon^{-1}(k, \omega)$, which are effectively the first three finite non-zero power moments of the loss function [9]:

$$C_l(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^l \mathcal{L}(k, \omega) d\omega, \quad l = 0, 2, 4, \quad (5)$$

$$C_0(k) = 1 - \varepsilon^{-1}(k, 0), \quad C_2 = \omega_p^2, \quad C_4(k) > 0.$$

Consider also the characteristic frequencies,

$$\omega_1(k) = \sqrt{C_2 / C_0(k)} = \omega_p / \sqrt{1 - \varepsilon^{-1}(k, 0)}, \quad \omega_2(k) = \sqrt{C_4(k)} / \omega_p. \quad (6)$$

It is important that the explicit forms of these characteristics can be derived independently of a particular DF or IDF model of an equilibrium plasma.

The expression for the zero moment follows immediately from (3) and (4):

$$C_0(k) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}\varepsilon^{-1}(k, \omega)}{\omega} d\omega = 1 - \varepsilon^{-1}(k, 0) > 0. \quad (7)$$

Then, it is easy to see that

$$\varepsilon^{-1}(k, \omega) = \varepsilon^{-1}(k, 0) + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{L}(k, \omega')}{1 - \omega/\omega'} d\omega', \quad (8)$$

and thus construct the IDF asymptotic expansion along any ray in the upper half-plane,

$$\varepsilon^{-1}(k, \omega \rightarrow \infty) \underset{\omega \rightarrow \infty}{\simeq} \varepsilon^{-1}(k, 0) + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{\omega}{\omega'} + \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2 + \dots \right) \mathcal{L}(k, \omega') d\omega' = \quad (9)$$

$$= 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\omega_p^2 \omega_2^2(k)}{\omega^4} + \dots. \quad (10)$$

Within the RPA the static dielectric function is defined as

$$\varepsilon_{RPA}(k, 0) = 1 + \frac{4}{\pi a_B k^3} \int_0^{\infty} p f_{FD}(p) \ln \left| \frac{k/2 + p}{k/2 - p} \right| dp.$$

Here a_B is the Bohr radius and $f_{FD}(p) = [\exp(\beta E(p) - \eta) + 1]^{-1}$ is the Fermi-Dirac distribution density with $E(p) = \hbar^2 p^2 / (2m)$. The dimensionless chemical potential $\eta = \beta\mu$ is defined by the normalization condition,

$$F_{1/2}(\eta) = \frac{2}{3} D^{3/2} \text{ with}$$

$$F_\nu = \int_0^\infty \frac{x^\nu dx}{\exp(x-\eta)+1},$$

$$D = \beta E_F = \beta m v_F^2 / 2 = \beta \hbar^2 k_F^2 / 2m = \beta \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / 2m, \quad (11)$$

where $F_\nu(\eta)$, E_F , v_F , and k_F are the ν -th order Fermi integral, Fermi energy, velocity, and wavenumber, respectively.

In the Mermin approximation $\varepsilon_M(k, \omega=0) = \varepsilon_{RPA}(k, 0)$, i.e., the zero sum rule is not satisfied since the static IDF $\varepsilon^{-1}(k, 0)$ (related via the fluctuation-dissipation theorem to the system dynamic structure factor) takes the correlations into account while $\varepsilon_{RPA}(k, 0)$ does not.

Notice also that the second moment is exactly the f -sum rule ($C_2 = \omega_p^2$). We provide also an explicit expression for the 4th moment. In a coupled OCP (see [9] and references therein):

$$C_4(k) = \omega_p^4 [1 + W_0(k)], \quad (12)$$

and the correction of the fourth moment contains only two contributions:

$$W_0(k) = V(k) + U(k). \quad (13)$$

The first contribution is produced by the kinetic term of the system Hamiltonian, in the classical case $V(k)$ coincides with the known Vlasov contribution to the dispersion relation, $V_{cl}(k) = 3k^2 / (4\pi n e^2 \beta)$. The second contribution to the fourth moment stems from the interaction contribution to the system Hamiltonian:

$$U(k) = \frac{1}{2\pi^2 n} \int_0^\infty p^2 (S(p) - 1) f(p, k) dp, \quad (14)$$

where we have introduced the angular factor $f(p, k) = \frac{5}{12} - \frac{p^2}{4k^2} + \frac{(k^2 - p^2)^2}{8pk^3} \ln \left| \frac{p+k}{p-k} \right|$ and the static structure factor $S(k)$.

Let us now study the power moments of the OCP model dielectric functions.

The RPA dielectric function asymptotic form for $\text{Im}w \geq 0$ was determined in [5]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{RPA}(k, w \rightarrow \infty) &\simeq \\ &\simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{w^2} \left(1 + A_2(k) \left(\frac{k v_F}{w} \right)^2 + A_4(k) \left(\frac{k v_F}{w} \right)^4 + O \left(\left(\frac{k v_F}{w} \right)^6 \right) \right), \end{aligned} \quad (15)$$

where $A_2(k) = \omega_p^2 V(k) / k^2 v_F^2$ and

$$A_4(k) = \frac{3}{2} \frac{F_{5/2}(\eta)}{D^{7/2}} + \frac{\hbar^2 k^2}{4 m_e^2 v_F^2} \frac{5 F_{3/2}(\eta)}{D^{5/2}} + \frac{15}{4} \frac{\hbar^4 k^4}{m_e^4 v_F^4}.$$

We conclude that, as expected, within the RPA the sum rule (12) is satisfied only partially, without taking the correlation contribution $U(k)$ into account.

The Mermin loss function satisfies the f -sum rule by construction. The situation with the fourth sum rule is quite different. It is not very difficult to calculate the high-frequency limit of the fourth power moment integrand to see that if the collision frequency is kept constant,

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left(- \frac{\omega^3 \text{Im} \varepsilon_M^{-1}(k, \omega)}{\omega_p^3} \right) = \frac{\nu}{\omega_p},$$

which means that in the «classical» Mermin approximation the fourth power moment of the loss function diverges and the corresponding sum rule (12) is not satisfied at all. In other words, the asymptotic expansion of the Mermin model DF with a constant collision frequency is just

$$\varepsilon_M(k, w \rightarrow \infty) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{w^2}. \quad (16)$$

This behavior takes place because at high frequencies the imaginary part of the Mermin DF is determined by the imaginary part of the product $(1 + i\nu / \omega)(\epsilon_{RPA}(k, \omega + i\nu) - 1)$ and is reduced to the rational form $(-\nu\omega_p^2 / \omega^3)$, which significantly differs from the corresponding exponential factor characteristic for the RPA. This latter factor with the zero asymptotic expansion guarantees the convergence of all power moments of the RPA loss function, while in the Mermin approximation only the second power moment «survives».

Numerical results. In this Section we wish to check the numerical importance of the above drawbacks of the Mermin approximation of the OCP dielectric function. It is clear that in a TCP the inconsistencies of the Mermin model will reveal themselves even stronger, we hope to demonstrate it in our further publications.

We have estimated the static collision frequency as it was suggested in [8]:

$$\frac{\nu}{\omega_p} = 0.2387\Gamma^{3/2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \frac{[S_{ee}(k)S_{ii}(k) - S_{ei}^2(k)]}{(1 + k^2\lambda_{ei}^2)}, \quad (17)$$

where the partial static structure factors were obtained within the HNC approximation [10] for the Deutsch pseudopotential,

$$\varphi_{ab}(r) = Z_a Z_b (e^2 / r) [1 - \exp(-r / \lambda_{ab})], \quad (18)$$

without the exchange corrections,

$$\lambda_{ab}^2 = \frac{\beta\hbar^2}{2\pi\mu_{ab}}, \quad \mu_{ab} = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}.$$

The values of the moments $C_0(k_F)$, C_2 , and $C_4(k_F)$ presented in Table 1 were calculated for $n = 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ($r_s = 2.5256$). The values marked «HNC» were obtained within the HNC approximation for the pseudopotential (18) and those marked «Mermin» were evaluated by direct integration of the power moments of the Mermin loss function. As it was expected, the f -sum rule is satisfied by the Mermin model with a high precision. The deviations of the Mermin power moments $C_0(k_F)$ and $C_4(k_F)$ from the sum rule values are quite significant.

Table 1 – The values of the moments

	$\beta^{-1} = 5 \text{ eV}$		$\beta^{-1} = 10 \text{ eV}$		$\beta^{-1} = 100 \text{ eV}$	
Moments	HNC	Mermin	HNC	Mermin	HNC	Mermin
C_0	0.8163	0.4835	0.5396	0.2944	0.0813	0.0071
C_2 / ω_p^2	1.0000	1.0004	1.0000	1.0004	1.000	1.004
C_4 / ω_p^4	3.4101	4.9582	5.0299	6.8365	35.690	40.068

We believe that these deviations once more stress that the Mermin IDF is not exactly a response function. This question deserves further investigation.

Conclusions. It is shown that even the «collision-corrected» Mermin approximation does not satisfy the exact sum rules and other exact relations valid for one-component plasmas.

In other words, the realm of applicability of some widely used approximations is established.

The problem to be studied soon is to which extent the above defects of the Mermin approximation might influence the utility of the Mermin model for the calculation of the stopping power of strongly coupled plasmas at finite temperature [11].

Acknowledgement. This work was partially supported by the Spanish Ministerio de Ciencia e Innovación under Grant No. ENE2010-21116-C02-02. The authors acknowledge the financial support of KazNU and I.M. T. is grateful to the KazNU for its hospitality.

REFERENCES

- 1 Lindhard J., Dan K., On the properties of a gas of charged particles, *Vidensk Selsk. Mat. Fys. Medd.*, **1954**, Vol. 28, Issue 8, P. 1-57.
- 2 Mermin N.D., Lindhard Dielectric Function in the Relaxation-Time Approximation, *Phys. Rev. B.*, **1970**, Vol. 1, P. 2362-2363.
- 3 Das A.K., The relaxation-time approximation in the RPA dielectric formulation, *J. Phys. F.*, **1975**, Vol. 5, Issue 11, P. 2035-2040.

- 4 Gouedard C., Deutsch C., Dense electron-gas response at any degeneracy, *J. Math. Phys.*, **1978**, Vol. 19, No1, P. 32-39.
5 Arista N.R., Brandt W., Dielectric response of quantum plasmas in thermal equilibrium, *Phys. Rev. A.*, **1984**, Vol. 29, P. 1471-1780.
6 Barriga-Carrasco M.D., Dynamical local field corrections on energy loss in plasmas of all degeneracies, *Phys. Rev. E.*, **2009**, Vol. 79, Article 027401 (4pages).
7 Thiele R. et al., Thomson scattering on inhomogeneous targets, *Phys. Rev. E.*, **2010**, Vol. 82, Article 056404 (7 pages).
8 Baus M., Hansen J.-P., Sjögren L., Electrical conductivity of a strongly coupled hydrogen plasma, *Phys. Lett. A.*, **1981**, Vol. 82, P. 180-182.
9 Arkhipov Yu.V. et al., Dynamic properties of one-component strongly coupled plasmas: The sum-rule approach, *Phys. Rev. E.*, **2010**, Vol. 81, Article 026402 (9 pages) and references therein.
10 Fisher I.Z., *Statistical Theory of Liquids*. University of Chicago Press, 1964, 335 p.
11 Tkachenko I.M., Muñoz-Cobo J.L., Muñoz A., Comment on “Stopping power of nonmonochromatic heavy-ion clusters with two-ion correlation effects”, *Phys. Rev. E.*, **1997**, Vol. 56, Issue 5, P. 6208-6210.

Резюме

Ю. В. Архипов¹, Ә. Б. Ашықбаева¹, Ә. Асқарұлы¹, Л. Конде², А. Е. Дәулетов¹, И. М. Ткаченко³

¹ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан;

²Мадрид политехникалық университеті, аэроавиатика факультеті,
қолданбалы физика кафедрасы, Мадрид қ., Испания;

³Таза және қолданбалы математика институты,
Валенсия политехникалық университеті, Валенсия қ., Испания

СОҚТЫҒЫСТЫ БІР КОМПОНЕНТТІ ПЛАЗМАНЫҢ ДИЭЛЕКТР ФУНКЦИЯЛАРЫ ТУРАЛЫ

Тұрақты соқтығысу жиілігімен хаосты фазалардың (ХФЖ) және Мермин жуықтауларында қосындылар заңдарың тексеру көмегімен соқтығысты, бір компонентті плазманың диэлектр функцияларының асимптотикалық қасиеттері зерттелінді. Бұл реттегі қосындылар жойылу функцияның жиілік моменттері болып табылады, яғни кері диэлектр функцияларының жорамал бөлігімен тікелей байланысатын оң жұп жиілік бойынша функциялар. Нөлдік момент ХФЖ мәнімен дәл келетіні, f-қосындылар заңы орындалатыны және жүйедегі өзара байланыстар ескерілмеген төртінші моменттік қосындылар заңы жартылай қанағаттандырылатыны көрсетілген. Бұл диэлектр функциясы үшін модельдік Мермин шамасының кемшіліктері осы жуықтаудың қолданылатын аймағын анықтайды.

Кілт сөздер: статикалық құрылымдық факторлар, қосындылар ережелері, моменттер әдісі.

Резюме

Ю. В. Архипов¹, А. Б. Ашиқбаева¹, А. Асқарұлы¹, Л. Конде², А. Е. Дәулетов¹, И. М. Ткаченко³

¹НИИ Экспериментальной и теоретической физики,
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан;

²Кафедра прикладной физики факультета аэроавиатика
Мадридского политехнического университета, г. Мадрид, Испания;

³Институт чистой и прикладной математики
Валенсийского политехнического университета, г. Валенсия, Испания

О ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Изучены асимптотические свойства и проведена проверка выполнения правил сумм для диэлектрической функции столкновительной однокомпонентной плазмы в приближениях хаотических фаз (ПХФ) и Мермина с постоянной частотой столкновения. При этом правилами сумм являются частотные моменты функции потерь, являющейся положительной четной функцией частоты, непосредственно связанной с мнимой частью обратной диэлектрической функции. Показано, что нулевой момент совпадает с таковым в ПХФ, f-правило сумм выполняется, а четвертое моментное правило сумм удовлетворяется лишь частично, в нем не учитываются корреляции в системе. Эти недостатки модельного выражения Мермина для диэлектрической функции определяют область применимости данного приближения.

Ключевые слова: статические структурные факторы, правила сумм, метод моментов.

Поступила 27.03.2013г.

А. Е. ДАВЛЕТОВ, Л. Т. ЕРИМБЕТОВА, А. К. ОСПАНОВА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

СТАТИЧЕСКИЙ СТРУКТУРНЫЙ ФАКТОР МАКРОЧАСТИЦ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

Аннотация

На основе предложенной ранее псевдопотенциальной модели взаимодействия пылевых частиц в плазме, в которой учитываются как конечность их размеров, так и эффекты экранировки, исследуются равновесные функции распределения. Основная идея заключается в повторном использовании теории перенормировки взаимодействия частиц в плазме. Вначале обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона используется для установления характера взаимодействия двух изолированных пылевых частиц. Полученный потенциал взаимодействия не содержит концентрацию частиц и может быть использован для дальнейших теоретических построений. Используемая методика позволяет получить аналитические выражения для статических структурных факторов пылевых частиц. Обнаружено немонотонное поведение статических структурных факторов пылевых частиц при различных значениях параметров плазмы, это свидетельствует о формировании ближнего или даже дальнего порядков.

Ключевые слова: пылевая плазма, псевдопотенциальная модель, структурные факторы, обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона.

Кілт сөздер: тозанды плазма, жалғанәлеуетті үлгі, құрылымдық факторлар, жалпы-ланған Больцман-Пуассон тендеуі.

Keywords: dusty plasma, pseudopotential model, static structure factor, generalized Poisson-Boltzmann equation.

Введение. В настоящее время в современной физике одной из актуальных проблем как с научной, так и с практической точек зрения является исследование свойств так называемой пылевой плазмы, в которой, наряду с электронами и ионами буферной плазмы, присутствуют проводящие или диэлектрические дисперсные частицы, называемые пылинками. Это обстоятельство обусловлено тем, что при определенных условиях в такой плазме образуются упорядоченные структуры из дисперсных частиц [1]. Подобное состояние плазмы с пылинками называется плазменно-пылевым кристаллом, так как пылевые частицы большую часть времени локализованы в узлах некоторой квазирешетки, периодически срываясь со своих равновесных положений [2-4].

Находясь в буферной плазме, макроскопические пылевые частицы быстро приобретают отрицательный заряд, обусловленный большой подвижностью электронов, которые они поглощают [5, 6]. Таким образом, заряд пылевых частиц может достигать сотен и даже тысяч элементарных, что приводит к проявлению сильных эффектов неидеальности, обусловленных межчастичным взаимодействием. Это в свою очередь означает, что для объяснения микроскопических и макроскопических свойств пылевой плазмы крайне важно установление точного вида потенциала взаимодействия пылевых частиц между собой, а также с ионами буферного газа [7-9]. Часто в качестве потенциала взаимодействия выбирается экранированный потенциал Юкавы [10-12].

Безразмерные параметры плазмы. Рассмотрим взаимодействие двух пылевых частиц, помещенных в двухкомпонентную, водородную плазму, состоящую из свободных электронов с электрическим зарядом $-e$ и концентрацией n_e , и свободных протонов с электрическим зарядом e и концентрацией $n_p = n_e = n$. Будем считать, что макрочастицы представляют собой твердые шары радиуса R и имеют заряд $-Z_d e$, где Z_d – зарядовое число пылевых частиц.

Для описания состояния буферной плазмы введем эффективный параметр неидеальности, определяемый выражением

$$\Gamma_R = \frac{e^2}{R k_B T}, \quad (1)$$

где k_B – постоянная Больцмана; T – температура среды.

Параметр неидеальности (1) не является общепринятым и представляет собой отношение кулоновской энергии взаимодействия электронов, расположенных на расстоянии R друг от друга, к их средней энергии хаотического теплового движения.

Также необходимо определить безразмерный параметр экранирования

$$\kappa = \frac{R}{\lambda_D}, \quad (2)$$

где $\lambda_D = \sqrt{k_B T / 8\pi n e^2}$ – дебаевский радиус экранирования.

Параметр связи пылевых частиц Γ_D связан с эффективным параметром связи Γ_R , введенным выше соотношением

$$\Gamma_D = \frac{Z_d^2 e^2}{a_d k_B T} = \frac{Z_d^2 \Gamma_R}{D}, \quad (3)$$

где новый безразмерный параметр $D = a_d/R$ представляет собой отношение среднего расстояния между пылевыми частицами $a_d = (3/4\pi n_d)^{1/3}$ к их радиусу, а n_d – концентрация пылевых частиц.

Модель взаимодействия двух изолированных макрочастиц. В качестве микропотенциала взаимодействия заряженных частиц буферной плазмы возьмем потенциал Кулона

$$\varphi_{ee}(r) = \varphi_{pp}(r) = -\varphi_{ep}(r) = \frac{e^2}{r}. \quad (4)$$

Аналогично поступаем для микропотенциалов взаимодействия пылевой компоненты

$$\varphi_{ed}(r) = -\varphi_{pd}(r) = \frac{Z_d e^2}{r}, \quad \varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r}. \quad (5)$$

Характерными особенностями потенциалов Кулона (4) и (5) является их неограниченность при $r \rightarrow 0$, а также достаточно медленное убывание с расстоянием. Все это приводит к хорошо известным трудностям в теоретическом описании свойств плазмы.

Для учета конечности размеров макрочастиц сделаем замены $\varphi_{(p,e)d}(r) \rightarrow \varphi_{(p,e)d}(r+R)$, $\varphi_{dd}(r) \rightarrow \varphi_{dd}(r+2R)$ в микропотенциалах (5), тогда получим:

$$\varphi_{ed}(r) = -\varphi_{pd}(r) = \frac{Z_d e^2}{r+R}, \quad \varphi_{dd}(r) = \frac{Z_d^2 e^2}{r+2R}. \quad (6)$$

Очевидно, что подобное преобразование просто исключает взаимное проникновение пылевых частиц друг в друга, а также проникновение электронов и протонов буферной плазмы в пылевые частицы, приводящие лишь к изменению их заряда, что уже учтено введением параметра Z_d .

Здесь следует отметить, что в отличие от потенциалов Кулона, потенциалы (6) и (7) являются ограниченными при $r \rightarrow 0$.

Фурье-образы кулоновских микропотенциалов (4) имеют следующий вид:

$$\tilde{\varphi}_{ee}(k) = \tilde{\varphi}_{pp}(k) = -\tilde{\varphi}_{ep}(k) = \frac{4\pi e^2}{k^2}. \quad (7)$$

Фурье-образы микропотенциалов взаимодействия заряженных частиц плазмы, т.е. электронов и протонов, с пылевой компонентой и пылевых частиц между собой (6) приведены ниже:

$$\tilde{\varphi}_{pd}(k) = -\tilde{\varphi}_{ed}(k) = -\frac{4\pi Z_d e^2}{k^2} + \frac{4\pi Z_d e^2 R}{k} \left[\text{Ci}(kR) \sin(kR) + \frac{1}{2} \cos(kR) (\pi - 2\text{Si}(kR)) \right], \quad (8)$$

$$\tilde{\varphi}_{dd}(k) = \frac{4\pi Z_d^2 e^2}{k^2} - \frac{8\pi Z_d^2 e^2 R}{k} \left[\text{Ci}(2kR) \sin(2kR) + \frac{1}{2} \cos(2kR) (\pi - 2\text{Si}(2kR)) \right], \quad (9)$$

где $\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt$ и $\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ – интегральный косинус и синус соответственно.

В [13] была предложена теория перенормировки взаимодействия частиц в плазме, приводящая к следующему обобщенному уравнению Больцмана-Пуассона:

$$\Delta_i \Phi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) = \Delta_i \varphi_{ab}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_j^b) - \sum_{c=e,p} \frac{n_c}{k_B T} \int \Delta_i \varphi_{ac}(\mathbf{r}_i^a, \mathbf{r}_k^c) \Phi_{cb}(\mathbf{r}_j^b, \mathbf{r}_k^c) d\mathbf{r}_k^c, \quad (10)$$

где n_c – концентрация частиц сорта c . Заметим, что в формуле (10) суммирование производится только по электронам и протонам буферной плазмы $c = e, p$, концентрация пылинок считается равной нулю, так как нас интересует взаимодействие двух изолированных пылевых частиц.

Следует отметить, что обобщенное уравнение Больцмана-Пуассона может быть строго получено из цепочки уравнений Боголюбова для равновесных функций распределения в приближении парных корреляций [13]. Оно было успешно применено к самым различным видам плазмы, таким как квазиклассическая [14-16], частично ионизованная [17, 18] и даже пылевая плазма в дебаевском приближении [19].

Уравнение (10) представляет собой соотношение для определения псевдопотенциала Φ_{ab} через микроскопический потенциал φ_{ab} . Видно, что псевдопотенциал учитывает коллективные эффекты, так как в него неизбежно входят концентрации частиц разных сортов.

В Фурье-пространстве система уравнений (10) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, решение которых легко находится и имеет вид для взаимодействия пылевых частиц

$$\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\varphi}_{dd}(k) - 2A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k)(1 + A\tilde{\varphi}_{ee}(k)) + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)(\tilde{\varphi}_{dd}(k) + A\tilde{\varphi}_{ed}^2(k))}{1 + 2A\tilde{\varphi}_{ee}(k)}, \quad (11)$$

где $A = n/k_B T$.

Псевдопотенциалы взаимодействия макрочастиц в конфигурационном пространстве получаются из выражения (11), обратным преобразованием Фурье

$$\Phi_{dd}(\mathbf{r}) = \int \tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}. \quad (12)$$

Статические структурные факторы. Псевдопотенциал (12) не включает в себя концентрацию пылевых частиц, так как представляет собой энергию взаимодействия двух изолированных пылинок, а экранировка осуществляется электронами и ионами буферной плазмы. Это позволяет использовать данный псевдопотенциал в хорошо апробированных теоретических подходах и компьютерном моделировании пылевой компоненты. В частности, можно повторно применить теорию перенормировки, которая в данном случае приводит к следующему обобщенному уравнению Больцмана-Пуассона:

$$\Delta_i \Psi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \Delta_i \Phi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \frac{n_d}{k_B T} \int \Delta_i \Phi_{dd}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) \Psi_{dd}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) d\mathbf{r}_k, \quad (13)$$

где Ψ_{dd} – псевдопотенциал взаимодействия, учитывающий коллективные эффекты во взаимодействии пылевых частиц.

Решением уравнения (13) является следующее выражение для Фурье-образа

$$\tilde{\Psi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{\tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}{1 + \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}. \quad (14)$$

Из [13] можно показать, что статические структурные факторы $S_{dd}(\mathbf{k})$ пылевых частиц выражаются через псевдопотенциал (13) следующим образом

$$S_{dd}(\mathbf{k}) = 1 - \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Psi}_{dd}(\mathbf{k}) = \frac{1}{1 + \frac{n_d}{k_B T} \tilde{\Phi}_{dd}(\mathbf{k})}. \quad (15)$$

Тем самым получена важная аналитическая формула для статических структурных факторов пылевых частиц. На рисунках 1 и 2 приведены графики соответствующих зависимостей при различных параметрах плазмы.

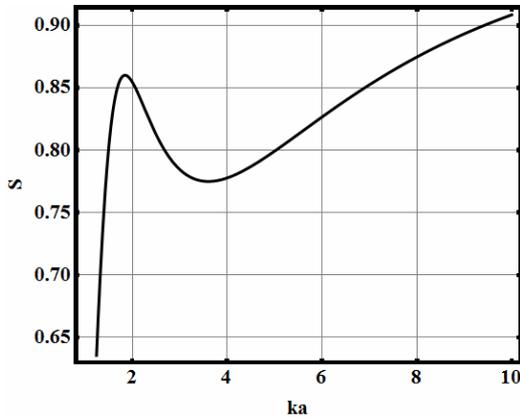


Рисунок 1 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа при $\Gamma_R = 0,1$, $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

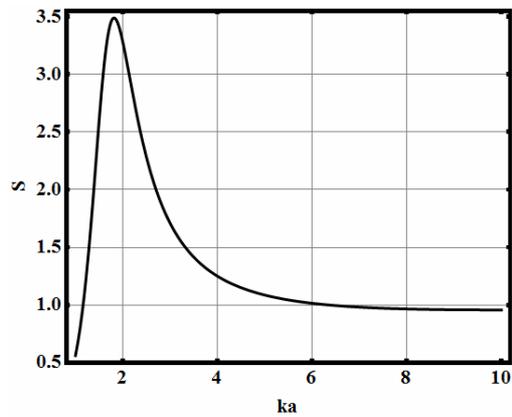


Рисунок 2 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа при $\Gamma_R = 0,1$, $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

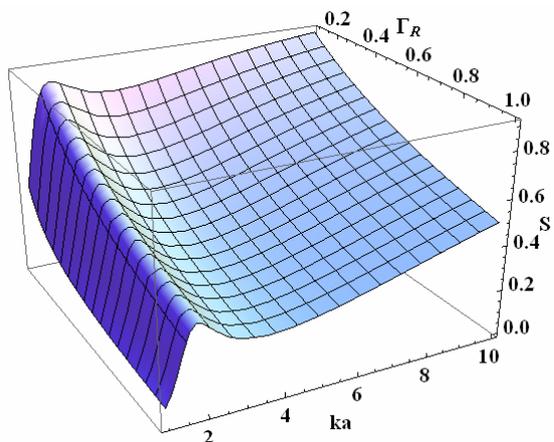


Рисунок 3 – Зависимость статического структурного фактора от волнового числа и эффективного параметра связи при $Z_d = 100$, $\kappa = 3$ и $D = 5$

Видно, что увеличение параметра κ приводит к ярко выраженному немонотонному поведению статического структурного фактора, так как приводит к ослаблению экранировки, вызываемой электронами и протонами буферной плазмы.

На рисунке 3 показана трехмерная зависимость статического структурного фактора не только от волнового числа, но и от эффективного параметра связи, увеличение которого приводит к усилению корреляций в системе пылевых частиц.

Заключение. В данной работе предложено аналитическое выражение для статического структурного фактора пылевых частиц и исследовано его поведение при различных параметрах плазмы. Увеличение как параметра экранирования, так и эффективного параметра связи приводят к усилению корреляций в системе, что можно трактовать как формирование ближнего или даже дальнего порядка.

Благодарности. Результаты данной работы получены в рамках государственного гранта ГФ №1129, финансируемого Министерством образования и науки Республики Казахстан.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Chu J.H., Lin I. Direct observation of Coulomb crystals and liquids in strongly coupled of dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. – 1994. – Vol. 72. – P. 4009-4012.
- 2 Fortov V.E. Molotkov V.I., Nefedov A.P., Petrov O.F. Liquid- and crystallike structures in strongly coupled dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1759-1768.
- 3 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., Zuzic M. The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1769-1780.
- 4 Gandy R., Willis S., Shimoyama H. Initial experiments in the Idiho dusty plasma device // Phys. Plasmas. – 2001. – Vol. 8. – P. 1746-1750.
- 5 de Angelis U., Forlani A. Grain charge in dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 1998. – Vol. 5. – P. 3068-3069.
- 6 Lapenta G. Simulation of charging and shielding of dust particles in drifting plasmas // Phys. Plasmas. – 1999. – Vol. 6. – P. 1442-1447.
- 7 Lampe M., Joyce G., Ganguli G., Gavrishchaka V. Interactions between dust grains in a dusty plasma // Phys. Plasmas. – 2000. – Vol. 7. – P. 3851-3861.
- 8 Apfelbaum E.M. The reconstruction of the effective interaction potential on the base of pair correlation function measurements in dusty plasmas // Phys. Plasmas. – 2007. – Vol. 14. – P. 123703 (6 p.).
- 9 Filippov A.V. Electrostatic interaction of spherical microparticles in dusty plasmas // Contrib. Plasma Phys. – 2009. – Vol. 49. – P. 431-445.
- 10 Otani N., Bhattacharjee A. Debye shielding and particle correlations in strongly coupled dusty plasmas // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – P. 1468-1471.
- 11 Ohta H., Hamaguchi S. Molecular dynamics evaluation of self-diffusion in Yukawa systems // Phys. Plasmas. 2000. – Vol. 7. – P. 4506-4514.
- 12 Mithen J.P., Daligault J., Crowley B.J.B., Gregori G. Density fluctuations in the Yukawa one-component plasma: An accurate model for the dynamic structure factor // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 84. – P. 046401 (9 p.).
- 13 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Self-consistent chemical model of partially ionized plasmas // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol. 83. – P. 016405 (15 p.).
- 14 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ramazanov T.S. Equilibrium properties of H-plasma // Contrib. Plasma Phys. – 1999. – Vol. 39. – P. 495-499.
- 15 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Thermodynamics of dense high-temperature plasmas: Semiclassical approach // Eur. Phys. J. D. – 2000. – Vol. 8. – P. 299-304.
- 16 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Starikov K.V. On the electrical conductivity of semiclassical two-component plasmas // J. Plasma Phys. – 2002. – Vol. 68. – P. 81-86.
- 17 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Ionization equilibrium and equation of state of partially ionized hydrogen plasmas: Pseudopotential approach in chemical picture // Phys. Plasmas. – 2005. – Vol. 12. – P. 082701 (7 p.).
- 18 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. Pseudopotential theory of a partially ionized hydrogen plasma // Contrib. Plasma Phys. – 2003. – Vol. 43. – P. 258-260.
- 19 Baimbetov F.B., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A., Mukhametkarimov E.S. New model of dusty plasma particles interaction // Contrib. Plasma Phys. – 2011. – Vol. 51. – P. 533-536.

REFERENCES

- 1 Chu J.H., Lin I. *Phys. Rev. Lett.*, **1994**, Vol.72, P. 4009-4012 .
- 2 Fortov V.E. Molotkov V.I., Nefedov A.P., Petrov O.F. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1759-1768 .
- 3 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., Zuzic M. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1769-1780 .
- 4 Gandy R., Willis S., Shimoyama H. *Phys. Plasmas*, **2001**, Vol. 8, P. 1746-1750 .
- 5 de Angelis U., Forlani A. *Phys. Plasmas*, **1998**, Vol. 5, P. 3068-3069 .
- 6 Lapenta G. *Phys. Plasmas*, **1999**, Vol. 6, P. 1442-1447 .
- 7 Lampe M., Joyce G., Ganguli G., Gavrishchaka V. *Phys. Plasmas*, **2000**, Vol. 7, P. 3851-3861 .
- 8 Apfelbaum E.M. *Phys. Plasmas*, **2007**, Vol. 14, P. 123703 (6 p.) .
- 9 Filippov A.V. *Contrib. Plasma Phys.*, **2009**, Vol. 49, P. 431-445 .
- 10 Otani N., Bhattacharjee A. *Phys. Rev. Lett.*, **1997**, Vol. 78, P. 1468-1471 .
- 11 Ohta H., Hamaguchi S. *Phys. Plasmas*, **2000**, Vol. 7, P. 4506-4514 .
- 12 Miithen J.P., Daligault J., Crowley B.J.B., Gregori G. *Phys. Rev. E.*, **2011**, Vol. 84, P. 046401 (9 p.) .
- 13 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Phys. Rev. E.*, **2011**, Vol. 83, P. 016405 (15 p.) .
- 14 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Ramazanov T.S. *Contrib. Plasma Phys.*, **1999**, Vol. 39, P. 495-499 .
- 15 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Eur. Phys. J. D.*, **2000**, Vol. 8, P. 299-304 .
- 16 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E., Starikov K.V. *J. Plasma Phys.*, **2002**, Vol. 68, P. 81-86 .
- 17 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Phys. Plasmas*, **2005**, Vol. 12, P. 082701 (7 p.) .
- 18 Arkhipov Yu.V., Baimbetov F.B., Davletov A.E. *Contrib. Plasma Phys.*, **2003**, Vol. 43, P. 258-260 .
- 19 Baimbetov F.B., Davletov A.E., Kudyshev Zh.A., Mukhametkarimov E.S. *Contrib. Plasma Phys.*, **2011**, Vol. 51, P. 533-536 .

Резюме

А. Е. Дәулетов, Л. Т. Ерімбетова, А. К. Оспанова

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ТОЗАҢДЫ ПЛАЗМАДАҒЫ МАКРОБӨЛШЕКТЕРДІҢ СТАТИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ФАКТОРЫ

Осыған дейін ұсынылған тозаңды бөлшектердің өлшемдерінің шектілігін және, сонымен қатар, экрандау әсерін эффектін ескеретін, плазмадағы тозаңды бөлшектердің өзара әсерлесуінің негізінде тепе-тең таралу функциясы зерттелінуде. Мұндағы негізгі ой плазмадағы бөлшектердің өзара әсерлесуінің қайта нормалау теориясын қайталап қолданылуына негізделген. Алдымен екі оқшауланған тозаңды бөлшекке жалпыланған Больцман-Пуассон теңдеуі қолданылады. Қолданылған әдістеме тозаңды плазманың статикалық құрылымдық факторы үшін аналитикалық теңдеу алуға көмек береді. Плазма параметрлерінің әртүрлі мәндерінде, тозаңды плазманың статикалық құрылымдық факторының біркелкі емес сипаты анықталды, ол жүйедегі жақын және тіпті алыс реттіліктің қалыптасуының айғағы болуы мүмкін.

Кілт сөздер: тозаңды плазма, жалғанәлеуетті үлгі, құрылымдық факторлар, жалпыланған Больцман-Пуассон теңдеуі.

Summary

A. E. Davletov, L. T. Yerimbetova, A. K. Ospanova

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

STATIC STRUCTURE FACTOR OF MACROPARTICLES IN A DUSTY PLASMA

Equilibrium distribution function is studied based on the previously proposed pseudopotential model of dust particles interaction in the plasma, which takes into account both the finite-size and the screening effects. Consideration is made leading to the so-called generalized Poisson-Boltzmann equation. The interaction potential obtained in that way does not contain the number density of dust particles and can be used for further theoretical considerations. Nonmonotonic behavior of the static structure factor of the dust particles is observed at different values of plasma parameters, which may indicate the short-range or even long-range order formation in the system.

Keywords: dusty plasma, pseudopotential model, static structure factor, generalized Poisson-Boltzmann equation.

Поступила 27.03.2013г.

К. Н. ДЖУМАГУЛОВА, Р. У. МАШЕЕВА

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

КОЛЕБАНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЕ

Аннотация

Проведено систематическое исследование микроскопических и динамических свойств пылевой плазмы методом ланжевеновой динамики на основе модели взаимодействия Юкава, учитывающей коллективные эффекты экранировки поля пылинки окружающей плазмой буферного газа.

В статье была исследована зависимость автокорреляционных функций скоростей пылинок от различных параметров систем, таких как параметры связи, экранировки и трения. При исследовании было выявлено, что время затухания автокорреляционной функции скоростей увеличивается с уменьшением параметра трения и с увеличением параметра экранировки, а также, что с увеличением параметра связи наблюдается появление осцилляций на автокорреляционных функциях скоростей, которые быстро затухают с увеличением параметра трения. Увеличение коэффициента трения при слабой связи может приводить к возникновению осцилляций, а в режиме сильной связи, наоборот, к их сглаживанию.

Ключевые слова: пылевая плазма, Ланжевенова динамика, автокорреляционная функция скоростей.

Клт сздер: тозанды плазма, ланжевендік динамика, жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясы.

Keywords: dusty plasma, Langevin dynamics, the velocity autocorrelation function.

Введение. Плазма с макрочастицами широко распространена в природе (планетарные кольца, кометные хвосты, межзвездные облака) и находит применение в технике (установки для плазменного травления при производстве микросхем в электронике, плазмо-химические реакторы, различные энергетические установки). Несмотря на то, что исследования такой плазмы имеют давнюю историю, в последние годы сформировалась новая область физики – физика пылевой плазмы. Сегодняшний интерес к пылевой плазме связан, прежде всего, с процессами самоорганизации и образования упорядоченных структур, так называемых плазменно-пылевых кристаллов [1-3].

Пылевая плазма является широко развивающейся областью исследований, включающей в себя фундаментальные вопросы физики плазмы, гидродинамики, кинетики фазовых переходов, нелинейной физики, физики твердого тела, а также прикладные проблемы (нанотехнологии, плазменные технологии, новые материалы).

В данной работе на основе моделирования ланжевеновой динамикой с потенциалом Юкава в качестве потенциала взаимодействия частиц пылевой плазмы осуществляются исследования зависимости автокорреляционных функций скоростей от различных параметров системы, таких как параметры связи, экранировки, трения.

Метод Ланжевеновой динамики. Метод Ланжевеновой динамики [4, 5] нашел свое широкое применение в изучении свойств пылевой плазмы. Моделирование пылевых частиц по пространственно-временным траекториям было выполнено на основе следующих уравнений:

$$m_d \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum_j F_{\text{int}}(r) \bigg|_{r=|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - m_d \nu_{fr} \frac{d\vec{r}_i}{dt} + \vec{F}_{br}(t), \quad (1)$$

здесь $F_{\text{int}}(r) = -\partial\Phi(r)/\partial r$ – сила, появляющаяся в результате взаимодействия с соседними окружающими пылевыми частицами; $r = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ – межчастичное расстояние; $F_{br}(t)$ – случайная сила, которая учитывает случайные толчки окружающих плазменных частиц или другие стохастические процессы; ν_{fr} – коэффициент трения пылевых частиц, который определяет частоту их столкновений с нейтральными частицами окружающей плазмы; m_d – масса пылевой частицы; $\Phi(r)$ – парный потенциал взаимодействия макрочастиц.

В качестве межчастичного потенциала взаимодействия пылинок взят потенциал Юкава, в безразмерном виде он записывается так:

$$\Phi(R) = \frac{\Gamma}{R} e^{-\kappa R}, \quad (2)$$

где $\kappa = a/\lambda$ – коэффициент экранировки; $\Gamma = (Z_d e)^2 / (ak_B T_d)$ – параметр связи пылевой компоненты; $a = (3/4\pi n_d)^{1/3}$ – расстояние берется в единицах среднего расстояния между пылевыми частицами.

Время берется в единицах, обратных ленгмюровской пылевой частоте $\omega_d = \left(\frac{4\pi n_d Z_d^2 e^2}{m_d} \right)^{1/2}$. Безразмер-

ный параметр трения $\theta = \frac{V_{fr}}{\omega_d}$ определяется через отношение коэффициента трения к частоте ленгмюров-

ских плазменных колебаний пылинок $\omega_d = \left(\frac{4\pi n_d Z_d^2 e^2}{m_d} \right)^{1/2}$, скорость берется в единицах тепловой скорости

частиц. Таким образом, поведение системы определяется тремя безразмерными параметрами Γ , k , θ .

Автокорреляционные функции динамических величин пылинок в широких диапазонах изменения различных параметров, характеризующих систему. Одной из важных динамических характеристик системы является автокорреляционная функция скоростей [6, 7], которую можно найти через следующее выражение:

$$A_{vv}(t) = \langle \bar{v}(t)\bar{v}(0) \rangle, \quad (3)$$

где скобки означают усреднение по ансамблю и по различным начальным моментам времени. Автокорреляционная функция скоростей демонстрирует затухание, что характеризуется временем затухания τ – время, за которое автокорреляционная функция уменьшается в e раз. Было показано, что с увеличением значения параметра связи время затухания τ уменьшается.

На рисунке 1 представлены автокорреляционные функции скоростей, полученные на основе Ланжевеновой динамики при различных значениях κ и θ , при постоянных значениях других параметров. Там же отложена линия, соответствующая уменьшению автокорреляционной функции в e раз. Как видно из этого рисунка, время затухания увеличивается с уменьшением θ и с увеличением параметра экранировки.

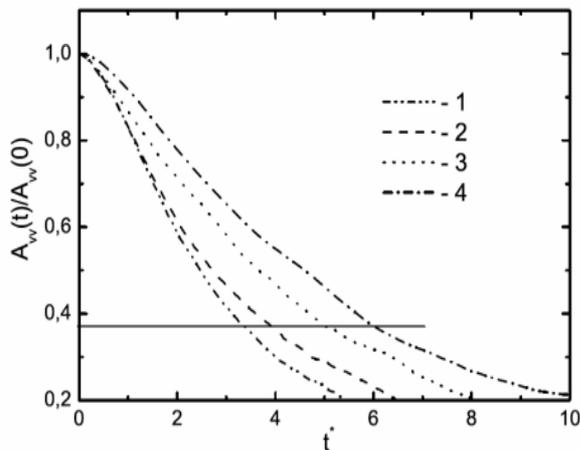


Рисунок 1 – АФС, полученные для разных k и θ при $\Gamma = 1$.
1) $\theta = 0,05$, $k = 0,1$, 2) $\theta = 0,05$, $k = 0,5$,
3) $\theta = 0,05$, $k = 2$, 4) $\theta = 0,001$, $k = 2$. Здесь $t^* = t\omega_d$

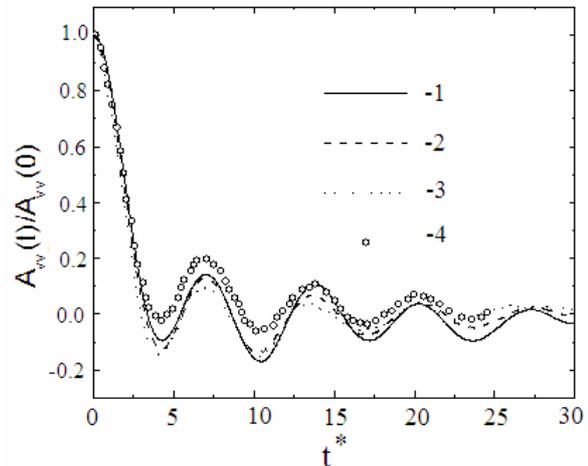


Рисунок 2 – Автокорреляционные функции скоростей, полученные для разных θ при $\Gamma = 50$ и $k = 0,1$. 1) $\theta = 0,001$, 2) $\theta = 0,05$,
3) $\theta = 0,1$, 4) МД [5, 6]. Здесь $t^* = t\omega_d$

С увеличением параметра связи наблюдается появление осцилляций на АФС, что показано на рисунке 2 для $\Gamma = 50$. Сравнение с результатом МД моделирования [8,9], в рамках которого трение не учитывалось, дано на этом же рисунке. Из этого рисунка видно, что при одинаковых Γ и k , но разных θ , осцилляции быстрее затухают с увеличением θ . На рисунке 3 для анализа времени релаксации и глубины точки возврата представлены автокорреляционные функции скоростей при $\Gamma = 100$ и разных θ сфокусированные на первом затухании. А на рисунке 4 даны автокорреляционные функции при $\Gamma = 5$ и тех же значениях θ . Из сравнения видно, что при больших значениях параметра связи увеличение трения в системе приводит к уменьшению глубины точки возврата колеблющейся частицы. Это объясняется тем, что столкновение пылинки с атомами и ионами приводят к тому, что пылинке даже в режиме сильной связи сложнее удержаться в пределах

некоторого равновесного положения, вокруг которого она совершает колебательные движения, чем в случае, когда влияние плазмы не учитывается. А при малых значениях параметра связи, столкновения играют обратную роль, тормозя пылинки (отклоняя её от некоторого начального направления) и тем самым способствуя попаданию частицы в локальную потенциальную ямку небольшой глубины, так как Γ невелико, но в пределах которой уже становятся возможны возвратные движения пылинок, как видно из рисунка 4 при $\theta = 0,67$, но эти колебания, по-видимому, затухают сразу же после первого минимума.

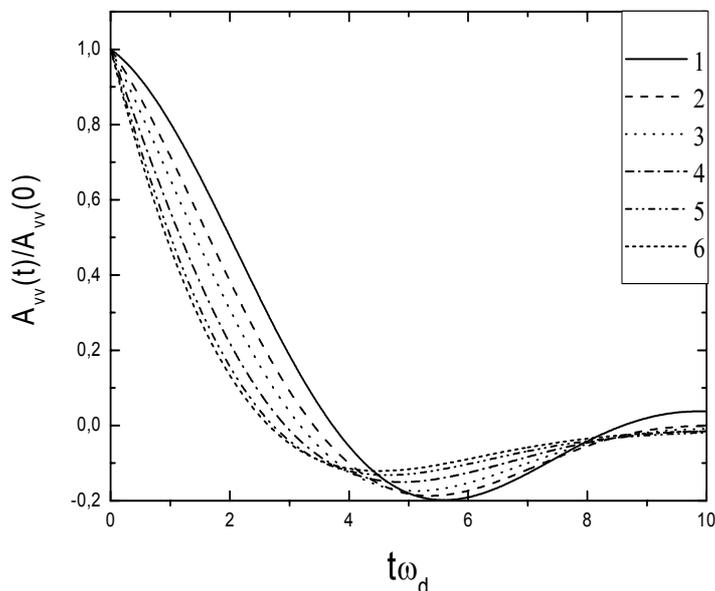


Рисунок 3 – Автокорреляционные функции скоростей, полученные для разных θ , при $\Gamma = 100, k = 2, Z = 5000$.
 1) $\theta = 0,113$, 2) $\theta = 0,226$, 3) $\theta = 0,339$, 4) $\theta = 0,452$, 5) $\theta = 0,565$, 6) $\theta = 0,678$

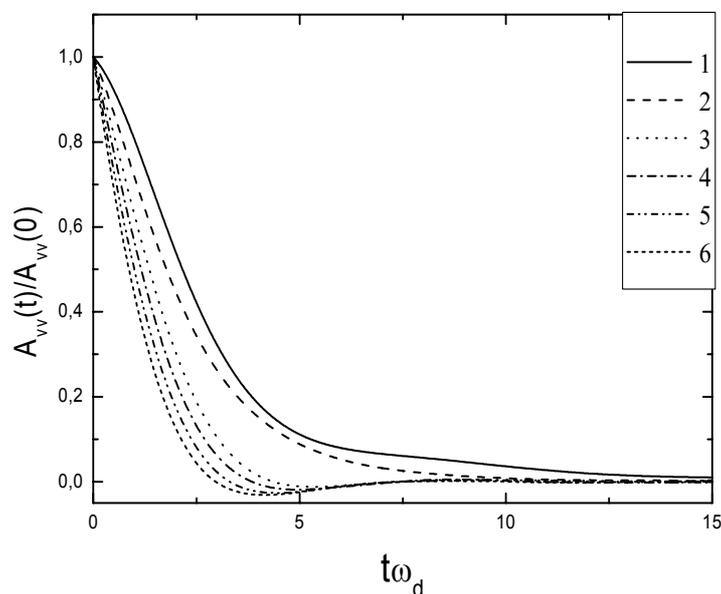


Рисунок 4 – Автокорреляционные функции скоростей, полученные для разных θ , при $\Gamma = 5, k = 2, Z = 5000$.
 1) $\theta = 0,113$, 2) $\theta = 0,226$, 3) $\theta = 0,339$, 4) $\theta = 0,452$, 5) $\theta = 0,565$, 6) $\theta = 0,678$

Таким образом, в данной работе получены автокорреляционные функции скоростей пылевых частиц. В пылевой системе впервые замечено, что увеличение коэффициента трения при слабой связи может приводить к возникновению осцилляций, а в режиме сильной связи, наоборот, к их сглаживанию. На основе автокорреляционных функций скоростей могут быть исследованы коэффициент диффузии, частотный спектр колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Цытович В.Н. Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака // УФН. – 1997. – Т. 167. – С. 57.
- 2 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U. and Zuzic M. The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas // *Physics of Plasmas*. – 1999. – Vol. 6, N 5. – P. 44-62.
- 3 Fortov V.E., Molotkov V.I., Nefedov A.P, et al. Formation of Liquidlike and Crystalline Structures in dusty Plasmas // *IEED Transact. on Plasma Science*. – 2001. – Vol. 29, N 2. – P. 210.
- 4 Рудяк В.Я., Харламов Г.В., Белкин А.А. Прямое численное моделирование процессов переноса в гетерогенных средах. I // Препринт НГАСУ. – 1998. – № 2(12). – С. 38.
- 5 Рудяк В.Я., Харламов Г.В., Белкин А.А. Прямое численное моделирование процессов переноса в гетерогенных средах. II. Диффузия наночастиц и макромолекул в плотных газах и жидкостях // Препринт НГАСУ. – 2000. – № 1(13). – С. 39.
- 6 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Velocity Autocorrelation Functions and Diffusion Coefficient of Dusty Component in Complex Plasmas // *Contr. Plasma Phys.* – 2012. – Vol. 52, N 3. – P. 182.
- 7 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolaev M.K., Jumabekov A.N. Velocity autocorrelation functions of dusty particles obtained by the Langevin dynamics // 28th ICPIG. – 2007. – P. 253.
- 8 Ramazanov T. S., and Dzhumagulova K. N. Shear viscosity of dusty plasma obtained on the basis of the Langevin dynamics // *Contr. Plasma Phys.* – 2008. – Vol. 48. – P. 357.
- 9 Baimbetov F.B., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Kadyrsizov E.R., Petrov O.F., Gavrikov A.V. Modelling of dusty plasma properties by computer simulation methods // *J. Phys.A: Math. And Gen.* – 2006. – Vol. 39. – P. 4521.

REFERENCES

- 1 Tsytovich V. N. Plasmennno-pylevye cristally, capli i oblaka. *UFN*. **1997**. T. 167. C. 57. (in Russ).
- 2 Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U. and Zuzic M. The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas. *Physics of Plasmas*. **1999**. Vol. 6. №5. P. 44-62.
- 3 Fortov V.E., Molotkov V.I., Nefedov A.P, et al. Formation of Liquidlike and Crystalline Structures in dusty Plasmas. *IEED Transact. on Plasma Science*. **2001**. Vol. 29. №2. P. 210.
- 4 Rudyak V. Ya. Kharlamov G. V., Belkin A.A. Prjamae chislennoe modelirovanie protsessov perenosa v geterogennyh sredah I. *Preprint NGASU*. **1998**. № 2 (12). C. 38. (in Russ).
- 5 Rudyak V. Ya. Kharlamov G. V., Belkin A.A. Prjamae chislennoe modelirovanie protsessov perenosa v geterogennyh sredah. II. Diffuzia nanochastits b micromolecul v plotnyh gazah i gidkostyah. *Preprint NGASU*. **2000**. № 1 (13). C. 39. (in Russ).
- 6 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Velocity Autocorrelation Functions and Diffusion Coefficient of Dusty Component in Complex Plasmas. *Contr. Plasma Phys*. **2012**. Vol. 52. № 3. P. 182.
- 7 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolaev M.K., Jumabekov A.N. Velocity autocorrelation functions of dusty particles obtained by the Langevin dynamics. *28th ICPIG*. **2007**. P. 253.
- 8 Ramazanov T. S., and Dzhumagulova K. N. Shear viscosity of dusty plasma obtained on the basis of the Langevin dynamics. *Contr. Plasma Phys*. **2008**. Vol.48. P. 357.
- 9 Baimbetov F.B., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Kadyrsizov E.R., Petrov O.F., Gavrikov A.V. Modelling of dusty plasma properties by computer simulation methods. *J.Phys.A: Math. And Gen*. **2006**. Vol. 39. P. 4521.

Резюме

Қ. Н. Жұмағұлова, Р. У. Машеева

(ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ТОЗАҢДЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ ГАЗРАЗЯДТЫ ПЛАЗМАДАҒЫ ТЕРБЕЛІСІ

Ланжевендік динамика-компьютерлік әдісі арқылы, тозаңды бөлшек заряды өрісінің қоршап тұрған буферлі газ плазмасымен экрандалуының ұжымдық әсерлерін ескеретін Юкава әсерлесу үлгісінің негізінде, күрделі құрамды плазманың микроскопиялық және динамикалық қасиеттеріне жүйелі түрде зерттеулер жүргізілді.

Жұмыста тозаңшалар жылдамдықтары автокорреляциялық функцияларының жүйенің байланыс, экрандалу және үйкеліс сияқты параметрлерге тәуелділігі зерттелді. Зерттеу барысында жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясының сөну уақыты үйкеліс параметрі төмендеген сайын және экрандалу параметрі өскен сайын өседі, сонымен қатар, байланыс параметрі өскен сайын жылдамдықтардың автокорреляциялық функцияларында осциляция пайда болатындығы байқалды, бірақ бұл осциляция үйкеліс параметрі өскен сайын жылдам сөнеді. Әлсіз байланыс кезіндегі үйкеліс коэффициентінің өсуі осциляцияның пайда болуына, тығыз байланыс кезінде, керісінше, олардың тегістелуіне әкеледі.

Кілт сөздер: тозаңды плазма, ланжевендік динамика, жылдамдықтардың автокорреляциялық функциясы.

Summary

K. N. Dzhumagulova, R. U. Masheeva

(IETP, Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

OSCILLATIONS OF THE DUST PARTICLES IN THE GAS DISCHARGE PLASMAS

The microscopic and dynamic properties of the dust plasma by the langevin dynamics method on the basis of Yukawa interaction model, which takes into account the collective effects of screening of the field of dusty particles charge by the surrounding plasma of buffer gas, were systematic investigated.

In this article the dependencies of velocity autocorrelation functions on the system parameters such as coupling parameter, screening and friction parameters were investigated. In the study it was found, that the relaxation time of the velocity autocorrelation function increases with decrease of the friction parameter and with increase of the screening parameter, and also the increase of the coupling parameter can cause the appearance of the oscillations, which is more rapidly decay with increase of the friction parameter. It was presented, that, at weak coupling the increase in the friction coefficient can cause the oscillations appearance, but at strongly coupled regime they are flatten.

Keywords: dusty plasma, Langevin dynamics, the velocity autocorrelation function.

Поступила 27.03.2013г.

М. М. МУРАТОВ, Т. С. РАМАЗАНОВ, К. Н. ДЖУМАГУЛОВА

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

**ДИАГНОСТИКА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ НА ОСНОВЕ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МИКРОСКОПИЧЕСКИХ СВОЙСТВ****Аннотация**

Ввиду широкого применения плазменных технологий в современной микроэлектронике и материаловедении развитие методов диагностики плазмы является важной научной задачей. В настоящий момент особенно перспективным является экспериментальное и теоретическое исследование свойств пылевой плазмы с целью разработок перспективных технологий по ее использованию в микро и нанoeлектронике, в установках термоядерного синтеза и др. отраслях. В данной работе предложен метод диагностики параметров буферной плазмы на основе экспериментальных данных пылевой структуры, в частности парных корреляционных функций (радиальные функции распределения), концентрации и заряда пылевых частиц. Парную корреляционную функцию пылевой структуры получают из реальных экспериментов с помощью исследования статистической информации о микросостояниях плазменно-пылевых структур. В рамках настоящей статьи на основе сравнения результатов теоретических оценок, значений параметров буферной плазмы с данными, полученными на основе экспериментальных парных функций распределения частиц пылевой плазмы, показана возможность применения правила сумм для диагностики буферной плазмы.

Ключевые слова: буферная плазма, пылевая плазма, плазменно-пылевая структура, радиальная функция распределения.

Кілт сөздер: буферлі плазма, тозаңды плазма, плазмалы-тозаңды құрылым, радиалды таралу функциясы.

Keywords: buffer plasma, dusty plasma, plasma-dust structure, radial distribution function.

Для исследования параметров буферной плазмы численно решалась система уравнений (1), описывающая «правило сумм» для РФР и условие квазинейтральности многокомпонентной плазмы [1].

«Правила сумм» для РФР пылевой компоненты имеет следующий вид:

$$\begin{cases} n_d \int \left[-A g^{de}(r) + g^{di}(r) - B g^{dd}(r) \right] dV = 1 \\ n_i = n_e + Z_d n_d \end{cases} \quad (1)$$

коэффициенты A и B определяются по формуле:

$$A = \frac{n_e}{n_e + n_d}, \quad B = \frac{n_d}{n_e + n_d}$$

где n_i , n_e , n_d – концентрации ионов, электронов и пылевых частиц, соответственно; Z_d – зарядовое число пылевых частиц; $g^{\alpha\beta}(r)$ – РФР частиц сорта α и β . Для проверки адекватности предложенного метода в начале РФР определялись следующим выражением:

$$g^{\alpha\beta}(r) = \exp(-\Phi_{\alpha\beta}(r) / kT_i). \quad (2)$$

В качестве потенциала взаимодействия использовался потенциал Дебая-Хюккеля:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r} e^{-\frac{r}{r_{Di}}}. \quad (3)$$

где r_{Di} – Дебаевский радиус ионов.

Система уравнений (1) была нормализована на концентрацию ионов, ее запись в безразмерном виде приведена в формуле (4):

$$\begin{cases} 3n_d^* \int \left[-\frac{n_e^*}{n_e^* + n_d^*} g^{de}(R) + g^{di}(R) - \frac{n_e^*}{n_e^* + n_d^*} g^{dd}(R) \right] R^2 dR = 1 \\ 1 = n_e^* + Z_d n_d^* \end{cases} \quad (4)$$

где $n_e^* = \frac{n_e}{n_i}$, $n_d^* = \frac{n_d}{n_i}$ – безразмерные концентрации электронов и ионов, соответственно; $R = \frac{r}{r_{0i}}$ –

безразмерное расстояние в единицах r_{0i} ; $r_{0i} = \left(\frac{3}{4\pi n_i} \right)^{\frac{1}{3}}$ – среднее расстояние между ионами.

Из уравнения (1) были найдены концентрации электронов и ионов как функции от концентрации и заряда пылевых частиц. Результаты численных вычислений представлены в логарифмическом масштабе на рисунке 1.

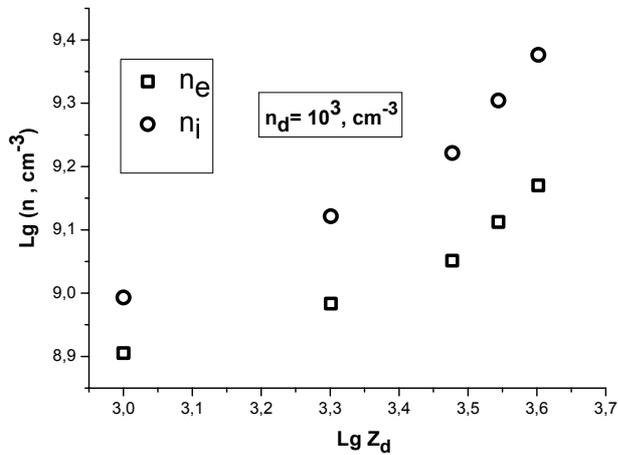


Рисунок 1 – Зависимость концентрации электронов n_e и n_i ионов от заряда пылевых частиц Z_d

Следующим шагом является замена в системе уравнения (1) радиальной функции распределения пылевых частиц g^{dd} функцией, полученной из экспериментальных данных пылевой структуры. На рисунке 2 и 3 приведены радиальные функции распределения пылевых частиц, полученные в экспериментальной работе [2].

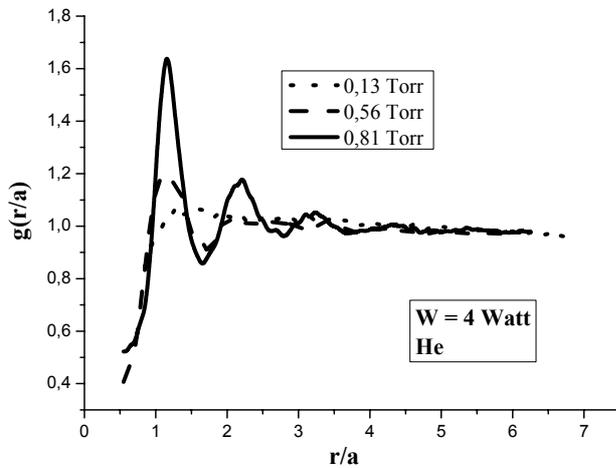


Рисунок 2 – РФР пылевых частиц, полученные из эксперимента

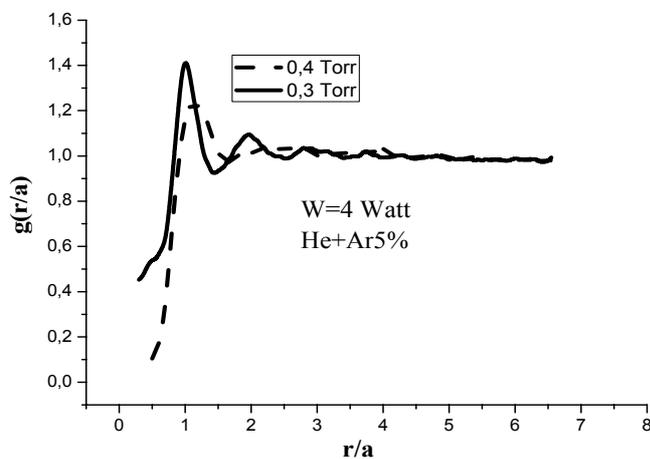


Рисунок 3 – РФР пылевых частиц, полученные из эксперимента

Результаты вычислений и сравнение с экспериментальными данными представлены в логарифмическом масштабе на рисунках 4 и 5.

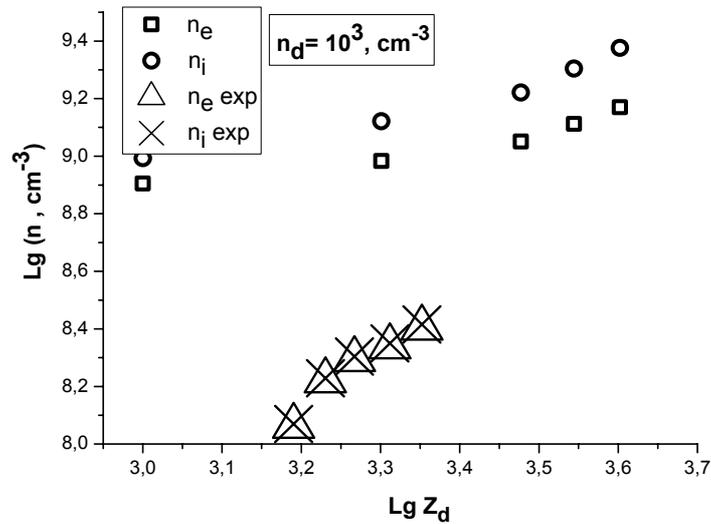


Рисунок 4 – Зависимость концентрации электронов n_e и n_i ионов от заряда пылевых частиц Z_d

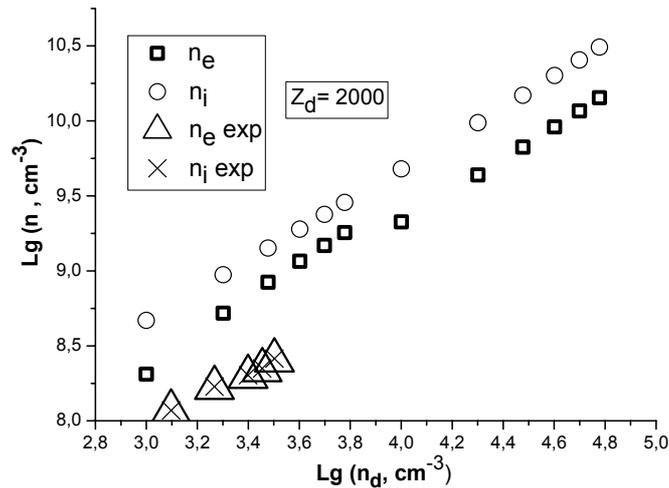


Рисунок 5 – Зависимость концентрации электронов n_e и n_i ионов от концентрации пылевых частиц n_d

Здесь круги и квадраты представляют концентрации электронов и ионов, полученные с помощью уравнений (2) и (3), а крестики и треугольники – данные, полученные с помощью экспериментальной РФР.

Заключение. Как видно из рисунка, результаты теоретических вычислений и экспериментальные данные являются одного порядка величины. Тем самым показана принципиальная возможность диагностики буферной плазмы в плазменно-пылевых структурах на основе экспериментальных данных парной корреляционной функции.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Baus M., Hansen J-P. Statistical Mechanics of simple Coulomb systems // *Physics Reports*. – 1980. – N 1. – P. 1-94.
- 2 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K., Jumabekov A.N. // *Phys. Plasmas*. – 2008. – Vol. 15. – P. 053704-053709.

REFERENCES

- 1 Baus M., Hansen J-P., *Physics Reports*, N 1, p.1-94, (1980).
- 2 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolayev M.K., Jumabekov A.N., *Phys. Plasmas*, 2008, Vol.15, P. 053704-053709.

Резюме

М. М. Мұратов, Т. С. Рамазанов, Қ. Н. Жұмағұлова

(ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛДЫ МИКРОСКОПИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕР НЕГІЗІНДЕГІ ТОЗАҢДЫ ПЛАЗМА ДИАГНОСТИКАСЫ

Қазіргі заманғы микроэлектроникада және материалтануда плазмалық технологиялардың кең қолданыс табуына байланысты, плазма диагностикасының әдістерін дамыту – маңызды ғылыми мәселе болып табылады. Келешегі мол технологияларды жасаудағы тозаңды плазма қасиетін эксперименттік және теориялық түрде зерттеу, оның микро және наноэлектроника, термоядролық синтез қондырғыларында және басқа да салаларда қолданылуы қазіргі таңда аса маңызды болып табылады. Бұл жұмыста плазмалық құрылымның эксперименттік мағлұматтары негізінде, атап айтқанда, тозаңды бөлшектердің қос корреляциялық функциясы (радиалды таралу функциясы), концентрациясы және заряды, буферлі плазма параметрлерін диагностикалау әдісі ұсынылған. Тозаңды құрылымының қос корреляциялық функциясын, нақты эксперименттерден плазмалы-тозаңды құрылымның микрокүйлері жайлы статистикалық мәліметтерді зерттеу көмегімен алады. Осы мақала көлемінде буферлі плазма параметрлерінің теориялық нәтижесінің мәндерін, эксперимент негізінде алынған тозаңды плазма бөлшектерінің қос таралу функциясы мәліметімен салыстыру негізінде, қосындылар ережесін буферлі плазманың диагностикасына қолдану мүмкіндігі көрсетілген.

Кілт сөздер: буферлі плазма, тозаңды плазма, плазмалы-тозаңды құрылым, радиалды таралу функциясы.

Summary

M. M. Muratov, T. S. Ramazanov, K. N. Dzhumagulova

(IETP, al-Farabi Kazakh National University, Almaty)

THE DIAGNOSTICS OF DUSTY PLASMA ON THE BASIS OF EXPERIMENTAL MICROSCOPIC PROPERTIES

Due to the wide application of plasma technologies in modern microelectronics and material sciences development of plasma diagnostics methods is an important scientific task. An experimental and theoretical study of dusty plasma properties to develop of perspective technologies for its use in micro-and nanoelectronics, in thermonuclear fusion facilities and other industries currently is particularly promising. In this paper, is introduced a method of diagnostics of buffer plasma parameters based on experimental data of dusty structures, in particular the pair correlation function (radial distribution function), number density and charge of dust particles. The pair correlation function of the dust structure is obtained in real experiments by investigating statistical information on microstates of plasma-dust structures. Within present article based on a comparison of the values of theoretical estimations of buffer plasma parameters with the data obtained from the experimental pair distribution functions of particles of dusty plasma the application possibility of the sum rules for the diagnostics of buffer plasma is shown.

Keywords: buffer plasma, dusty plasma, plasma-dust structure, radial distribution function.

Поступила 27.03.2013г.

К. Н. ДЖУМАГУЛОВА, Г. Л. ГАБДУЛЛИНА, Е. О. ШАЛЕНОВ

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ С УЧЕТОМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭКРАНИРОВКИ

Аннотация

В работе представлены результаты по исследованию сечений рассеяния заряженных частиц неидеальной квазиклассической плазмы на основе динамической модели взаимодействия частиц. Эта модель учитывает как квантовомеханический эффект дифракции, так и эффект динамической экранировки. Динамическая экранировка зависит от скоростей сталкивающихся частиц. Аналитические выражения для дифференциальных сечений рассеяния получены с помощью метода Борна. Обнаружено, что на угле рассеяния, близком нулю, дифференциальное сечение имеет конечное значение, зависящее от величины волнового вектора налетающей частицы (ее энергии), в то время как модели со статической экранировкой этого не показывали. Сделаны выводы.

Ключевые слова: динамический потенциал взаимодействия, динамическая экранировка, квазиклассическая плазма, сечения рассеяния.

Кілт сөздер: динамикалық әсерлесу әлеуеті, динамикалық экрандалуы, квазиклассикалық плазма, шашырау кималары

Keywords: dynamic interaction potential, dynamic screening, semiclassical plasma, scattering cross sections.

1. Введение. Исследование неидеальной плазмы в настоящее время является бурно развивающимся научным направлением, привлекающим внимание ученых. Необходимо отметить, что неидеальная квазиклассическая плазма является достаточно трудным объектом для изучения экспериментальными, а также теоретическими методами. Прежде всего, это связано с тем, что плазма, находящаяся при высокой температуре и большом давлении, становится термически агрессивной. Ее становится трудно создать и удержать. К тому же традиционные методы диагностики плазмы здесь непригодны. Тем не менее, в настоящее время накоплен довольно большой материал по экспериментальному исследованию различных свойств неидеальной плазмы.

Теоретическое исследование и компьютерное моделирование свойств плазмы представляет непростую задачу, требующую нетривиального подхода для ее решения. Как известно, даже при умеренных плотностях необходимо учитывать коллективное взаимодействие частиц на больших расстояниях, приводящее, в частности, к эффектам экранировки поля заряда в плазме. В связи с этим, при изучении свойств плазмы широкое применение получил метод эффективных потенциалов или, иначе говоря, псевдопотенциалов.

В работе [1] был предложен эффективный потенциал, учитывающий как эффект экранировки, так и квантовомеханический эффект дифракции:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha}Z_{\beta}e^2}{\sqrt{1-4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2/r_D^2}} \left(\frac{e^{-Br}}{r} - \frac{e^{-Ar}}{r} \right), \quad (1)$$

$$\text{где } A^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 + \sqrt{1-4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2/r_D^2} \right); \quad B^2 = \frac{1}{2\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2} \left(1 - \sqrt{1-4\tilde{\lambda}_{\alpha\beta}^2/r_D^2} \right).$$

Здесь $\tilde{\lambda}_{\alpha\beta} = \hbar / \sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$ – тепловая длина волны Де-Бройля; $m_{\alpha\beta} = m_{\alpha} m_{\beta} / (m_{\alpha} + m_{\beta})$ – приведенная масса частиц сорта α и β .

Этот потенциал экранирован и имеет конечное значение на расстояниях, близких к нулю.

Следует отметить, что традиционно экранировка поля заряда в плазме представляется статической экранировкой Дебая–Хюккеля, это приближение справедливо, если скорости сталкивающихся частиц порядка тепловой скорости. Если же скорости превышают тепловую, то такие быстрые частицы при движении не успевают поляризовать окружающую плазму и экранировка их зарядов ослабевает. Экранировка, зависящая от скоростей взаимодействующих частиц, получила название динамической экранировки и в настоящее время часто используется при исследовании свойств неидеальной плазмы. В работе [2] был

предложен способ учета динамической экранировки, он сводится к замене статического радиуса Дебая на некоторый эффективный, учитывающий динамическую экранировку:

$$r_0 = r_D \left(1 + \frac{\mathcal{G}^2}{\mathcal{G}_T^2} \right)^{1/2} \quad (2)$$

где \mathcal{G} – относительная скорость сталкивающихся частиц; \mathcal{G}_T – тепловая скорость частиц системы. Тогда псевдопотенциал (3), впервые описанный в работе [3], с учетом динамической экранировки в безразмерном виде переписывается как:

$$\Phi_{\alpha\beta}(R)/k_B T = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}} \left(\frac{e^{-BR}}{R} - \frac{e^{-AR}}{R} \right), \quad (3)$$

где $A^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right)$; $B^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right)$

$\delta = \mathcal{G} / \mathcal{G}_T$ – параметр относительной скорости сталкивающихся частиц; $\Gamma = \frac{(Ze)^2}{a k_B T}$ – параметр связи;

$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}$ – среднее расстояние между частицами; $n = n_e + n_i$ – концентрация электронов и ионов; T – тем-

пература плазмы; k_B – постоянная Больцмана, $r_s = \frac{a}{a_B}$ – параметр плотности определяется как, $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ –

радиус Бора; $R = r/a$ – межчастичное расстояние в единицах среднего расстояния между частицами.

II. Дифференциальные сечения рассеяния. Исследование упругого рассеяние электронов остается интересной проблемой вследствие его влияния на кинетические свойства плазмы и широкого применения при диагностике различных объектов [4-7]. Данные по сечениям рассеяния являются основой для вычисления транспортных коэффициентов плотной плазмы, область использования которой весьма широка. Для высокотемпературной квазиклассической плазмы дифференциальное сечение рассеяния частиц можно качественно исследовать на основе формулы Борна [8]:

$$\sigma(\theta, k) = \frac{4\pi m^2}{h^4} \left| \int \Phi(r) e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{r}} d\vec{r} \right|^2 2\pi \sin \theta d\theta, \quad (4)$$

где $\Phi(r)$ – потенциал взаимодействия сталкивающейся пары частиц; \vec{k}_0 и \vec{k} – волновые векторы налетающей частицы до и после столкновения, при упругом рассеянии $k = k_0$, θ – угол рассеяния, который для упругого рассеяния связан с волновыми векторами следующим соотношением $|\vec{k} - \vec{k}_0| = q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$.

В рамках модели (1), учитывающей как статическую экранировку, так и эффект дифракции, в работах [9, 10] были исследованы столкновительные и транспортные свойства квазиклассической плотной плазмы и была получена формула для дифференциального сечения рассеяния, которую можно переписать в безразмерном виде как:

$$\sigma(\theta, \kappa) / a^2 = \frac{4r_s^2}{\left(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}\right)} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C} \right)^2,$$

$$A = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}} \right),$$

$$B = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}} \right),$$

$$C = 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad k^* = ka.$$

Для расчета дифференциального сечения рассеяния электронов на заряженных частицах в рамках динамической модели взаимодействия (3) с использованием формулы Борна было получено следующее выражение:

$$\sigma(\theta, \kappa) / a^2 = \frac{4r_s^2}{\left(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}\right)} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C}\right)^2,$$

$$A = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}}\right),$$

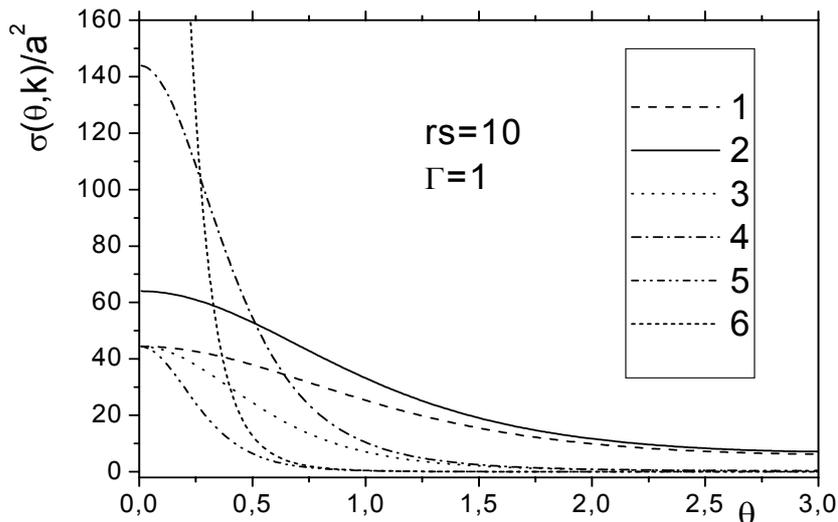
$$B = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}}\right),$$

$$C = 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2},$$
(6)

где отношение квадрата скорости налетающей частицы к квадрату тепловой выражено через параметры связи, плотности и безразмерный волновой вектор, который определяет величину скорости налетающей частицы:

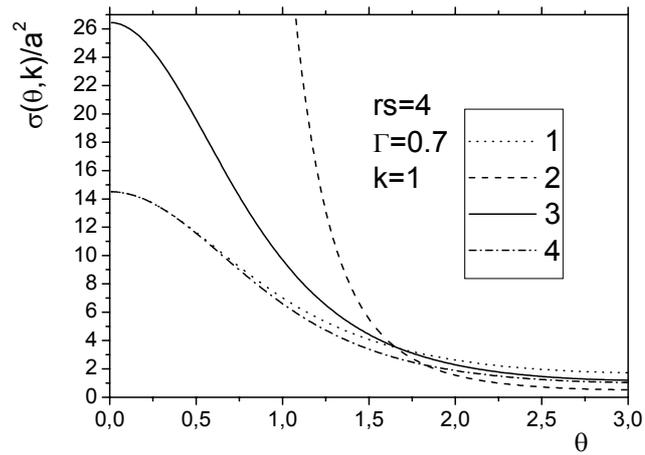
$$\left(\frac{v^2}{v_{Th}^2}\right) = \frac{\Gamma}{r_s} (k^*)^2; \quad k^* = ka.$$
(13)

На рисунке 1 приведены сечения рассеяния, рассчитанные по формулам (5) и (6) при разных значениях волнового вектора. Как видно из этого рисунка, сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), имеет одно и то же конечное значение при угле рассеяния равно нулю, так как экранировка в рамках модели (3) не зависит от скорости (импульса) налетающей частицы. Между тем дифференциальное сечение рассеяния, полученное на основе динамического потенциала (3), на малых углах рассеяния имеет конечное значение, зависящее от скорости налетающей частицы. Чем больше волновой вектор, тем, естественно, быстрее убывает сечение с ростом угла рассеяния, а конечное значение при $\theta \rightarrow 0$ становится больше, что связано с ослаблением экранировки. Из сравнения рисунков 2 и 3 видно, что при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния сечение рассеяния имеет конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремится к данным на основе потенциала (3). При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на близкие к данным, полученным на основе потенциала Дойча.



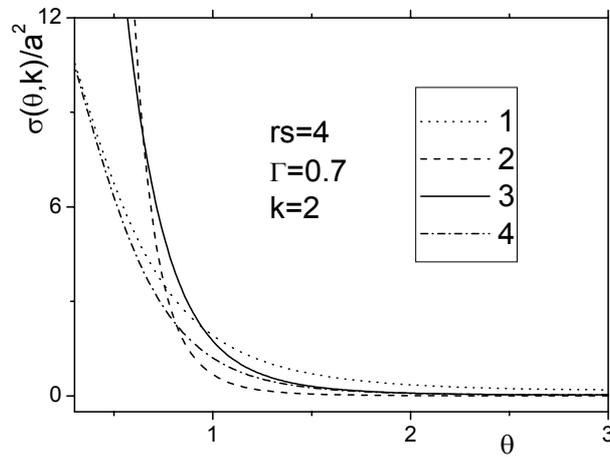
1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3) $k = 1$; 2 – на основе потенциала (9) $k = 1$;
 3 – на основе потенциала (3) $k = 2$; 4 – на основе потенциала (9) $k = 2$,
 5 – на основе потенциала (3) $k = 4$; 6 – на основе потенциала (9), $k = 4$.

Рисунок 1 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



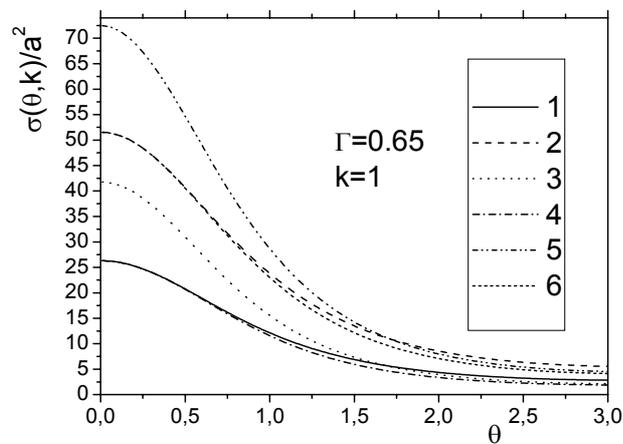
1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля;
2 – на основе потенциала Дойча; 3 – на основе потенциала (9); 4 – полученное на основе потенциала (3).

Рисунок 2 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



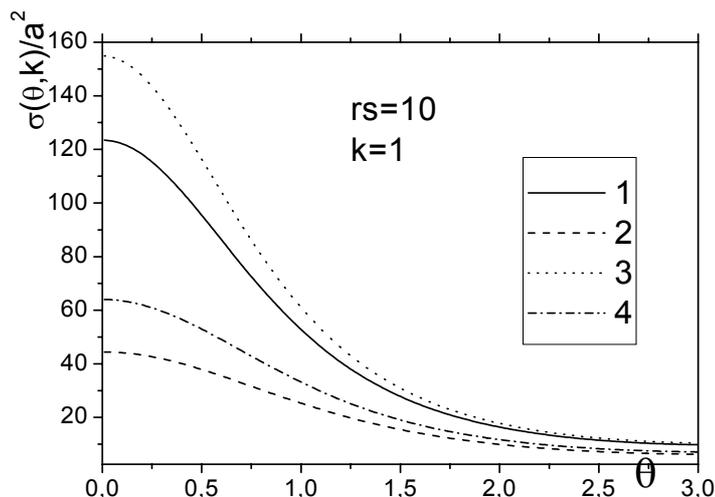
1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля;
2 – на основе потенциала Дойча; 3 – на основе потенциала (9); 4 – на основе потенциала (3).

Рисунок 3 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля при $r_s = 5$; 2 – на основе потенциала Дебая-Хюккеля при $r_s = 7$; 3 – на основе потенциала (9) $r_s = 5$; 4 – на основе потенциала (3) $r_s = 5$; 5 – на основе потенциала (9) при $r_s = 7$; 6 – на основе потенциала (3) при $r_s = 7$.

Рисунок 4 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3) при $\Gamma = 0,6$; 2 – на основе потенциала (3) при $\Gamma = 1$; 3 – на основе потенциала (9) $\Gamma = 0,6$; 4 – на основе потенциала (9) при $\Gamma = 1$.

Рисунок 5 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона

Заключение. В рамках полученной динамической модели были исследованы важные характеристики столкновительных процессов, такие как дифференциальные сечения рассеяния. Анализ полученных результатов показал, что дифференциальные сечения рассеяния на основе динамического потенциала при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния имеют конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремятся к данным на основе потенциала Дойча, учитывающему квантовый эффект дифракции заряда. При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на всех углах рассеяния близки к данным, полученным на основе потенциала Дойча.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K. N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys. Plasmas. 2002. – Vol. 9. – P. 3758-3761.
- 2 Kremp D., Schalgel M., Kraeft W. D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas. – Berlin: Springer, 2005. – 326 p.
- 3 Джумагулова К.Н., Габдуллина Г.Л., Шаленов Е.О. Динамические потенциалы взаимодействия частиц квазиклассической плазмы // Вестник КазНУ. Серия физическая. – 2012. – № 3-4(42-43).
- 4 Khakoo M.A., Hong L., Kim B., Winstead C., McKoy V. Elastic electron scattering by ethyl vinyl ether // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 022720.
- 5 Li X., Barry E.A., Zavada J.M., Buongiorno Nardelli M., and Kim K.W. Influence of electron-electron scattering on transport characteristics in monolayer grapheme // Appl. Phys. Lett. – 2010. – **97**, 082101.
- 6 Khakoo M.A., Muse J., Ralphs K., da Costa R. F., Bettega M.H.F., and Lima M.A.P. Low-energy elastic electron scattering from furan // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 062716.
- 7 Kruchinin S.Yu., Fedorov A.V., Baranov A.V., Perova T.S., Berwic K. Electron-electron scattering in a double quantum dot: Effective mass approach // J. Chem. Phys. – 2010. – **133** 104704.
- 8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). Издание 4-е. – М.: Наука, 1989. – 768 с.
- 9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbarov A.Zh., Nigmatova G.N. Thermodynamic and transport properties of nonideal complex plasmas on the basis of pseudopotential models // Contr. Plasma Physics. – 2007. – Vol. 47. – P. 262-266.
- 10 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Akbarov A.Zh., Gabdullin M.T. The scattering cross sections and radial distribution functions for a dense semiclassical plasma // PLTP. – Kiev: Naukova dumka, 2004. – P. 5.9.103.

REFERENCES

- 1 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K. N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys. Plasmas. – 2002. – Vol. 9. – P. 3758-3761.
- 2 Kremp D., Schalgel M., Kraeft W.D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas. – Berlin: Springer, 2005. – 326 p.
- 3 K.N. Dzhumagulova, G.L. Gabdullina, E.O. Shalenov. Dynamic potential of interaction of semiclassical plasma particles // Bestnik KazNU. – 2012. – № 3-4(42-43) (in Russ).
- 4 Khakoo M.A., Hong L., Kim B., Winstead C., McKoy V. Elastic electron scattering by ethyl vinyl ether // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 022720.

5 Li X., Barry E.A., Zavada J.M., Buongiorno Nardelli M., and Kim K.W. Influence of electron-electron scattering on transport characteristics in monolayer grapheme // Appl. Phys. Lett. – 2010. – **97**, 082101.

6 Khakoo M.A., Muse J., Ralphs K., da Costa R. F., Bettega M.H.F., and Lima M.A.P. Low-energy elastic electron scattering from furan // Phys. Rev. – 2010. – A **81** 062716.

7 Kruchinin S.Yu., Fedorov A.V., Baranov A.V., Perova T.S., Berwic K. Electron-electron scattering in a double quantum dot: Effective mass approach // J. Chem. Phys. – 2010. – **133** 104704.

8 Landau L.D., Lifshis E.M. Quantum mechanics. – М.: Nauka, 1989. – 768 p. (in Russ.).

9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbarov A.Zh., Nigmatova G.N. Thermodynamic and transport properties of nonideal complex plasmas on the basis of pseudopotential models // Contr. Plasma Physics. – 2007. – Vol. 47. – P. 262-266.

10 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Akbarov A.Zh., Gabdullin M.T. The scattering cross sections and radial distribution functions for a dense semiclassical plasma // PLTP. – Kiev: Naukova dumka, 2004. – P. 5.9.103.

Резюме

Қ. Н. Жұмағұлова, Г. Л. Фабдуллина, Е. О. Шаленов

(ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ДИНАМИКАЛЫҚ ЭКРАНДАЛУДЫ ЕСКЕРГЕН КЕЗДЕГІ КВАЗИКЛАССИКАЛЫҚ ПЛАЗМА ЭЛЕКТРОНДАРЫНЫҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ШАШЫРАУ ҚИМАЛАРЫ

Бұл жұмыста идеал емес квазиклассикалық плазманың зарядталған бөлшектері әсерлесуінің динамикалық үлгісі негізінде зарядталған бөлшектердің шашырау қималарын зерттеу нәтижелері ұсынылған. Бұл үлгіде дифракцияның квант-механикалық әсерлері және динамикалық экрандалу әсері ескеріледі. Динамикалық экрандалу соқтығысатын бөлшектердің жылдамдығына байланысты болады. Борн әдісінің көмегімен дифференциалдық қималар үшін аналитикалық өрнектер алынды. Нөлге жуық шашырау бұрышында ұшып келе жатқан бөлшектің толқындық векторы шамасына байланысты дифференциалдық қиманың шамасы шекті мәнге ие болатындығы байқалды. Бұл жағдай статистикалық экрандалу үлгілерінде байқалмады. Қорытынды жасалды.

Кілт сөздер: Динамикалық әсерлесу әлеуеті, динамикалық экрандалуы, квазиклассикалық плазма, шашырау қималары.

Summary

K. N. Dzhumagulova, G. L. Gabdullina, E. O. Shalenov

(IETP, al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

THE DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS FOR ELECTRON SCATTERING SEMICLASSICAL PLASMA SUBJECT TO DYNAMIC SCREENING

The paper presents the results on the cross sections of charged particles of strongly coupled semiclassical plasmas based on the dynamic model of particle interaction. This model takes into account both the quantum mechanical effects of diffraction, and the effect of dynamic screening. Dynamic screening depends on the velocities of colliding particles. Analytical expressions for the differential cross sections were obtained using the method of Born. It was found that at the scattering angle that is close to zero the differential cross section has a finite value which depends on the wave vector of the incident particle (its energy), while the model with static screening does not show it. Conclusions were made.

Keywords: Dynamic interaction potential, dynamic screening, semiclassical plasma, scattering cross sections.

Поступила 27.03.2013г.

*А. М. ЖУКЕШОВ, А. Т. ГАБДУЛЛИНА, А. У. АМРЕНОВА, С. П. ПАК,
Ж. МОЛДАБЕКОВ, М. МУХАМЕДРЫСҚЫЗЫ, А. КАЙБАР*

(Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

К ВОЗДЕЙСТВИЮ ИМПУЛЬСНОЙ ПЛАЗМЫ НА ПОВЕРХНОСТЬ НЕРЖАВЕЮЩЕЙ СТАЛИ

Аннотация

В работе представлены результаты проведения исследований по влиянию воздействия импульсной плазмы на физико-механические характеристики и структуру поверхности нержавеющей стали 12Х18Н10Т. Эксперимент проводился при различных вариациях давления, плотности потока энергии и количества импульсов. При анализе результатов были использованы рентгеноструктурный и металлографический методы анализа. Обнаружено формирование упрочняющих аустенитной и нитридной фаз. При этом микротвердость увеличивается в 3 раза по сравнению с исходным состоянием.

Ключевые слова: импульсная плазма, упрочняющие фазы, структура, поверхность, рентгеноструктурный анализ, кристаллиты.

Кілт сөздер: импульсті плазма, беріктілікті арттыратын фаза, құрылым, жазық бет, рентгенқұрылымдық талдама, кристаллиттер.

Keywords: pulsed plasma, hardening phases, structure, surface, X-ray diffraction analyze, crystallites.

Широко применяемый в последнее время метод модификации поверхности металлических материалов высокотемпературным плазменным потоком позволяет целенаправленно изменять их структурно-фазовое состояние, химический состав и получать поверхности с улучшенными физико-механическими характеристиками.

Особенности импульсного плазменного воздействия [скорость охлаждения материала после интенсивного нагрева до 10^6 – 10^8 К/с, процессы, сопровождающие взаимодействие импульсной плазмы с поверхностью материала (ударная волна и диффузия внедренных частиц)], предполагают возможность формирования упрочняющих фаз на поверхности сталей [1]. Путем подбора определенных условий обработки, к примеру давления плазмообразующего газа в рабочей камере, плотности потока энергии плазмы и количества воздействий, можно достигнуть нагрева поверхности стали до температуры возможной модификации структуры поверхности и образованию фаз, приводящих к упрочнению некоторого слоя.

Для проведения исследований был использован импульсный плазменный ускоритель, разработанный и модернизированный в лаборатории экспериментального блока отдела физики плазмы НИИЭТФ [2]. Анализ данных проводился с помощью рентгеноструктурного метода (дифрактометр D8 ADVANCE (Bruker) с монохроматором на дифрагированном пучке), металлографии (микроскоп «Метавал») и растровой электронной микроскопии.

В качестве исследуемого материала были выбраны образцы нержавеющей стали 12Х18Н10Т размерами $1 \times 1 \times 0,5$ см. Обработка импульсной плазмой проводилась в интервале изменений плотности энергии 8–40 Дж/см² при однократном и 20–30 Дж/см² при многократном воздействии. Экспериментальные значения давления в рабочей камере ускорителя 0,04, 0,1 и 0,5 Торр. В качестве плазмообразующего газа использовали воздух.

Данные рентгеноструктурного анализа образцов стали 12Х18Н10Т после однократной обработки представлены в таблице 1.

При однократном воздействии импульсной плазмы при давлении 0,04 Торр. в поверхностном слое нержавеющей стали 12Х18Н10Т обнаружено значительное понижение интенсивности линий аустенита с увеличением Q. В образцах № 3,4 обнаружено образование двух фаз со структурой аустенита, близкой к Cr_{0,19}Fe_{0,7}Ni_{0,11}, но различными параметрами ГЦК решетки. Причем содержание второй фазы составляет примерно треть от содержания основной фазы аустенита, а параметр ее – больше. Различие в параметре решетки, возможно, связано с деформацией по глубине образца. С увеличением плотности энергии, падающего на образец плазменного потока Q, вторая фаза аустенита исчезает (обр. № 1, 3). В незначительном количестве присутствует также цементит.

Таблица 1 – Данные рентгеноструктурного анализа

№ образца	Q, Дж/см ²	фаза	a, Å	I _{max} , абс. ед.	L, Å
Исходный	0	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5824±0.0006	902	1560
		Fe ₅ C ₂	–	18.2	–
№1	8,5	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5824±0.0006	1490	470
		Fe	2.8650±0.0007	56.2	747
№3	19,95	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5843±0.0006	622	700
			3.5901±0.0006	253	
		Fe	2.8647±0.001	27.9	1135
№4	27,1	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5862±0.0006	727	560
			3.5949±0.0008	63.3	
№5	34,9	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5868±0.0006	751	530
№6	39,25	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5866±0.0006	815	470

Измерения микротвердости поверхности по Виккерсу (H_V) показывают, что с увеличением давления P ее величина растет незначительно, а с увеличением плотности энергии Q практически не изменяется (рисунок 1).

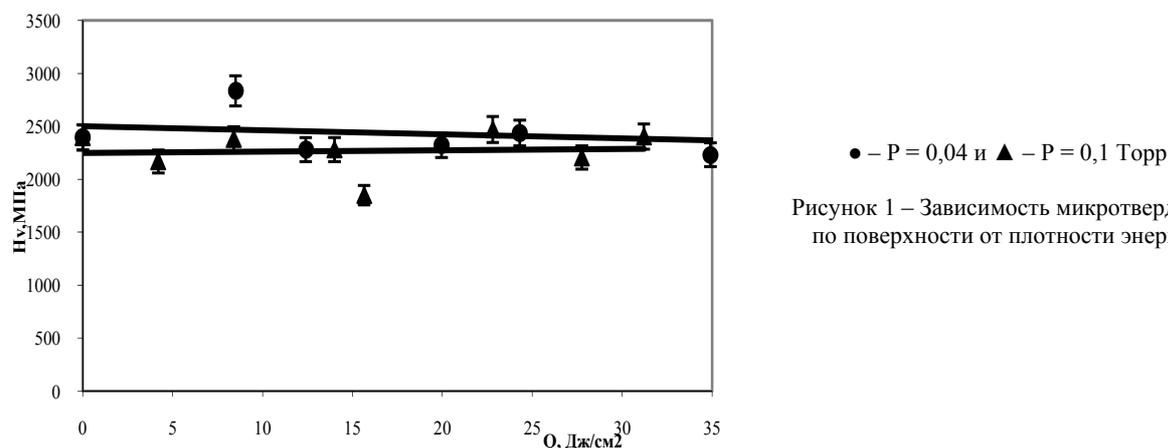


Рисунок 1 – Зависимость микротвердости по поверхности от плотности энергии

С увеличением кратности обработки (до 10, 20 и 30) структура поверхности образцов нержавеющей стали 12X18H10T модифицируется с образованием твердого раствора, в котором основными становятся две фазы: аустенит – Cr_{0,19}Fe_{0,7}Ni_{0,11} и нитрид железа. Элементный состав нитрида железа выражен формулой FeN_{0,056}.

Сопоставляя с данными, полученными нами для углеродистых сталей [3], можно сделать вывод о том, что существенные изменения в формировании основного состава твердого раствора сталей происходят при обработке первыми 5–10 импульсами. Увеличение же количества импульсов может приводить к расплавлению и рекристаллизации уже сформировавшихся соединений, дроблению крупных кристаллитов и, таким образом, к упрочнению обработанного слоя.

В случае многократной обработки измерение микротвердости обработанной поверхности показало ее значительное увеличение (почти в 3 раза) по сравнению с исходным состоянием и практически линейную зависимость H_V от кратности воздействия N . Рост микротвердости может быть обусловлен внедрением плазмообразующего газа в поверхностный слой при расплавлении и формированием аустенитной и нитридной фаз и уменьшением размеров кристаллитов при многократном воздействии (рисунки 2, 3).

Результаты определения размеров кристаллитов по методу Шеррера показали, что после 10-кратного воздействия плазмы воздуха наблюдается резкое уменьшение размеров кристаллитов аустенитной фазы, что может быть связано с процессами выделения новой фазы FeN_{0,056} и обеднения матричной Cr_{0,19}Fe_{0,7}Ni_{0,11}, сопровождающими формирование двухфазного раствора при естественном старении сплава. Дальнейшая обработка приводит к незначительному укрупнению кристаллитов аустенита за счет коагуляции этой фазы [4]. В данном случае использование воздуха в качестве плазмообразующего газа при увеличении кратности обработки позволяет легировать поверхность стали 12X18H10T с формированием нитридов и карбидов, ответственных за упрочнение обрабатываемого материала.

Таблица 2 – Фазовый состав нержавеющей стали 12X18Н10Т после многократной обработки

№ образца	N	Q, Дж/см ²	Фаза	a, Å	I _{max} , абс. ед.	L, Å
4 (исх.)	0	–	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5898±0.0006	902.0	1560
1	20	23.1	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5896±0.0015	578.0	480
			FeN _{0,056}	3.6104±0.0011		123
2	30	30.1	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5892±0.0006	410.0	440
			FeN _{0,056}	3.6162±0.0026		133
3	10	27.2	Cr _{0,19} Fe _{0,7} Ni _{0,11}	3.5873±0.0006	455.0	350
			FeN _{0,056}	3.6113±0.004		163

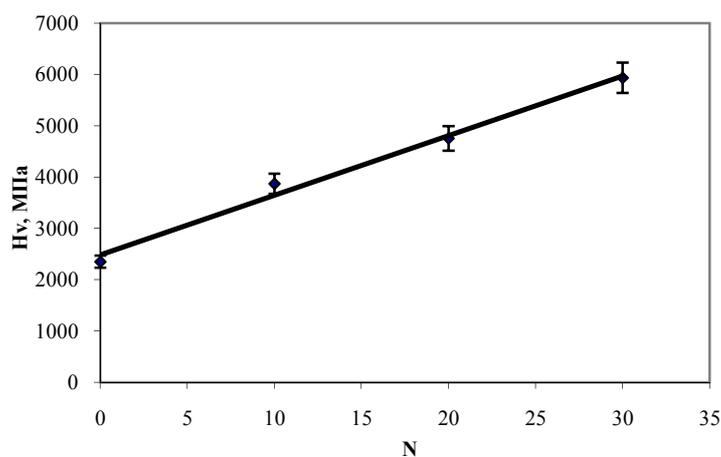
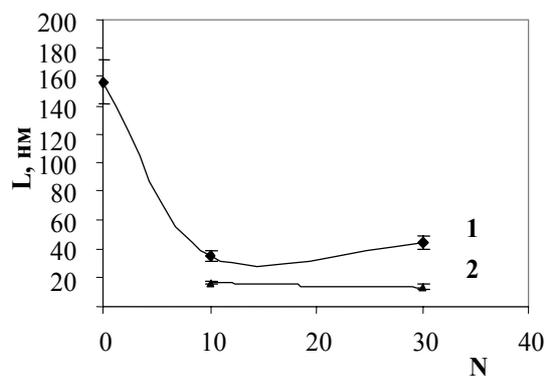


Рисунок 2 – Изменение микротвердости поверхности образцов стали 12X18Н10Т в зависимости от кратности воздействия плазмы воздуха



1 – аустенит, 2 – нитрид железа

Рисунок 3 – Изменение размера кристаллитов фаз аустенита и нитрида железа стали 12X18Н10Т в зависимости от кратности обработки

Таким образом, в результате исследования воздействия импульсной плазмы на формирование упрочняющих фаз и свойства поверхности нержавеющей стали 12X18Н10Т можно сделать следующие выводы:

1) основным параметром, приводящим к модификации структуры поверхности, является кратность воздействия.

2) при увеличении кратности обработки до 30 импульсов наблюдается практически линейный рост микротвердости почти в 3 раза, и он обусловлен формированием аустенитной и нитридной фаз и уменьшением размера кристаллитов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Tereshin V.I. at al. Pulsed plasma accelerators of different gas ions for surface modification // Rev. Sci. Instrum. – 2002. – V. 73(2). – P. 831-833.
- 2 Ibraev B.M. Peculiarities of the generation of a plasmoid in a pulsed coaxial accelerator // Engineering Thermophysics. – 2003. – V. 12, N 2. – P. 65-69.
- 3 Жукешов А.М., Габдуллина А.Т., Амренова А.У., Пак С.П. Возможности модификации поверхности материалов при плазменном воздействии // Докл. Международной балтийской школы по физике твердого тела и магнетизму. – Светлогорск (Калининградская обл.), 2012. – С. 17-19.
- 4 Уманский Я.С. и др. Кристаллография, рентгенография и электронная микроскопия. – М.: Металлургия, 1982. – С. 406-409.

REFERENCES

- 1 Tereshin V.I. at al. Pulsed plasma accelerators of different gas ions for surface modification // Rev. Sci. Instrum. – 2002. – V. 73(2). – P. 831-833 (in Eng.).
- 2 Ibraev B.M. Peculiarities of the generation of a plasmoid in a pulsed coaxial accelerator // Engineering Thermophysics. – 2003. – V. 12, N 2. – P. 65-69 (in Eng.).
- 3 Zhukeshov A.M., Gabdullyna A.T., Amrenova A.U., Pak S.P. The possibility of modifying the surface of the material by plasma effect // Dokl. Baltic International School on solid state physics and magnetism, Svetlogorsk (Kaliningrad region), 2012. – P. 17-19 (in Russ.).
- 4 Umansky Ya.S. and others. Crystallography, X-ray diffraction and electron microscopy. M., Metallurgy, 1982, P. 406-409 (in Russ.).

Резюме

*Ә. М. Жүкешов, А. Т. Габдуллина, Ә. У. Әмренова, С. П. Пак,
Ж. Молдабеков, М. Мұхамедырысқызы, А. Қайбар*

(Эксперименталды және теориялық физика ғылыми-зерттеу институты,
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ИМПУЛЬСТІ ПЛАЗМАНЫҢ ТОТ БАСПАЙТЫН БОЛАТ БЕТІНЕ ӘСЕРІНЕ

Жұмыста 12X18H10T тот баспайтын болат бетінің құрылымы мен физика-механикалық сипаттамаларына импульсті плазманың әсерін зерттеу нәтижелері көрсетілген. Тәжірибе қысымның, энергия ағыны тығыздығының және импульс санының әртүрлі мәндерінде жүргізілді. Нәтижелер талдамасына рентген-құрылымдық және металлографиялық талдау әдістері қолданылды. Беріктілікті арттыратын аустенитті және нитридті фазалардың құрылуы айқындалды. Сонымен қатар қаттылық бастапқы жағдайға қарағанда 3 есе артады.

Кілт сөздер: импульсті плазма, беріктілікті арттыратын фаза, құрылым, жазық бет, рентгенқұрылымдық талдама, кристаллиттер.

Резюме

*A. M. Zhukeshov, A. T. Gabdullyna, A. U. Amrenova, S. P. Pak,
Zh. Moldabekov, M. Mukhamedryskyzy, A. Kaybar*

(Scientific-Research Institute of Experimental and Theoretical Physics,
al-Farabi Kazakh National University, Almaty)

FOR A PULSED PLASMA INFLUENCE ON SURFACE OF STAINLESS STEEL

The paper presents the results of investigation of pulsed plasma influence on physical and mechanical properties and structure of the stainless steel surface. Experiment was provided by different variation of pressure, density of energy flow and number of impulse. For analyze results were used X-ray diffraction and metallographic methods of analyze. The formation of hardening austenitic and nitride phases was observed. In this case, the hardness increases for 3 times compared with original state.

Keywords: pulsed plasma, hardening phases, structure, surface, X-ray diffraction analyze, crystallites.

Поступила 27.03.2013г.

К. Н. ДЖУМАГУЛОВА, Р. У. МАШЕЕВА

(НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

СКЕЙЛИНГОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ ПЛАЗМЫ СЛОЖНОГО СОСТАВА

Аннотация

Целью данной работы является исследование динамических и транспортных свойств пылевой компоненты сложного состава. Для исследования свойств таких систем используется метод Ланжевеновой динамики, в котором временная эволюция системы взаимодействующих частиц отслеживается интегрированием их уравнений движения. По результатам полученных значений микросостояний, то есть координат и скоростей частиц, можно получить коэффициент диффузии с помощью соотношения Грина–Кубо, связывающего коэффициент диффузии с автокорреляционной функцией скоростей и методом среднеквадратичного смещения. В предыдущих работах авторов [1] сделано сравнение коэффициентов диффузии, определенных этими двумя методами, показана их сходимости. Сделаны многочисленные вычисления коэффициента диффузии в широком диапазоне изменения параметров системы. На основе интерполяции по данным компьютерного моделирования была получена скейлинговая формула для коэффициента диффузии пылевой компоненты плазмы сложного состава. Данная формула может быть использована при расчетах параметров реальных технологических установок, использующих плазму с конденсированной дисперсной фазой, например, в установках по получению микросхем.

Ключевые слова: пылевая плазма, коэффициент диффузии, скейлинговая формула.

Кілт сөздер: тозаңды плазма, диффузия коэффициенті, скейлингті формула.

Keywords: dusty plasma, the diffusion coefficient, the scaling formula.

Введение. Плазма, являющаяся наиболее распространенным состоянием вещества в космосе (звезды, межзвездная среда, ионосферы планет), на Земле в природных условиях встречается лишь при грозových разрядах и в пламени. Между тем в лаборатории и промышленности вещество в плазменном состоянии встречается весьма широко. В последние годы наблюдается возрастание интереса к физике плазмы сложного состава. Данное обстоятельство продиктовано как необходимостью фундаментальных теоретических исследований многих природных явлений, так и множеством практических приложений. Данные о физических свойствах такой плазмы оказываются важными для успешного развития таких направлений современной физики и новой техники, как термоядерная энергетика, астрофизика, физика верхней атмосферы и нанотехнологии и т.д.

Данная работа посвящена расчетам и анализу коэффициента диффузии на основе двух методов: с использованием данных по среднеквадратичному смещению и теории Грина–Кубо [2], связывающей коэффициент диффузии с автокорреляционной функцией скоростей пылевых частиц. Получена скейлинговая формула, описывающая коэффициент диффузии пылевой компоненты в широких диапазонах изменения параметров пылевой плазмы.

Скейлинговые формулы для коэффициента диффузии. Одним из методов моделирования свойств многочастичных систем является метод Ланжевеновой динамики. Данный метод описывался в работах [1, 3, 4]. Моделирование пылевых частиц по пространственно-временным траекториям было выполнено на основе следующих уравнений:

$$m_d \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \sum_j F_{\text{int}}(r) \bigg|_{r=|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} - m_d \nu_{fr} \frac{d\vec{r}_i}{dt} + \vec{F}_{br}(t), \quad (1)$$

здесь $F_{\text{int}}(r) = -\partial\Phi(r)/\partial r$ – сила, появляющаяся в результате взаимодействия с соседними окружающими пылевыми частицами; $r = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ – межчастичное расстояние; $F_{br}(t)$ – случайная сила, которая учитывает случайные толчки окружающих плазменных частиц или другие стохастические процессы; ν_{fr} – коэффициент трения пылевых частиц, который определяет частоту их столкновений с нейтральными частицами окружающей плазмы; m_d – масса пылевой частицы; $\Phi(r)$ – парный потенциал взаимодействия макрочастиц.

В качестве межчастичного потенциала взаимодействия пылинок взят потенциал Юкава, в безразмерном виде он записывается так:

$$\Phi(R) = \frac{\Gamma}{R} e^{-\kappa R}, \quad (2)$$

где $\kappa = a / r_D$ – коэффициент экранировки; $a = (3 / 4\pi n_d)^{1/3}$ – расстояние берется в единицах среднего расстояния между пылевыми частицами; $\Gamma = (Z_d e)^2 / (a k_B T_d)$ – параметр связи пылевой компоненты.

Время берется в единицах, обратных ленгмюровской пылевой частоте $\omega_d = \left(\frac{4\pi n_d Z_d^2 e^2}{m_d} \right)^{1/2}$. Безразмер-

ный параметр трения $\theta = \frac{v_{fr}}{\omega_d}$, который определяется через соотношение коэффициента трения к частоте

ленгмюровских плазменных колебаний пылинок $\omega_d = \left(\frac{4\pi n_d Z_d^2 e^2}{m_d} \right)^{1/2}$, а скорость – в единицах тепловой

скорости частиц. Таким образом, поведение системы определяется тремя безразмерными параметрами Γ, k, θ .

На основе полученных значений микросостояний можно получить коэффициент диффузии на основе известного соотношения, связывающего коэффициент диффузии со среднеквадратичным смещением частиц:

$$D_{msd} = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle (\vec{r}(0) - \vec{r}(t))^2 / 6t \rangle. \quad (3)$$

С другой стороны, коэффициент переноса можно вычислить соотношением Грина-Кубо, для коэффициента диффузии в трехмерном случае он запишется так:

$$D_{G-K} = \frac{1}{3} \int_0^\infty A_{vv}(t) dt, \quad (4)$$

здесь $A_{vv}(t)$ автокорреляционная функция скоростей [5, 6].

В работах [7] приведены расчеты коэффициента диффузии вычисленный соотношениями (4), (1).

Для получения скейлинговой формулы для коэффициентов переноса пылевой плазмы были проведены многочисленные расчеты коэффициента диффузий. Результаты расчетов приведены ниже.

На рисунках 1, 2 даны зависимости коэффициента диффузии от коэффициента трения v_{fr} , полученные с помощью уравнения (1) для $\Gamma = 50$, $\kappa = 2$ и при разных значениях параметра Z_d . При $Z_d = 8000$ получена следующая интерполяционная формула:

$$D = \frac{A k_B T_d}{(v_{fr} + B) m_d}, \quad (3)$$

где коэффициенты $A = 0,34$ и $B = 100$.

При $\Gamma = 50$, $Z = 12\,000$ коэффициенты равны: $A = 0,34$, $B = 140$.

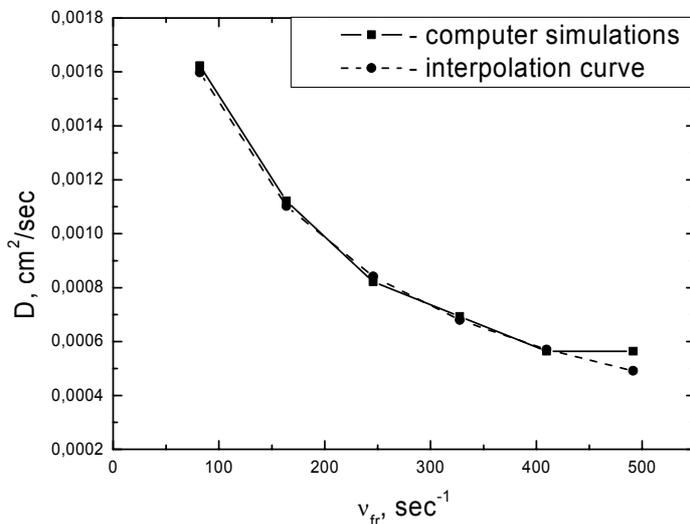


Рисунок 1 –
Коэффициент диффузии
при $\Gamma = 50$, $Z = 8000$, $\kappa = 2$

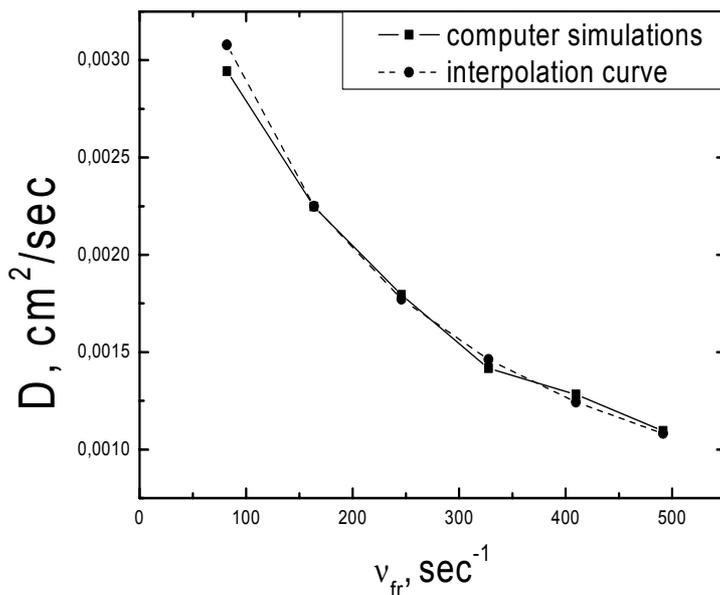


Рисунок 2 – Коэффициент диффузии при $\Gamma = 50$, $Z = 12\ 000$, $\kappa = 2$

На рисунках 3, 4 приведены графики зависимости коэффициентов А и В от параметра связи. Из них видно, что коэффициент А не зависит от Z и зависит только от параметра связи Γ , а коэффициент В зависит не только от параметра связи, но и от Z. С увеличением Z увеличивается и коэффициент В. На основе анализа поведения коэффициента диффузии при изменении тех или иных параметров скейлинговая формула для коэффициента диффузии пылевой плазмы имеет следующий вид:

$$D = \frac{A(\Gamma)k_B T_d}{(v_{fr} + B(\Gamma, Z))m_d}, \quad (4)$$

где $A(\Gamma) = \frac{6}{(4 + \sqrt[3]{\Gamma^2})}$, $B(\Gamma) = \frac{0.156Z}{4 + \Gamma^{1/2}}$.

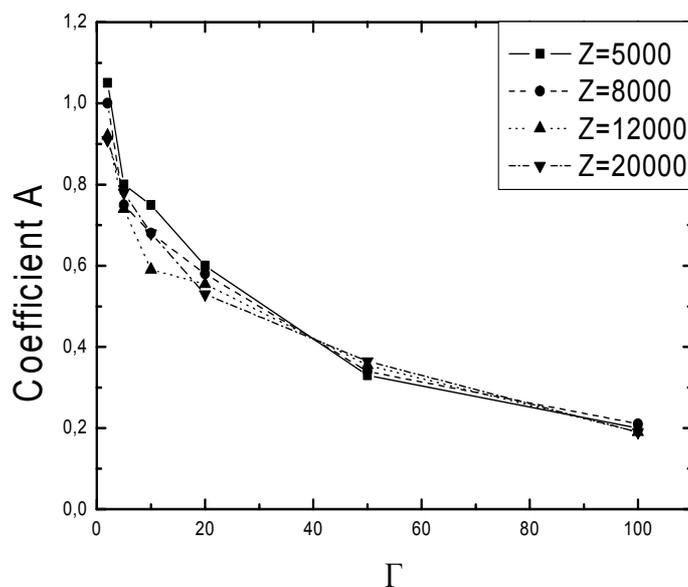


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента А от параметра связи

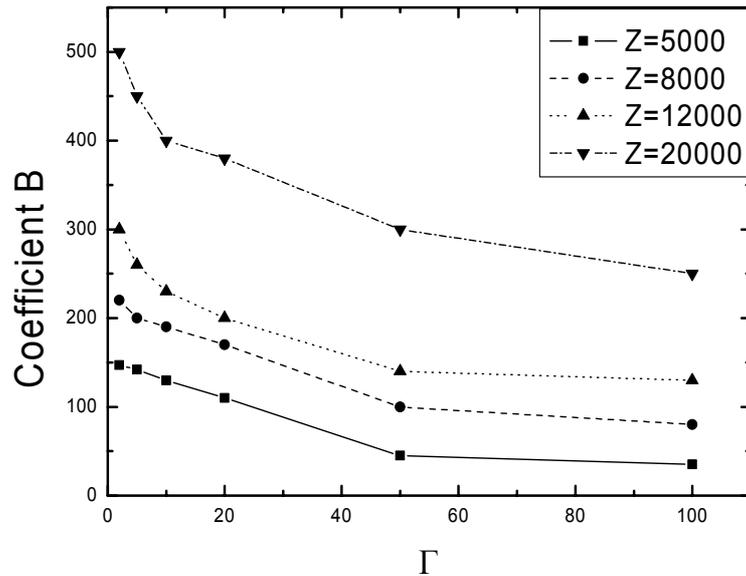


Рисунок 4 – Зависимость коэффициента B от параметра связи

На рисунке 5 приведен коэффициент диффузии, вычисленный по формуле (4) при разных значениях параметра Z_d .

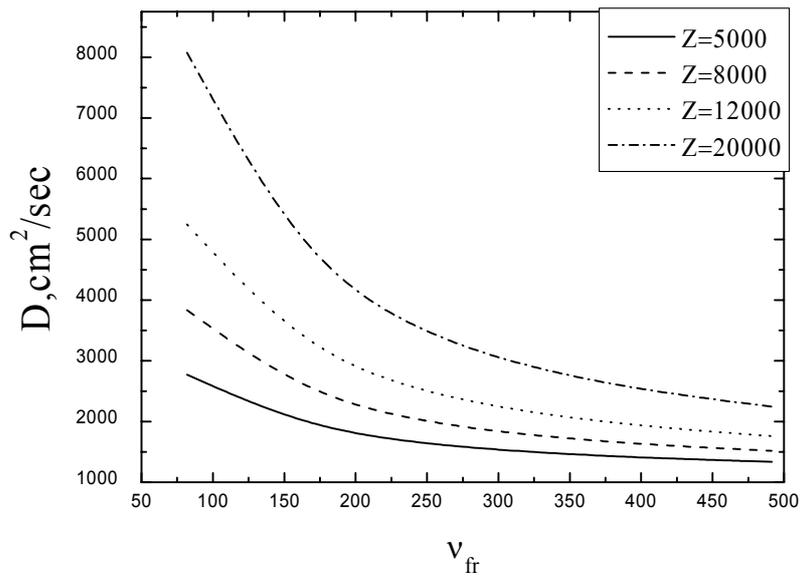


Рисунок 5 – Коэффициент диффузии при $\Gamma = 2$, полученный соотношением (4)

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Джумагулова К.Н., Машеева Р.У. Динамические характеристики и коэффициент диффузии пылевой компоненты плазмы сложного состава // Вестник КазНУ. – 2012. – № 1(40). – С. 20-23.
- 2 Кубо Р. Термодинамика обратных процессов. – М.: Некоторые вопросы статистическо-механической теории неэротимых процессов, 1962. – 421 с.
- 3 Ваулина О.С., Храпак С.А. Моделирование динамики сильно взаимодействующих макрочастиц в слабоионизованной плазме // ЖЭТФ. – 2001. – Т. 119. – С. 264.
- 4 Vaimbetov F.B., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Kadyrsizov E.R., Petrov O.F., Gavrikov A.V. Modelling of dusty plasma properties by computer simulation methods // J. Phys. A: Math. And Gen. – 2006. – Vol. 39. – P. 4521-4525.
- 5 Джумагулова К.Н. Автокорреляционные функции скоростей макрочастиц в пылевой плазме // Известия НАН РК. – Серия физико-математическая. – 2007. – № 2. – С. 65-67.
- 6 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolaev M.K., Jumabekov A.N. Velocity autocorrelation functions of dusty particles obtained by the Langevin dynamics // 28th ICPIG. – Prague, 2007. – P. 253.
- 7 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. Velocity Autocorrelation Functions and Diffusion Coefficient of Dusty Component in Complex Plasmas // Contributions to Plasma Physics. – 2012. – Vol. 52. – № 3. – P. 182-185.

REFERENCES

- 1 Dzhumagulova K.N., Masheeva R.U. *Vestnik KazNU*. **2012**. №1(40). 20-23 (in Russ.).
- 2 Kubo R. *Termodinamica neobratimiyh prosesov*. **1962**. 421 (in Russ).
- 3 Vulina O.S., Khrapak S.A. *JETF*. **2001**. Т.119. 264 (in Russ)
- 4 Baimbetov F.B., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Kadyrsizov E.R., Petrov O.F., Gavrikov A.V. *J.Phys.A: Math. And Gen.* **2006**. Vol. 39. P. 4521–4525.
- 5 Dzhumagulova K.N. *Izvestia NAN RK*. **2007**. № 2. S. 65-67 (in Russ).
- 6 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Dosbolaev M.K., Jumabekov A.N. *28th ICPIG. Prague*. **2007**. P. 253.
- 7 Dzhumagulova K.N., Ramazanov T.S., Masheeva R.U. *Contributions to Plasma Physics*. **2012**. Vol. 52. № 3. P. 182 – 185.

Резюме

Қ. Н. Жұмағұлова, Р. У. Машеева

(ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

КҮРДЕЛІ ҚҰРАМДЫ ПЛАЗМАНЫҢ ТОЗАҢДЫ КОМПОНЕНТІНІҢ
ДИФФУЗИЯ КОЭФФИЦИЕНТІ ҮШІН СКЕЙЛИНГТІ ФОРМУЛАЛАР

Берілген жұмыстың мақсаты, күрделі құрамды плазманың тозаңды компонентінің динамикалық және транспорттық қасиеттерін зерттеу болып табылады. Осындай жүйелердің қасиеттерін зерттеу үшін әсерлесетін бөлшектер жүйесінің уақыттық эволюциясын, олардың қозғалыс теңдеуін интегралдау арқылы зерттейтін ланжевендік динамика әдісі қолданылады. Алынған микрокүйлердің, яғни бөлшектердің координаттары мен жылдамдықтары мәндерінің нәтижелерін алу арқылы, диффузия коэффициентін жылдамдықтың автокорреляциялық функциясымен байланыстыратын Грин-Кубо теориясы арқылы және орташа квадраттық ығысу әдісімен диффузия коэффициентін анықтауға болады. Авторлардың алдыңғы жұмыстарында осы екі әдіс арқылы алынған диффузия коэффициенті өзара салыстырылған және сәйкестігі көрсетілген. Жүйе параметрлерін өзгерте отырып көптеген есептеулер жүргізілді. Компьютерлік үлгілеу мәліметтерін интерполяциялау арқылы күрделі құрамды плазманың тозаңды компонентасының диффузия коэффициенті үшін скейлингті формула алынды. Бұл формула конденсирленген дисперсиялы фазалы плазманы қолданатын реалды технологиялық құрылғылардың, мысалы, микросхемаларды алатын құрылғыларда, параметрлерін есептеу барысында қолданылуға болады.

Кілт сөздер: тозаңды плазма, диффузия коэффициенті, скейлингті формула.

Summary

K. N. Dzhumagulova, R. U. Masheeva

(IETP, al Farabi Kazakh National University, Almaty)

SCALING FORMULAS FOR THE DIFFUSION COEFFICIENT
OF THE DUST COMPONENT COMPLEX PLASMA

The purpose this work is to study the dynamic and transport properties of the dust component of complex plasma. It is uses the Langevin dynamics method, in which the time evolution of a system of interacting particles is investigated by integrating their equations of motion, to study the properties of such systems. It can be obtained the diffusion coefficient by the Green-Kubo relation, which is connected the diffusion coefficient with velocity autocorrelation function of the particles and by the method of the mean square displacement according to the results obtained values of microstates that is, coordinates and velocities of the particles. It was presented the comparison of the diffusion coefficient defined by these two methods and presented their convergence in an earlier paper [1]. It was made numerical calculation of the diffusion coefficient for a wide range of the system parameters. It was obtained the scaling formula for the diffusion coefficient of the dust component of the complex plasma based on the interpolation of the computer simulation data. This formula can be used in the calculation of the parameters of real technological facilities which is used plasma with condensed disperse phase, for example, the unit for production of chips.

Keywords: dusty plasma, the diffusion coefficient, the scaling formula.

Поступила 27.03.2013г.

Я. Ф. АШКАЛИЕВ, А. С. КИМ, С. Н. МУКАШЕВА, Қ. Е. НҮРҒАЛИЕВА, О. И. СОКОЛОВА

(ДТОО «Институт ионосферы», г. Алматы,
Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ВАРИАЦИЯХ ПАРАМЕТРОВ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЕРИОДЫ АКТИВИЗАЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Аннотация

Работа посвящена выявлению аномальных сейсмамагнитных эффектов в вариациях параметров геомагнитного поля. Проведен анализ вариаций X, Y, Z-компонент, полного вектора F и горизонтальной составляющей H геомагнитного поля в периоды активизации сейсмических процессов. Изучены геомагнитные эффекты накануне землетрясений Алматинского сейсмоактивного региона на основе данных геомагнитной обсерватории «Алма-Ата» [43.2°N; 76.9°E]. Показано, что за 2-7 дней до землетрясения появляются возмущения с амплитудами 15-21 нТл. Расстояние, на котором можно зарегистрировать аномальные сейсмамагнитные эффекты, зависит от магнитуды и глубины расположения эпицентра землетрясения.

Область применения результатов: геофизика, сейсмология.

Ключевые слова: геомагнитное поле, сейсмическая активность.

Кілт сөздер: геомагнит өрісі, сейсмикалық белсенділік.

Key words: geomagnetic field, seismic activity.

Проявление сейсмических процессов в той или иной оболочке Земли протекает по-разному и требует, как правило, длительного наблюдения. Анализ существующих экспериментальных результатов и физических моделей литосферно-ионосферной связи на заключительной стадии подготовки землетрясений показал, что аномальные электромагнитные эффекты над областью подготовки сильных землетрясений за несколько дней перед ними проявляются как неоднородности со специфической динамикой развития. Отмеченная связь, обусловленная дискретной структурой земной коры, существует и вне заметной сейсмической активности, но становится более существенной перед землетрясениями и сразу после них [1-9].

Несмотря на высокий уровень развития современных технологий, эффективность прогнозирования землетрясений остается весьма низкой. Проблема краткосрочного и оперативного прогноза землетрясений была и остается одной из важнейших нерешенных проблем геофизики, и цена этой проблемы возрастает с каждым годом. В данной работе для исследования вариаций параметров геомагнитного поля в периоды активизации сейсмических процессов нами выбраны следующие события [10]:

1) землетрясение 10 декабря 2010 г. в 02 ч 34 мин UT (08 ч 34 мин LT), магнитуда $m_b = 3.6$ (m_b – магнитуда, определяемая по объемным волнам); энергетический класс, $K = 9.0$; глубина 1.5 км. Эпицентр [42.94°N; 76.57°E] находился в 44 км к юго-западу от г. Алматы. Землетрясение ощущалось на территории г. Алматы с интенсивностью 3 балла.

2) землетрясение 11 августа 2011 г. в 10 ч 06 мин UT (16 ч 06 мин LT), магнитуда $m_b = 5.3$; энергетический класс 12. Эпицентр [40.12°N; 77.18°E] находился на территории Китая в 350 км к югу от г. Алматы. Землетрясение ощущалось на территории г. Алматы с интенсивностью 2 балла.

3) землетрясение 28 октября 2011 г. в 13 ч 37 мин UT (19 ч 37 мин LT), магнитуда $m_{pv} = 4.4$ (m_{pv} – магнитуда, определяемая по продольной волне); энергетический класс 10.7. Эпицентр [42.15°N; 77.53°E] находился в 130 км на юго-востоке от г. Алматы. Землетрясение ощущалось на территории г. Алматы с интенсивностью 2–3 балла.

4) землетрясение 4 апреля 2012 г. в 14 ч 21 мин UT (20 ч 21 мин LT), магнитуда $m_b = 4.1$; энергетический класс 10; глубина 10 км. Эпицентр [41.81°N; 79.68°E] находился на границе Кыргызстана и Китая в 280 км к юго-востоку от г. Алматы.

5) землетрясение 15 апреля 2012 г. в 02 ч 56 мин UT (08 ч 56 мин LT), магнитуда $m_b = 3.3$; энергетический класс 7.5; глубина 2 км. Эпицентр [43.02°N; 77.87°E] находился в 84 км к востоку от г. Алматы.

6) землетрясение 18 апреля 2012 г. в 14 ч 48 мин UT (20 ч 48 мин LT), магнитуда $m_b = 5.1$; энергетический класс 11.3; глубина 0 км. Эпицентр [39.99°N; 76.94°E] находился на территории Китая в 352 км к югу от г. Алматы. Землетрясение ощущалось на территории г. Алматы с интенсивностью 2 балла.

Для выбранных шести землетрясений, расположенных на расстоянии не более 352 км от г. Алматы, подготовлены массивы минутных и усредненных часовых значений по X, Y, Z-компонентам, полному

вектору F и горизонтальной составляющей H геомагнитного поля по данным обсерватории «Алма-Ата» [43.2°N; 76.9°E]. Минутные значения рассчитывались из секундных значений с применением гауссова фильтра (Gaussian filter). Геомагнитная обсерватория «Алма-Ата» – единственная в Центральноазиатском регионе, входящая в международную сеть геомагнитных измерений INTERMAGNET. Данные геомагнитной обсерватории представляются в режиме реального времени, отвечают международным стандартам сети INTERMAGNET.

В период с 23 ноября по 13 декабря 2010 г., включающий землетрясение 10 декабря 2010 г. (02 ч 34 мин UT), присутствуют возмущения с периодами от 2 до 5 суток, с амплитудами до 20 нТл в вариациях X -компоненты, горизонтальной составляющей H и полного вектора магнитного поля F . Спектральный анализ показал наличие флуктуаций с периодами от 3 до 6 часов, с амплитудами до 11 нТл.

Аналогичные сейсмомагнитные аномальные эффекты (СМЭ) отмечаются и в других работах. Так, в [11] экспериментальные исследования на геофизических станциях Шеки-Шамахинского полигона позволили установить, что СМЭ проявляется в виде бухтообразных (в ряде случаев пиковых) изменений намагниченности на завершающей стадии подготовки землетрясения. Продолжительность аномалии от 120 до 360 ч, период и амплитуда СМЭ составляет, как правило, 2÷3 дня и 20÷40 нТл, соответственно. Радиус зоны проявления СМЭ для землетрясений магнитудой $M = 4,5\div 6,5$ находится в пределах 150÷1000 км и зависит от энергетического класса землетрясения [11].

Анализ изменчивости часовых значений относительных вариаций параметров геомагнитного поля в период с 10 по 12 августа 2011 г., включающий землетрясение 11 августа 2011 г. в 10 ч 06 мин UT ($m_b=5.3$; $K=12$), эпицентр [40.12°N; 77.18°E] которого находился на территории Китая в 350 км к югу от г. Алматы, показал, что относительные вариации X , Y , Z -компонент в день землетрясения (11 августа) показывают увеличение на ~20 нТл по dX -компоненте, на ~15 нТл по dY -компоненте и уменьшение на ~20 нТл по dZ -компоненте за 8 часов до землетрясения относительно вариаций в предыдущий (10 августа) и последующий день (12 августа). Соответственно, изменчивость горизонтальной составляющей H геомагнитного поля в период с 02-09 UT показывает уменьшение на ~20 нТл за 8 часов до землетрясения.

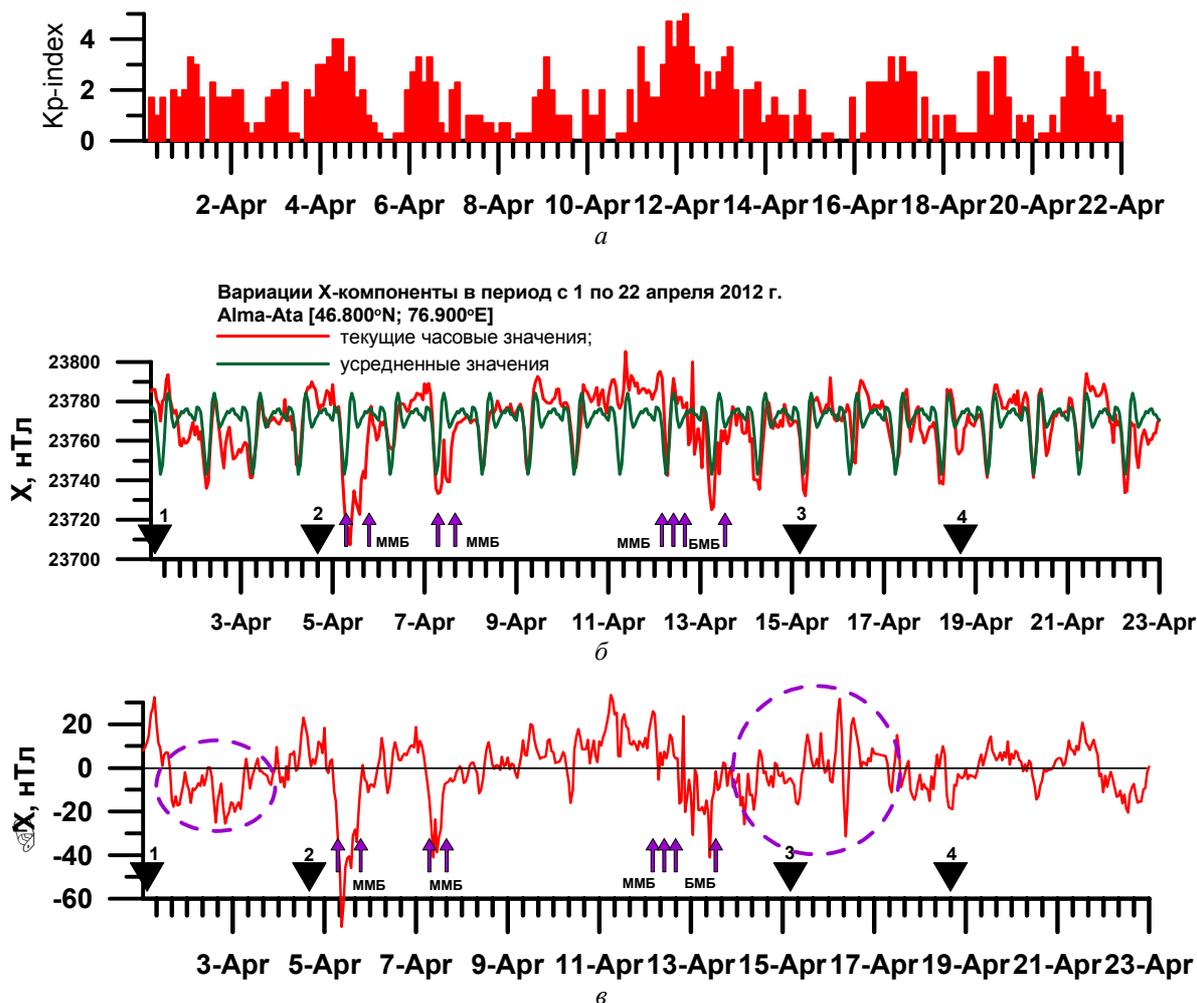
В период с 26 по 28 октября 2011 г., включающий землетрясение 28 октября 2011 г. в 13 ч 37 мин UT ($m_{pv} = 4.4$; $K = 10.7$), эпицентр [42.15°N; 77.53°E] которого находился в 130 км на юго-востоке от г. Алматы, вариации dY -компоненты не показывают изменчивость ото дня ко дню, за исключением увеличения на ~20 нТл продолжительностью два часа 26 октября с 03 UT до 05 UT. Уровень вариаций dX -компоненты в день землетрясения (28 октября) на ~18÷20 нТл выше, чем в предыдущие два дня. Соответственно, уровень горизонтальной составляющей H геомагнитного поля в день землетрясения (28 октября) на ~18÷20 нТл ниже, чем в предыдущие два дня.

Далее детально проанализирован период с 1 по 22 апреля 2012 г. содержащий следующие события:

- землетрясение 1 апреля 2012 г. в 01 ч 43 мин UT ($m_b = 3.9$; $K = 9$), эпицентр [42.40°N; 73.05°E] которого находился на границе Казахстана и Кыргызстана и Китая, в 300 км к западу от г. Алматы;
- землетрясение 4 апреля 2012 г. в 14 ч 21 мин UT ($m_b = 4.1$; $K = 10$; $h = 10$ км), эпицентр [41.81°N; 79.68°E] которого находился на границе Кыргызстана и Китая в 280 км к юго-востоку от г. Алматы;
- землетрясение 15 апреля 2012 г. в 02 ч 56 мин UT ($m_b = 3.3$; $K = 7.5$; $h = 2$ км), эпицентр [43.02°N; 77.87°E], которого находился в 84 км к востоку от г. Алматы.
- землетрясение 18 апреля 2012 г. в 14 ч 48 мин UT ($m_b = 5.1$; $K = 11.3$; $h = 0$ км), эпицентр [39.99°N; 76.94°E] которого находился на территории Китая в 352 км к югу от г. Алматы.

На рисунке *a* показаны вариации планетарного K_p -индекса за рассматриваемый период, состояние магнитного поля в зависимости от K_p -индекса можно приблизительно охарактеризовать следующим образом: $K_p \leq 2$ – спокойное; $K_p = 2\div 3$ – слабо возмущенное; $K_p = 4$ – возмущенное; $K_p = 5$ – магнитная буря; $K_p = 6$ – большая магнитная буря; $K_p \geq 7$ – очень большая магнитная буря. По данным геомагнитной обсерватории «Алма-Ата», в период с 1 по 22 апреля 2012 г. произошли следующие магнитные бури: 1) малая магнитная буря продолжительностью 12 часов (5 апреля с 06 ч UT до 19 ч UT); 2) малая магнитная буря продолжительностью 9 часов (7 апреля с 06 ч UT до 15 ч UT); 3) малая магнитная буря продолжительностью 6 часов (12 апреля с 03 ч UT до 09 ч UT); 4) большая магнитная буря продолжительностью 21 час (с 15 ч UT 12 апреля до 12 ч UT 13 апреля). На рисунке *b* приведены вариации часовых значений X -компоненты геомагнитного поля по данным обсерватории «Алма-Ата» (красная кривая – текущие значения; зеленая кривая – усредненные за геомагнитно-спокойные дни (с 19 по 22 апреля) значения).

На рисунке *b* приведены отклонения $\Delta X = X_t - X_{уср}$, фиолетовым пунктирным овалом выделены аномальные участки, предшествующие землетрясениям. Анализировалась изменчивость ото дня ко дню минутных значений X -компоненты в период с 1 по 4 апреля 2012 г. Перед землетрясением 4 апреля 2012 г. в 14 ч 21 мин UT ($m_b=4.1$; $K=10$; $h=10$ км) отмечается понижение на 20÷25 нТл за сутки до землетрясения. Период перед землетрясением 15 апреля 2012 г. в 02 ч 56 мин UT ($m_b=3.3$; $K=7.5$; $h=2$ км) был магнитовозмущенным: малая магнитная буря сменилась через 6 часов большой магнитной бурей, выделить в



а – изменчивость Kp-индекса; б – вариации X-компоненты;
в – вариации ΔX ; треугольниками указаны моменты землетрясений; фиолетовыми стрелками – геомагнитные бури.

Вариации часовых значений X-компоненты геомагнитного поля по данным обсерватории «Алма-Ата» и Kp-индекса в период с 1 по 22 апреля 2012 г.

этот период сейсмо-магнитосферные эффекты считается не возможным. Землетрясению 18 апреля 2012 г. в 14 ч 48 мин UT ($m_b=5.1$; $K=11.3$; $h=0$ км) предшествуют резкие изменения хода X-компоненты геомагнитного поля, амплитуда которых достигает $\sim 18 \div 25$ нТл.

В суточном ходе минутных значений Y-компоненты с 15 UT до 22 UT наблюдаются квазипериодические возмущения длительностью 1÷2 часа, амплитудой $\sim 15 \div 19$ нТл перед землетрясением 4 апреля 2012 г. Изменчивость ото дня ко дню в период с 14 по 18 апреля 2012 г. в пределах нормы около $\sim 5 \div 7$ нТл, однако за сутки до землетрясения 17 апреля с 18 UT до 21 UT отмечается увеличение продолжительностью 3 часа и амплитудой $\sim 19 \div 21$ нТл.

В изменчивости ото дня ко дню минутных значений Z-компоненты наблюдаются отклонения порядка $\sim 19 \div 21$ нТл в период с 06 UT до 11 UT. Вариации полного вектора F геомагнитного поля складываются из вариаций всех компонент геомагнитного поля, поэтому они слабо выражают аномальные сейсмомагнитные явления. Спектральный анализ за указанный период не выявил определенной периодичности в суточных отклонениях параметров геомагнитного поля, что свидетельствует об отсутствии регулярного механизма, ответственного за аномальные вариации X, Y, Z-компонент геомагнитного поля.

Таким образом, для землетрясений разной интенсивности изучены вариации X, Y, Z-компонент и полного вектора геомагнитного поля F, показано: перед землетрясениями за 2–7 дней геомагнитное поле становится нестабильным, появляются флуктуации с размахом от 15–21 нТл. Величина аномальных сейсмомагнитных эффектов зависит от магнитуды и глубины расположения эпицентра землетрясения.

Работа выполнялась по проекту «Разработать математические модели и исследовать литосферно-ионосферные процессы в период активизации геодинамических явлений».

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Курскеев А.К. Проблемы прогнозирования землетрясений. – Алма-Ата: Наука, 1990. – 264 с.
- 2 Узбеков Н.Б. Вариации геомагнитного поля в связи с прогнозом землетрясений в северном Тянь-Шане: Канд. дис. ... кандидата физико-математических наук по специальности 25.00.29 – физика атмосферы и гидросферы. – 2011. – 120 с.
- 3 Бахмутов В.Г., Седова Ф.И., Мозговая Т.А. Морфологические признаки в структуре геомагнитных вариаций в период подготовки сильнейшего землетрясения 25 марта 1998 г. в Антарктиде // Украинский антарктический журнал. – 2003. – № 1. – С. 54-60.
- 4 Зайцев А.Н. Космическая среда вокруг нас. Глава 5. Вариации магнитного поля Земли как информационная основа исследований окружающего космического пространства ИЗМИРАН-Троицк // <http://www.izmiran.ru/ftp/-2006-15c>.
- 5 Гульельми А.В., Зотов О.Д. Явление синхронизма в динамической системе магнитосфера-техносфера-литосфера // Физика Земли. – 2012. № 6. – С. 23-33.
- 6 Hayakawa Masashi, Hattori Katsumi, Ohta Kenji Monitoring of ULF (ultra-low-frequency) Geomagnetic Variations Associated with Earthquakes // SENSORS. ISSN 1424-8220 © 2007 by MDPI www.mdpi.org/sensors. – 2007. – № 7. – P. 1108-1122.
- 7 Hayakawa M. On the fluctuation spectra of seismo-electromagnetic phenomena // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2011. № 11. – P. 301-308.
- 8 Гульельми А.В., Зотов О.Д. О магнитных возмущениях перед сильными землетрясениями // Физика Земли. – 2012. – № 2. – С. 84-87.
- 9 Сайт ЦСОСНИ ИГИ НЯЦ РК <http://www.kndc.kz>
- 10 Рзаев А.Г., Етирмишли Г.Д., Маммедли Т.Я. Состояние геомагнитных сейсмопрогностических исследований на шеки-шамахинском полигоне Азербайджана // Республиканский Центр Сейсмологической Службы Национальной академии наук Азербайджана // STDU-Viewer-2006-Геомагнитные.pdf. – 8 с.

REFERENCES

- 1 Kurskeev A.K. Problemy prognozirovaniya zemletrjasenij. – Alma-Ata: Nauka, 1990. – 264 s.
- 2 Uzbekov N.B. Variacii geomagnitnogo polja v svjazi s prognozom zemletrjasenij v severnom Tjan'-Shane: Kand. dis. ... kandidata fiziko-matematicheskix nauk po special'nosti 25.00.29 – fizika atmosfery i gidrosfery. – 2011. – 120 s.
- 3 Bahmutov V.G., Sedova F.I., Mozgovaja T.A. Morfologicheskie priznaki v strukture geomagnitnyh variacij v period podgotovki sil'nejshego zemletrjasenija 25 marta 1998 g. v Antarktide // Ukrainskij antarkticheskij zhurnal. – 2003. – № 1. S. 54-60.
- 4 Zajcev A.N. Kosmicheskaja sreda vokrug nas. Glava 5. Variacii magnitnogo polja Zemli kak informacionnaja osnova issledovanij okruzhajushhego kosmicheskogo prostranstva IZMIRAN-Troick // <http://www.izmiran.ru/ftp/-2006-15s>.
- 5 Gul'el'mi A.V., Zotov O.D. Javlenie sinhronizma v dinamicheskoy sisteme magnitosfera-tehnosfera-litosfera // Fizika Zemli. – 2012. – № 6. – S. 23-33.
- 6 Hayakawa Masashi, Hattori Katsumi, Ohta Kenji Monitoring of ULF (ultra-low-frequency) Geomagnetic Variations Associated with Earthquakes // SENSORS. ISSN 1424-8220 © 2007 by MDPI www.mdpi.org/sensors. – 2007. – № 7. – R. 1108-1122.
- 7 Hayakawa M. On the fluctuation spectra of seismo-electromagnetic phenomena // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2011. – № 11. – R. 301-308.
- 8 Gul'el'mi A.V., Zotov O.D. O magnitnyh vozmushhenijah pered sil'nymi zemletrjasenijami // Fizika Zemli. – 2012. № 2. – S. 84-87.
- 9 Sajt CSOSSII IGI NJaC RK <http://www.kndc.kz>
- 10 Rzaev A.G., Etirishli G.D., Mammedli T.Ja. Sostojanie geomagnitnyh sejsmoprognosticheskix issledovanij na sheki-shamahinskome poligone Azerbajdzhana // Respublikanskij Centr Sejsmologicheskoy Sluzhby Nacional'noj akademii nauk Azerbajdzhana // STDU-Viewer-2006-Geomagnitnye.pdf. – 8 с.

Резюме

Я. Ф. Ашкалиев, А. С. Ким, С. Н. Мұқашева, Қ. Е. Нұрғалиева, О. И. Соколова

(«Ионосфера институты» ЕЖШС, г. Алматы;
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

СЕЙСМИКАЛЫҚ ҮДЕРІСТЕРДІҢ БЕЛСЕНУ КЕЗЕҢДЕРІНДЕГІ ГЕОМАГНИТ ӨРІСІ
ПАРАМЕТРЛЕРІ ТҮРЛЕНУІНІҢ ЛОКАЛДЫ АУЫТҚУЫН ЗЕРТТЕУ

Жұмыс геомагнит өрісі параметрлерінің ауытқуындағы аномалды сейсмомагнитті әсерлерін анықтауға бағытталған. Сейсмикалық үдерістердің белсену кезеңдерінде Н геомагнит өрісінің көлденең құраушысының және толық вектор F мен оның X , Y , Z -компоненттерінің ауытқуының талдауы жасалды. «Алма-Ата» [43.2°N; 76.9°E] геомагнит обсерваториясының мәліметтеріне сүйене отырып, Алматы сейсmobелсенді аумағындағы жерсілкіністердің алдында болған геомагнитті әсерлер зерттелді. Жерсілкініс алдында 2–7 күн бұрын амплитудасы 15–21 нТл ұйытқулар пайда болатыны көрсетілді. Аномальді сейсмомагнитті әсерлердің тіркелуі жерсілкініс эпицентрі мен оның магнитудасы және тереңдігіне тәуелді екендігі көрсетілді.

Нәтижелерді қолдану аумағы: геофизика, сейсмология.

Кілт сөздер: геомагнит өрісі, сейсмикалық белсенділік.

Summary

Ya. F. Ashkaliyev, A. S. Kim, S. N. Mukasheva, K. E. Nurgaliyeva, O. I. Sokolova

(«Institute of an ionosphere», Almaty;
al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

INVESTIGATION OF LOCAL DISTURBANCES IN GEOMAGNETIC FIELD PARAMETERS
VARIATIONS AT THE PERIOD OF ACTIVATION OF SEISMIC PROCESSES

The work covers exposure of anomaly seismic-magnetic effects in geomagnetic field parameters variation. The analysis of total vector F and its X , Y , Z -components and horizontal component of H geomagnetic field was done. The geomagnetic effects before earthquakes in Almaty seism active region on the basis of data from geomagnetic observatory “Alma-Ata” [43.2°N; 76.9°E] was studied. It was shown that 2-7 days before earthquakes the disturbances with amplitude 15-21 nT. The distance on which the anomaly seism-magnetic effects could be registered depend on magnitude and depth of epicenter of earthquake.

The area of results applications: geophysics, seismology.

Key words: Geomagnetic field, seismic activity.

Поступила 27.03.2013г.

УДК 530.142

К. БАКТЫБАЕВ, К. Е. РАМАНКУЛОВ,
Н. О. КОЙЛЫК, А. ДАЛЕЛХАНКЫЗЫ, М. К. БАКТЫБАЕВ*

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
*Институт ядерной физики НЯЦ РК, г. Алматы)

ФЕРМИОННО-ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ И ЕЕ БОЗОННОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ

Аннотация

Исследовано бозонное отображение фермионной динамико-симметрической модели многочастичных систем. Результаты диагонализации гамильтонианов отображений Дайсона, Беляева–Зелевинского и сеньорити сравнены с самой фермионной моделью и экспериментальными данными для переходных ядер.

Ключевые слова: атомное ядро, спектры, нуклонное взаимодействие, гамма переходы.

Кілт сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

1. Введение. Динамико-симметрическая фермионная модель. В последние годы предложена модель, описывающая коллективные состояния многонуклонных систем, основанная на концепции алгебраической фермионной динамической симметрии (ФДМС) [1]. Строительные блоки в ней, а именно коррелированные фермионные пары S , S' и D выбираются таким образом, что операторы рождения и уничтожения пар вместе с набором мультипольных операторов образуют $Sp(6)$ либо $SO(8)$ -алгебру. В ФДМС найдены подобные асимптотические пределы как и в модели взаимодействующих бозонов (МВБ), хотя некоторые из них не существуют в МВБ и поэтому они не связаны с валентной оболочечной структурой нуклонов в ядре.

В данной работе мы исследовали бозонное отображение фермионной ФДМС. Для этого сначала мы немного упростили сложный гамильтониан модели. Для такого упрощенного случая общий двух-частичный гамильтониан протонной и нейтронной систем, содержащий 11 параметров G , B , имеет вид:

$$H_{ФДМС} = \sum e_{k_i} n_{k_i} + \sum_{aa'} G_0^{aa'} S^+(a) S(a') + G_2 P_2 P + \sum_{r,aa'} B_r^{aa'} P^r(a) P^r(a') \quad (1.1)$$

где S , P^r – монопольные и мультипольные операторы; e – одночастичные энергии.

Дальнейшая редукция этого гамильтониана, обладающая лишь спаривательными и квадрупольными членами для приложения к конкретным физическим системам, выражается:

$$H = G_{0\pi} S_{\pi}^+ S_{\pi}' + G_{0\nu} S_{\nu}^+ S_{\nu}' + B_{2\pi} P_{\pi}^2 P_{\pi}^2 + B_{2\nu} P_{\nu}^2 P_{\nu}^2 + B_{2\pi\nu} P_{\pi}^2 P_{\nu}^2 \quad (1.2)$$

где значки π – относится к протонам; ν – к нейтронам. Этот гамильтониан имеет всего 5 параметров.

Электромагнитный квадрупольный оператор записывается в одночастичной форме, с параметрами l_{π}, l_{ν} :

$$T(E_2) = l_{\pi} P_{\pi}^2 + l_{\nu} P_{\nu}^2 \quad (1.3)$$

Далее обсудим некоторые бозонные отображения фермионной модели. В частности, рассмотрим отображения Дайсона, сеньорити и Беляева–Зелевинского [2].

2. Бозонное отображение модели. В фермионной динамико-симметрической модели реализуется либо $SP(6)$, либо $SO(8)$, алгебра операторов рождения и уничтожения S и D фермионных пар и мультипольных операторов P , в образовании которых одночастичными операторами служат либо псевдоугловой момент $k = 1$, либо псевдоспин $i = 3/2$. Фермионный гамильтониан, записанный посредством операторов спаривания

и мультиполей, в общем случае следует диагонализировать в фермионном пространстве, сконструированном последовательным действием операторов рождения и уничтожения на фермионный вакуум.

Таким путем сформированный фермионный гамильтониан модели можно отобразить в бозонный различными способами. Ниже мы рассмотрим три вида бозонного отображения операторов модели: Дайсоновского, сеньорити и Беляева–Зелевинского.

а) отображение Дайсона. Из фермионного гамильтониана рассматриваемой модели можно получить эквивалентный бозонный гамильтониан непосредственным применением обобщенного бозонного отображения Дайсона. Для фермионных $Sp(6)$ и $SO(8)$ алгебр бозонная реализация Дайсона записывается через s - и d -бозонные операторы по аналогии как это делается в работах [3, 4]. В частности, монопольные, квадрупольные, дипольные и октупольные операторы ФДСМ отображаются в бозонные следующим образом:

$$S^+ \rightarrow \sqrt{\Omega} \left(s^+ - \frac{1}{\Omega} s^+ s^+ s - \frac{2}{\Omega} s^+ d^+ d - \frac{1}{\Omega} d^+ d^+ s - \frac{1}{\Omega} \chi (d^+ d^+)^{(2)} d \right) \quad (2.1)$$

$$S \rightarrow \sqrt{\Omega} s \quad (2.2)$$

$$P^2 \rightarrow (d^+ s + s^+ d)^{(2)} + \chi (d^+ d)^{(2)} \quad (2.3)$$

$$P^1 \rightarrow \sqrt{2} (d^+ d)^{(1)}, P^3 \rightarrow -\sqrt{2} (d^+ d)^{(3)} \quad (SO(8)\text{-случай}) \quad (2.4)$$

$$P^1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{15} (d^+ d)^{(1)} \quad (Sp(6)\text{-случай}) \quad (2.5)$$

В этих выражениях Ω – вырождение пар в фермионном пространстве; $\chi = 7/2$ для $Sp(6)$ и $\chi = 0$ для $SO(8)$ -алгебр.

Для того чтобы диагонализировать отображенный гамильтониан Дайсона, должен быть аккуратно выбран соответствующий базис. Формализм бозонного отображения конструируется таким образом, чтобы можно было получить идентичный результат с выводами, полученными в фермионном пространстве с использованием физического базиса.

Заметим, что гамильтониан Дайсона имеет двухчастичную структуру, хотя в общем он неэрмитов. Неэрмитовость бозонного гамильтониана Дайсона отличает его от традиционного эрмитового МВБ-гамильтониана. Для того чтобы получить эрмитов-гамильтониан, эквивалентный Дайсоновскому, по крайней мере в физической области, нужны аналогичные преобразования фермионных операторов в бозонный. Для осуществления таких конструкции мы предпримем дальше две практические процедуры. Во-первых, осуществим отображение сеньорити, которое приводит к $SU(2)$ -асимптотическому пределу обычной алгебры нашей модели. Во-вторых, отображения Беляева–Зелевинского, целью которого является точное рассмотрение $SU(3)$ и $SO(6)$ -пределов $Sp(6)$ и $SO(8)$ алгебр соответственно.

б) отображение сеньорити. В этом отображении ставится цель, чтобы установить простые соотношения между фермионными состояниями с хорошей сеньорити ν и бозонными состояниями с фиксированным числом d -бозонов, т.е. соотношения типа:

$$|N, \nu = 0\rangle \leftrightarrow |n_s = N\rangle \quad (2.6)$$

$$|N, \nu = 2\rangle \leftrightarrow |n_s = N - 1, n_d = 1\rangle \quad (2.7)$$

Чтобы достичь этого, следует наложить условие, что сеньорити-образы S^+ и S операторов дается отображением Дайсона:

$$S^+ \rightarrow \sqrt{\Omega} \left(S^+ - \frac{1}{\Omega} S^+ S^+ S - \frac{2}{\Omega} S^+ d^+ d \right) \quad (2.8)$$

$$S \rightarrow \sqrt{\Omega} S \quad (2.9)$$

Реализация $SU(2)$ -алгебры обеспечивает эрмитовость бозонного образа фермионного парного гамильтониана с $S^+ S$. Затем следует найти образы других операторов проверкой, например, выполнения коммутационных соотношений. В принципе такая конструкция имеет несколько решений. Одна из них находится посредством того, что образы спаривательного гамильтониана, вытекающего из отображений (2.1) и (2.8) соответственно, определяются подобными преобразованиями как (2.8) [6]. Такие преобразования дают возможность сконструировать сеньорити-образ фермионных операторов по их оригинальным Дайсоновским формам. Хотя существуют для $SO(8)$ -случая замкнутая форма подобных преобразований, в общем она имеет вид бесконечного ряда [6]. В настоящей конструкции используются только члены нижайшего порядка для того, чтобы найти сеньорити-образ генераторов в $SU(2)$ -пределе. Для квадрупольных операторов она записывается в виде:

$$P_c^2 = s^+ d + \left(1 - \frac{n_s}{\Omega + 1 - 2N + 2n_s}\right) d^+ s + \chi \left(1 - \frac{2n_s}{\Omega - 2N + 2n_s}\right) (d^+ d)^{(2)} \quad (2.10)$$

В выражениях (2.10) для сеньорити-квадрупольного оператора двухчастичные члены, содержащие оператор числа s -бозонов n_s , сохраняется. Полное число фермионных пар (или полное число бозонов) N – фиксировано. Для аппроксимации эту структуру как одночастичный оператор выполним две процедуры. Сначала оператор n_s заменим его значением в состоянии с сеньорити $\nu = 2$, т.е. $n_s \rightarrow N-1$. Это сеньорити обозначим А В действительных ФДСМ-вычислениях низколежащие состояния должны отличаться от данной схемы сеньорити. Чтобы учесть это более точно, n_s заменим на $N-1-\langle\nu\rangle/2$, где $\langle\nu\rangle$ – среднее значение сеньорити по основным ФДСМ-состояниям. Это сеньорити – отображение обозначим В.

При каждом из этих приближении сеньорити-образ квадрупольного оператора становится одночастичным оператором. Тогда соответствующие эрмитовые сеньорити-образы квадрупольного оператора примут вид:

$$P_{C.A}^2 = \sqrt{1 - \frac{N-1}{\Omega-1}} (d^+ s + s^+ d)^{(2)} + \chi \left(1 - \frac{2N-2}{\Omega-2}\right) (d^+ d)^{(2)} \quad (2.11)$$

$$P_{C.B}^2 = \sqrt{1 - \frac{N - \frac{1}{2}(\nu) - 1}{\Omega - 1 - \langle\nu\rangle}} (d^+ s + s^+ d)^{(2)} + \chi \left(1 - \frac{2N - \langle\nu\rangle - 2}{\Omega - \langle\nu\rangle - 2}\right) (d^+ d)^{(2)} \quad (2.12)$$

Отображение А (2.11) имеет такой же вид, как оно было получено Отсукой–Аримой–Якелло (ОАЯ), тогда как отображения В (2.12) более ближе по духу к подходу ОАЯ–Тальми (ОАЯТ) [7].

в) отображение Беляева–Зелевинского (БЗ). В методе БЗ бозонный образ мультипольных операторов такой же, как в отображении Дайсона. А образ парных операторов конструируется так, чтобы удовлетворить алгебру коммутационных соотношений и сохранить эрмитовость фермионных операторов. Когда мы хотим сконструировать МВБ-подобный гамильтониан только с одно- и двухчастичными членами в образе S -парных операторов сохраняем именно эти члены, то для $SO(8)$ -симметрии спаривательный оператор имеет вид:

$$S^+ \rightarrow s^+ \sqrt{\Omega - 2N} + \frac{1}{2} (s^+ s^+ - d^+ d^+) s \frac{\sqrt{\Omega + 4} - \sqrt{\Omega - 2N}}{N + 2} \quad (2.13)$$

Он дает точные матричные элементы между нижайшими состояниями $SO(6)$ -предела $SO(8)$ -симметрии: $|N, \delta = N\rangle$ и $|N+1, \delta = N\pm 1\rangle$.

Для $SP(6)$ -симметрии аналогично имеем:

$$S^+ \rightarrow s^+ \sqrt{\Omega - 3N} - \left[d^+ d^+ s - s^+ n_d - 2s^+ s^+ s + \frac{\sqrt{7}}{2} d^+ (d^+ d^{(2)}) \right] \cdot \frac{\sqrt{\Omega + 3/2} - \sqrt{\Omega - 3N}}{3N + 3/2} \quad (2.14)$$

который воспроизводит матричный элемент между нижайшими $SU(3)$ -предельными состояниями симметрии.

Таким образом, как сеньорити, так и ВЗ-отображения могут быть подходящими приближениями к отображению ФДСМ-гамильтониана в эрмитов гамильтониан МВБ-типа только с одно и двухчастичными членами.

3. Сравнение ФДСМ и отображенного бозонного подхода и обсуждения. В этом разделе обсудим сравнение результатов ФДСМ с выводами бозонного отображения, описанного выше. Для приложения теорий выберем ядра тяжелой области $Z = 50-82$, $N = 82-126$, оболочек, для которых выполняется связанная нейтрон-протонная $S_p^v(6) \otimes SO^\pi(8)$ -симметрия ФДСМ. В данном случае мы рассматриваем структуру состояний четных и тяжелых изотопов платины, для которых число протонных пар $N_\pi = 2$, а число нейтронных пар N_ν меняется от 4 до 7: ^{190,192,194,196}Pt.

В последние годы большое внимание уделяется экспериментальному и теоретическому изучению структуру состояния изотопов Pt. Тем не менее, до сих пор не существует удовлетворительного описания свойств даже самых нижних уровней этих ядер. Ранее в геометрической модели Бора–Маттельсона было показано, что для низколежащих коллективных состояния четно-четно изотопов, так называемых ядер, переходной области наблюдаются конкуренции между вытянутой и сплюснутой формами, кроме того, они обладают сильной γ -нестабильной природой. Поэтому для анализа структуры таких ядер в модели взаимодействующих бозонов проведена точная диагонализация полного гамильтониана модели, т.е. их структуры не описываются ни одним из ее асимметрических пределов [8]. Здесь мы обсудим результаты точных расчетов структуры уровней тяжелых изотопов Pt на основе упрощенного гамильтониана ФДСМ (1.2), оператора $E2$ -переходов между состояниями к их отображениям в бозонное пространство. А затем их сравним с другими подходами, в частности, с точной $SU(6)$ -симметрией МВБ, а также с экспериментальными данными.

В пределах контекста МВБ изотопы – платины рассматривались как типичный пример применения $O(6)$ -динамико-симметричного бозонного предела. Как показали точная диагонализация бозонного $SU(6)$ -гамильтониана, свойства тяжелых изотопов платины являются в действительности сложной смесью $SU(3)$ и $O(6)$ -пределов МВБ, хотя они более близки к $O(6)$ -динамико-симметричной асимптотике.

В таблице 1 и 2 даны сравнительные спектры ядер $^{190,192}Pt$, вычисленные по ФДСМ, и ее отображению по методу Беляева–Зелевинского (БЗ), сеньорити. Вычисление по отображению сеньорити выполнены в двух вариантах A_c и B_c . Параметр ФДСМ взяты из работы [5].

Таблица 1 – Сравнение экспериментального спектра ^{190}Pt с вычисленными по ФДСМ и отраженными бозонными подходами

I^π	Эксп.	ФДСМ	БЗ	A_c	B_c
0_1^+	0	0	0	0	0
2_1^+	0,34	0,30	0,31	0,34	0,35
4_1^+	0,74	0,72	0,70	0,78	0,80
6_1^+	1,29	1,24	1,25	1,35	1,36
8_1^+	1,92	1,89	1,90	2,82	2,83
10_1^+	2,25	1,17	1,19	2,15	2,16
12_1^+	2,73	2,64	2,66	2,84	2,84
14_1^+	3,06	2,98	3,023	3,15	3,15
16_1^+	3,77	3,61	3,65	3,86	3,87
2_2^+	0,60	0,58	0,59	0,64	0,64
3_1^+	0,92	0,89	0,91	0,95	0,96
4_2^+	1,13	1,10	1,12	1,16	1,18
5_1^+	1,45	1,46	1,43	1,55	1,55
6_2^+	1,73	1,70	1,74	1,78	1,79
0_2^+	0,92	0,87	1,90	0,89	0,96
2_3^+	1,20	1,18	1,24	1,26	1,27
2_4^+	1,40	1,32	1,35	1,48	1,47
0_3^+	1,67	1,60	1,62	1,73	1,74
1_1^+	1,60	1,54	1,56	1,65	1,66

Таблица 2. Сравнение экспериментального спектра ^{192}Pt с вычисленными по ФДСМ и отраженными бозонными подходами

I^π	Эксп.	ФДСМ	БЗ	A_c	B_c
1	2	3	4	5	6
0_1^+	0	0	0	0	0
2_1^+	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
4_1^+	0,78	0,76	0,75	0,84	0,86
6_1^+	1,37	1,34	1,36	1,44	1,45
8_1^+	2,02	1,98	1,99	2,10	2,12
10_1^+	2,52	2,50	2,52	2,62	2,60
12_1^+	2,62	2,64	2,62	2,70	2,72
14_1^+	3,00	3,02	3,00	3,10	3,09
16_1^+	3,54	3,56	3,54	3,61	3,63
18_1^+	4,20	4,25	4,23	4,27	4,28
2_2^+	0,61	0,60	0,60	0,60	0,60
3^+	0,92	0,90	0,89	0,98	0,100

Продолжение таблицы 2					
1	2	3	4	5	6
4_2^+	1,12	1,17	1,18	1,24	1,28
5^+	1,48	1,45	1,46	1,56	1,60
7^+	2,11	2,06	2,08	2,17	2,20
0_2^+	1,20	1,18	1,20	1,25	1,30
0_3^+	1,54	1,50	1,52	1,56	1,58
0_4^+	1,62	1,58	1,59	1,83	1,66
2_3^+	1,44	1,40	1,42	1,48	1,52
4_3^+	1,94	1,90	1,92	2,00	2,02

Как видно из таблиц, вычисленные величины энергии по ФДСМ и ее отображение по методу Беляева–Зелевинского (БЗ) очень близки к их экспериментальным значениям. Оба варианта сеньорити-отображения дают отличие от экспериментальных на 10–15%. Фермионно-динамическая теория и ее бозонное отображения также хорошо объясняют наличие эффекта «бэкбендинга» в зависимости энергии состояний от их спинов, который заключается в том, что разность энергии $\Delta E_1 = E_1 - E_{I-2}$ при малых значениях углового момента приблизительно пропорционально I , а начиная от некоторого значения I , она резко уменьшается. Это означает, что состояния ираст-полосы до некоторого значения спина относятся к ротационной полосе, а более высоколежащие уровни переходят к вибрационной полосе. Из-за такого пересечение полос уровней разной природы электромагнитные $E2$ -переходы между уровнями в этой области оказываются сильно заторможенными. Этот вопрос более подробно будет обсужден в следующей работе.

Таким образом, из ФДСМ-операторов методами бозонного отображения можно сконструировать бозонные гамильтонианы, очень близкие к $SU(6)$ -симметрий МВБ, которые дают разумные результаты по спектрам изотопов платины. Дайсон-отображения менее точно воспроизводит ФДСМ-результаты, однако оно неунитарно и приводит к неэрмитовым бозонным операторам. Унитарные отображения, например, Беляева–Зелевинского может аппроксимировать более точные результаты. Однако обрезание пространства до двухчастичных членов, проводимые с целью практического удобства, приводит к довольно большим отклонениям от экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wu Ch., Feng D.H, Chen X.G., et. al. // Phys. Rev.C. – 1987. – Vol. 36. – P. 1157.
2. Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253-317; Бактыбаев К. // ЯФ. – 1979. – Т. 30. – С. 963.
3. Geyer . H.B., Nahne F.J. W. // Nucl. Phys. – 1981. – Vol. A363. – P. 45.
4. Kock E.A., Geyer H.B. // Phys. Rev.C. – 1991. – Vol. 42. – P. 1177.
5. Geyer H.B., Engelbrecht C.A., Nahne F.J.W. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 44. – P. 1030.
6. Geyer H.B. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 34. – P. 2373.
7. Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A309. – P. 1.
8. Бактыбаев К., Стрыгин Д.П. // Изв. АН СССР. Сер. физ. – 1979. – Т. 43, № 1. – С. 118-123.
9. Давыдов А.С. Возбужденные состояния атомных ядер. – М.: Атомиздат, 1967.

REFERENCES

1. Wu Ch., Feng D.H, Chen X.G., et. al. // Phys. Rev.C. – 1987. – Vol. 36. – P. 1157.
2. Arima A., Iachello F. // Ann. Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253-317; Baktybaev K. // JaF. – 1979. – Т. 30. – S. 963.
3. Geyer . H.B., Nahne F.J. W. // Nucl. Phys. – 1981. – Vol. A363. – P. 45.
4. Kock E.A., Geyer H.B. // Phys. Rev. C. – 1991. – Vol. 42. – P. 1177.
5. Geyer H.B., Engelbrecht C.A., Nahne F.J.W. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 44. – P. 1030.
6. Geyer H.B. // Phys. Rev C. – 1986. – Vol. 34. – P. 2373.
7. Otsuka T., Arima A., Iachello F. // Nucl. Phys. – 1978. – Vol. A309. – P. 1.
8. Baktybaev K., Strygin D.P. // Izv. AN SSCR. Ser. fiz. – 1979. – Т. 43, № 1. – S. 118-123.
9. Davydov A.S. Vozbuzhdenные sostojaniya atomnyh jader. – M.: Atomizdat, 1967.

Резюме

*Қ. Бақтыбаев, К. Е. Раманқұлов, Н. О. Қойлық, А. Дәлелханқызы, М. К. Бақтыбаев**

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;
*ҚР Ядролық физика институты, Алматы қ.)

**ФЕРМИОН-ДИНАМИКАЛЫҚ СИММЕТРИЯ
ЖӘНЕ ОНЫҢ БОЗОНДЫҚ ТЕОРИЯМЕН СӘЙКЕСТІГІ**

Көпбөлшекті жүйелердің фермиондық динамика-симметриялық үлгісінің бозондық теориясына сәйкестігі зерттелді. Дайсон, Беляев–Зелевинский және сеньоритилік сәйкестендіру әдістерінің Гамильтонианы диагоналды түрде келтіріледі және оның қорытындысы ауыспалы ядролар үшін құрылған фермиондық теориямен және эксперимент берілгендерімен салыстырылады.

Кілт сөздер: атом ядросы, спектрлер, нуклондар әсерлесуі, гамма ауысуы.

Summary

*K. Baktybaev, K. E. Ramankulov, N. O. Koilyk, A. Dalelkhankyzy, M. K. Baktybaev**

(Al-Farabi Kazakh National University, Almaty;
*Institute of nuclear physics RK, Almaty)

BOSON MAPPING OF THE FERMION DYNAMICAL – SYMMETRICAL MODEL

Boson mapping of Fermi particle dynamic- symmetrical model of many-particle systems were investigated. Results of diagonalization of Hamiltonians of Daison Beljaev-Zelevinskij, Senioriti mapping and Fermi particle model itself were compared with experimental data for transient nuclear.

Keywords: atomic nucleus, the spectra vzaymodeystvie nucleon, gamma transitions.

Поступила 27.03.2013г.

А. Ш. ГАЙТИНОВ¹, А. И. ЛЕБЕДЕВА^{1,2}, И. А. ЛЕБЕДЕВ¹

¹Физико-технический институт, г. Алматы;

²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОЧАСТИЧНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЯДЕР ЗОЛОТА С ЭНЕРГИЕЙ 10.7 АГЭВ И ЯДЕР СВИНЦА С ЭНЕРГИЕЙ 158 АГЭВ С ЯДРАМИ ФОТОЭМУЛЬСИИ

Аннотация

Проведено исследование структуры флуктуаций плотности псевдобыстротных распределений вторичных частиц, образованных во взаимодействиях ядер свинца Pb с энергией 158 АГЭВ и ядер золота Au с энергией 10.7 АГЭВ с ядрами фотоэмульсии Em на основе метода Херста. Обнаружены события взрывного и смешанного типа. Эти типы имеют различные фрагментационные характеристики. Большинство событий взрывного типа являются процессами полного разрушения ядра снаряда, в которых многозарядные фрагменты отсутствуют. В событиях смешанного типа наблюдается множественное образование многозарядных фрагментов. Кроме того, события смешанного и взрывного типа существенно отличаются по множественности вторичных частиц. При этом относительное число событий смешанного типа значительно больше во взаимодействиях $Au+Em$ 10.7 А ГЭВ.

Ключевые слова: взаимодействия ядер, множественные процессы, фрагментация.

Клт сздер: ядролардың әрекеттестігі, көптеген үдерістер, фрагментация.

Keyword: interactions of the kernels, plural processes, a fragmentation.

Введение. Согласно теоретическим предсказаниям в области энергий в интервале от 4 до 11 ГэВ на нуклон должна формироваться смешанная фаза «возбужденной адронной материи», включающая как свободные кварки и глюоны, так и протоны с нейтронами [1].

Заманчивая перспектива обнаружения такого состояния ядерной материи обусловила не только новый взгляд на проблему исследования взаимодействия ядер, но и привела в настоящее время к новой целенаправленной концентрации как теоретических, так и экспериментальных исследований в этой области.

В данной работе проводится анализ характеристик взаимодействия тяжелых ядер, примерно одинаковой массы ($^{79}Au^{197}$ и $^{82}Pb^{208}$), но существенно отличающихся по энергии. Причем ядра золота имеет энергию в области смешанной фазы ядерной материи, а ядра свинца почти в 15 раз выше.

Исследование структуры флуктуаций плотности частиц, образованных в множественных процессах, позволяет выявить и исследовать многочастичные корреляции в распределениях вторичных частиц и механизмы формирования сложных конечных адронных состояний [2].

В данной работе для исследования многочастичных корреляций в псевдобыстротных распределениях вторичных частиц в множественных процессах использовался метод Херста [3].

В работе [4] показано, что использование этого метода позволяет оценить «силу» и «длину» многочастичных корреляций в псевдобыстротных распределениях вторичных частиц, отличать флуктуации динамически коррелированных распределений вторичных частиц от стохастических, связанных со статистическими причинами.

Метод. Для количественной характеристики «силы» корреляций в методе Херста используется отношение двух величин: стандартного (среднеквадратичного) отклонения на расстоянии k значений:

$$S(k) = \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k [\xi_i - \langle \xi \rangle]^2 \right]^{1/2}, \quad \langle \xi \rangle = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \xi_i. \quad (1)$$

и размаха, R , который определяется как разность между наибольшим и наименьшим накопленным отклонением от среднего на расстоянии k значений:

$$R(k) = \underbrace{\max_{1 \leq m \leq k} X(m, k)} - \underbrace{\min_{1 \leq m \leq k} X(m, k)} \quad X(m, k) = \sum_{i=1}^m [\xi(z_i) - \langle \xi \rangle], \quad 1 \leq i \leq m \leq k \quad (2)$$

В работе [3] было показано, что нормированный размах, определенный как:

$$H(k) = R(k) / S(k), \quad (3)$$

подчиняется соотношению:

$$H(k) = (ak)^h, \quad (4)$$

где h и a – два свободных параметра (h так называемый показатель коррелированности или индекс Херста). Причем, если последовательность ξ_i представляет собой белый шум, т.е. совершенно некоррелированный сигнал, то $h = 0.5$. Случай $0.5 < h < 1$ говорит о наличии корреляций в системе (для полностью коррелированного сигнала $h = 1$) [3,5].

Процедура анализа. Анализируемый набор включал экспериментальные данные EMU-01 коллаборации: взаимодействия ^{208}Pb 158 А·ГэВ и ^{197}Au 10.7 А·ГэВ с ядрами фотоэмульсии [6,7].

Из полной кинематической области рассматривался только центральный псевдобыстротный интервал $\Delta\eta = 4$, так называемая область пионизации. Этот интервал был разделен на k частей.

Подсчитав число частиц, заполнивших каждый подинтервал $\delta\eta_i = \Delta\eta/k$, где i меняется от 1 до k , мы получили последовательность чисел n_i . Для анализа относительных флуктуаций в индивидуальных событиях относительно среднего псевдобыстротного распределения мы рассмотрели последовательность

$$\xi_i = \frac{n_i^e n}{n^e n_i},$$

где n_i^e – число частиц, попавших в i -й бин рассматриваемого события; n^e – число частиц в этом событии; $n_i = \sum n_i^e$ – полное число частиц в i -м бине для всех событий; $n = \sum n^e$ – полное число частиц во всех событиях.

Для исследования многочастичных корреляций в распределении вторичных частиц была рассмотрена зависимость величины нормированного размаха $H(d\eta) = R(d\eta)/S(d\eta)$, где $d\eta = k' \cdot \delta\eta$ ($1 \leq k' \leq k$), от величины псевдобыстротного интервала.

Согласно уравнениям (1-3), вычислялся нормированный размах для этого псевдобыстротного интервала. Далее последовательность ξ_i была поделена на две части. Получив, таким образом, два независимых ряда «длиной» $k' = k/2$, мы рассчитали значение $H(k/2)$ для каждого ряда отдельно. После этого каждый из вновь полученных рядов мы разбили на две части, получив четыре независимых последовательности «длиной» $k' = k/4$, и вычислили $H(k/4)$. Такая процедура разбивки и анализа вновь получаемых рядов значений ξ_i продолжалась до тех пор, пока число членов в рядах – остатках не становилось меньше 16 ($\ll 1$), после чего процедура деления останавливалась. Результаты для H , соответствующие одному и тому же значению k' , усреднялись и откладывались в двойном логарифмическом масштабе как функция от k' . Затем, используя (4), находилось значение показателя h .

Результаты и обсуждение

На основе описанной процедуры мы провели последовательный анализ отдельных событий.

Отбор событий производился по среднему показателю скоррелированности $h_{cp} = 0.62$. В работе [8] было показано, что критерий $h_{cp} = 0.62$ соответствует процессу с максимальными двухчастичными корреляциями, т.е. процессу, в котором все вторичные частицы родились из двухчастичных распадов. И, следовательно, этот критерий условно делит весь экспериментальный набор на процессы, в которых наблюдаются некие динамические многочастичные корреляции, и на события, в которых многочастичные корреляции отсутствуют (преобладают двухчастичные корреляции и стохастические флуктуации).

На основе детального анализа отдельных взаимодействий были обнаружены события четырех типов.

Первый тип характеризуется линейным поведением кривой Херста с показателем $h \sim 0.5$ и соответствует некоррелированному или слабо коррелированному псевдобыстротному распределению вторичных частиц. События такого типа хорошо описываются на основе модельных расчетов со стохастическим псевдобыстротным распределением или в распределениях, полученных с учетом двухчастичных корреляций.

События второго типа характеризуются показателем кривой Херста $h > 0.62$ в области малых значений псевдобыстротных интервалов ($d\eta \leq 0.2$) и $h \sim 0.5$ при других значениях $d\eta$. Такое поведение корреляционной кривой соответствует существенному проявлению близких многочастичных корреляций и относится к процессам струйного типа.

К третьему типу были отнесены события, характеризующиеся $h > 0.62$ в области больших значений псевдобыстротных интервалов ($d\eta \geq 1$) и $h \sim 0.5$ при других значениях $d\eta$. Такое поведение корреляционной кривой соответствует существенному проявлению дальних многочастичных корреляций и относится к процессам взрывного типа.

К четвертому типу были отнесены события, имеющие $h > 0.62$ и при малых значениях и при больших значениях псевдобыстротного интервала. Такое поведение кривой Херста соответствует событиям смешанного типа, в котором на фоне процесса взрывного типа присутствуют процессы струйного типа.

Детальное исследование различных типов событий показало существенное различие их фрагментационных характеристик.

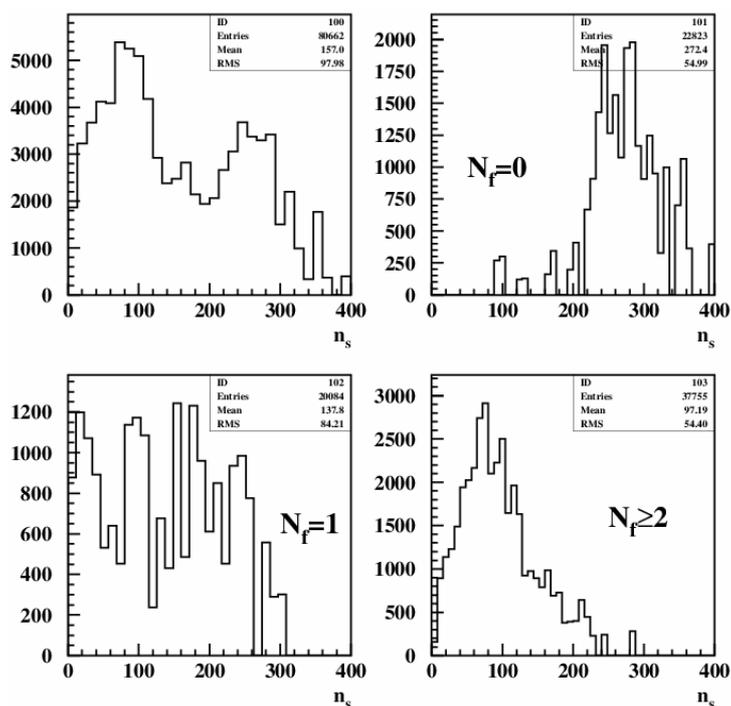


Рисунок 1 – n_s -распределение, нормированное на множественность события, в зависимости от числа многозарядных фрагментов во взаимодействиях $Au+Em$ 10.7 А ГэВ

На рисунке представлены нормированные распределения по множественности событий различного типа во взаимодействиях $Au+Em$ 10.7 А ГэВ.

При этом обнаружена довольно четкая двухгорбовая картина (рисунок 1 левый верхний) – наблюдается довольно четкое разделение событий разного типа по числу многозарядных фрагментов ядра снаряда.

События взрывного типа характеризуются полным отсутствием многозарядных фрагментов $N_f = 0$ (рисунок правый верхний).

В событиях смешанного типа наблюдается большое количество много зарядных фрагментов $N_f \geq 2$ (рисунок правый нижний).

События с $N_f = 1$ соответствуют событиям струйного и каскадно-испарительного типа. По параметрам фрагментации события струйного типа и каскадно-испарительного типа были объединены в общую группу и в дальнейшем рассматривались совместно.

В таблице представлен сравнительный анализ соотношения событий струйного, взрывного и смешенного типа во взаимодействиях тяжелых ядер свинца и золота.

Абсолютное и относительное число событий с различными типами фрагментации ядра-мишени для взаимодействий ядер золота при энергии 10.7 АГэВ и ядер свинца с энергией 158 АГэВ с ядрами фотоэмульсии

Тип события	Au		Pb	
	Число событий	Процент	Число событий	Процент
$N_f = 0$	89 событий	8.1 %	32 событий	8.9 %
$N_f = 1$	406 событий	36.9 %	189 событий	52.8 %
$N_f \geq 2$	605 событий	55 %	137 событий	38.3 %
Всего событий	1100		358	

Анализ результатов, представленных в таблице, позволяет сделать вывод о существенном различии развитии динамики множественного процесса при изменении энергии взаимодействия ядер.

При этом, относительное число событий полного разрушения ядра мишени практически не изменилось при увеличении энергии более, чем на порядок (8.1% событий во взаимодействиях $Au+Em$ 10.7 АГэВ и 8.9 % во взаимодействиях $Pb+Em$ 158 АГэВ). Более того, существенно уменьшилось число событий с $N_{zf} \geq 2$ (55% событий во взаимодействиях $Au+Em$ 10.7 АГэВ и только 38.3% во взаимодействиях $Pb+Em$ 158 АГэВ).

Данные результаты являются довольно неожиданными и в этой связи очень интересными.

Работа поддержана грантом МОН РК №1563/ГФ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Sissakian A.N., Sorin A.S., Toneev V.D. QCD Matter: A Search for a Mixed Quark-Hadron Phase // Nucl-th. – 2006. – 0608032. – Vol. 1. – P. 23.
- 2 Dremin I.M. The quark-gluon medium (micro- and macro- QCD) // HEP-Ph. – 2011. – 1101.5970 v1.
- 3 Hurst H.E., Black R.P., Simaika Y.M. Long-Term Storage: An Experimental Study. – Constable, London, 1965.
- 4 Lebedev I.A., Shaikhatdenov B.G. The use of Hurst method for rapidity correlations analysis // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 23 (1997) 637.
- 5 Feder J. «Fractals» – Plenum Press, New York, 1988.
- 6 Adamovich M.I. et al. // Phys. Lett. B352 (1995) 1472.
- 7 Adamovich M.I. et al. Multifragmentation of gold nuclei in the interactions with photoemulsion nuclei at 10.7-GeV/nucleon // Z. Phys.– A359, 1997. – P. 277-290.
- 8 Gaitinov A.Sh., Lebedev I.A., et al. A search of multiparticle correlations in 10.7 A GeV 197Au and 200 A GeV 32S interactions with emulsion nuclei by the Hurst method // Nucl-th. – 2011. – 1105.3029 vol. 1. – P. 1-10.

REFERENCES

- 1 Sissakian A.N., Sorin A.S., Toneev V.D. QCD Matter: A Search for a Mixed Quark-Hadron Phase // Nucl-th. – 2006. – 0608032. – Vol. 1. – P. 23.
- 2 Dremin I.M. The quark-gluon medium (micro- and macro- QCD) // HEP-Ph. – 2011. – 1101.5970. – Vol. 1.
- 3 H.E. Hurst, R.P. Black, Y.M. Simaika Long-Term Storage: An Experimental Study. – Constable, London, 1965.
- 4 Lebedev I.A., Shaikhatdenov B.G. The use of Hurst method for rapidity correlations analysis // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 23 (1997) 637.
- 5 Feder J. «Fractals» // Plenum Press, New York, 1988.
- 6 Adamovich M.I. et al. // Phys. Lett. – B352 (1995) 1472.
- 7 Adamovich M.I. et al. Multifragmentation of gold nuclei in the interactions with photoemulsion nuclei at 10.7-GeV/nucleon // Z. Phys., A359, 1997. – P. 277-290.
- 8 Gaitinov A.Sh., Lebedev I.A., et al. A search of multiparticle correlations in 10.7 A GeV 197Au and 200 A GeV 32S interactions with emulsion nuclei by the Hurst method // Nucl-th. 2011. – 1105.3029. – Vol. 1. – P. 1-10.

Резюме

А. Ш. Гайтинов¹, А. И. Лебедева^{1,2}, И. А. Лебедев¹

(¹Физика-техникалық институты, Алматы қ.);

²әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

10.7 АГЭВ ЭНЕРГИЯҒА ИЕ АЛТЫН ЯДРОСЫ МЕН 158 А ГЭВ ЭНЕРГИЯҒА ИЕ ҚОРҒАСЫН
ЯДРОСЫНЫҢ ФОТОЭМУЛЬСИЯ ЯДРОЛАРЫМЕН ӘСЕРЛЕСУІНДЕГІ КӨПБӨЛШЕКТІК
КОРРЕЛЯЦИЯНЫ ЗЕРТТЕУ

Херст әдісіне сүйеніп, 158 А гэв энергияға ие қорғасын *Pb* ядросы мен 10.7 АГЭВ энергияға ие алтын *Au* ядросының фотоэмульсия *Em* ядроларымен әсерлесуінен туындаған екінші ретті бөлшектердің жалған-жылдам үлестірілу тығыздығы флуктуациясының құрылымын зерттеу жұмыстары жүргізілді. Жарылыстық және аралас типтегі оқиғалар анықталды. Бұл типтер әртүрлі фрагментациялық сипаттарға ие. Жарылыстық типтегі көптеген үдерістер көпзарядты фрагменттері болмайтын снаряд ядросының толығымен бұзылу үдерісі болып табылады. Аралас типтегі оқиғаларда көпзарядты фрагменттердің көп ретті түзілуі байқалады. Сонымен қатар аралас және жарылыстық типтегі оқиғалар екінші ретті бөлшектердің көпреттілігі бойынша айтарлықтай ерекшеленеді. Соның ішінде аралас типтегі оқиғалардың салыстырмалы саны әсерлесулерде айтарлықтай көбірек *Au+Em* 10.7 А ГЭВ.

Кілт сөздер: ядролардың әрекеттестігі, көптеген үдерістер, фрагментация.

Summary

A. Sh. Gaitinov¹, A. I. Lebedeva^{1,2}, I. A. Lebedev¹

(¹Institute of Physics and Technology, Almaty;
²Kazak National University of Al-Farabi, Almaty)

RESEARCH OF MULTIPARTICLE CORRELATIONS
IN INTERACTIONS OF 10.7 AGeV GOLD NUCLEI AND
158 AGeV LEAD NUCLEI WITH PHOTOEMULSION NUCLEI.

Research of fluctuations structure of pseudorapidity distributions of secondary particles, formed in interactions of 158 AGeV lead nuclei *Pb* and 10.7 AGeV gold nuclei *Au* with photoemulsion nuclei *Em* by Hurst method, is carried out. As result, events of the explosive and mixed type are found out. These types have various fragmentation characteristics. The most of events of explosive type are processes of full destruction of projectile nuclei, in which multi-charge fragments are absent. Events with several multi-charge fragments of projectile nucleus have Hurst curves corresponding processes of mixed type. Besides, events of the mixed and explosive type essentially differ on multiplicity of secondary particles. Moreover, relative number of events of the mixed type is much more in interactions *Au+Em* 10.7 АГЭВ.

Keyword: interactions of the kernels, plural processes, a fragmentation.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН¹, В. В. СУМИН², Д. Т. АЗНАБАЕВ²,
А. К. БЕКБАЕВ¹, И. ЧУПРАКОВ², Ж. ТОКСАБА²

(¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
²Лаборатория нейтронной физики им. И. М. Франка, ОИЯИ, г. Дубна, Россия)

ИЗУЧЕНИЕ МИКРОНАПРЯЖЕНИЙ И ФАЗОВОГО СОСТАВА ТВЕРДОГО СПЛАВА Т30К4 МЕТОДОМ ДИФРАКЦИИ НЕЙТРОНА

Аннотация

Методом нейтронной дифракции высокого разрешения исследованы микродеформации и фазовый состав твердого сплава Т30К4, которые применяются для обработки материалов резанием чистового точения с малым сечением среза, нарезания резьбы и развертывания отверстий незакалённых и закаленных углеродистых сталей. Изучено влияние температуры и длительности термообработки на выделение частиц дисперсионно-упрочняющей фазы, а также на изменение параметров и микродеформаций кристаллической решетки. Представлены экспериментальные результаты по изменению кристаллической структуры и теплоемкости нестехиометрического карбида вольфрама WC и карбида титана TiC. Установлено, что при 600⁰С градусах WC распадается на W и C, мы предполагаем, что карбид вольфрама частично растворяется в карбиде титана при температуре 600⁰ С с образованием твердого раствора (TiW)C, имеющего более высокую твердость, чем WC, показано на нейтронограммах, что 10-13% W переходит в TiC.

Ключевые слова: кристаллическая решетка, микронапряжение, карбиды.

Кілт сөздер: кристалдық тор, микрокернеу, карбидтер.

Keywords: crystal lattice, microstrain, carbides.

Введение. Повышенный интерес к вопросам разработки новых эффективных методов получения тугоплавких соединений – карбидов, боридов, силицидов и интерметаллидов металлов IV–VI групп – продиктован непрерывно расширяющимся их использованием в современной технике. Карбиды переходных *d*-металлов IV–VI групп [1] известны как самые тугоплавкие и твердые из всех соединений. Благодаря этому в современной технике карбиды используют в производстве конструкционных и инструментальных материалов, способных работать при высокой температуре, в агрессивных средах и при больших нагрузках; с их применением создают защитные и упрочняющие покрытия и т.д. Структура вольфрамовых сплавов представляет собой частицы карбида вольфрама WC, связанные кобальтом. Титановольфрамовые сплавы состоят из карбидов WC и TiC, связанных кобальтом. При высоком содержании карбида титана (Т30К4) структура состоит – только из карбида титана и кобальта, так как вольфрам и углерод растворяются в карбиде титана. Среди них карбид вольфрама WC и карбид титана TiC, отличающийся термической стабильностью механических свойств [2, 3], нашел наибольшее применение в производстве износостойких твердых сплавов, составляющих основную часть всех инструментальных материалов. В последние двадцать лет особенно активно ведутся исследования, связанные с получением и применением карбида вольфрама и карбида титана в нанокристаллическом состоянии, что, как ожидается, позволит повысить эксплуатационные свойства материалов.

Методика измерений и образцы

Дифракционные эксперименты были проведены на установке ФСД (фурье-стресс-дифрактометр) [4, 5], действующей на источнике нейтронов в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка (Россия, г. Дубна). Нейтронный фурье-дифрактометр ФСД, который благодаря специальной корреляционной методике (использование быстрого фурье-прерывателя для модуляции интенсивности первичного нейтронного пучка и применение RTOF-метода для накопления данных) позволяет получать дифракционные спектры высокого разрешения $\Delta d/d \approx 4 \cdot 10^{-3}$. Разрешение практически не зависит от межплоскостного расстояния, что позволило провести анализ микроструктурных характеристик образцов. На предварительном этапе работы была проведена оценка разрешающей способности ФСД и его чувствительности к уширению дифракционных пиков, основными причинами которых являются микродеформации в материале и конечные размеры кристаллитов. Для этого были измерены дифракционные спектры от порошка α -Fe, который традиционно используется для калибровки и определения функции разрешения на данной установке. Как видно из рисунка 1, на котором показано сравнение функции разрешения ФСД с ширинами некоторых дифракционных пиков TiC твердого сплава Т30К4, с помощью этого дифрактометра могут быть измерены достаточно легко и надежно.

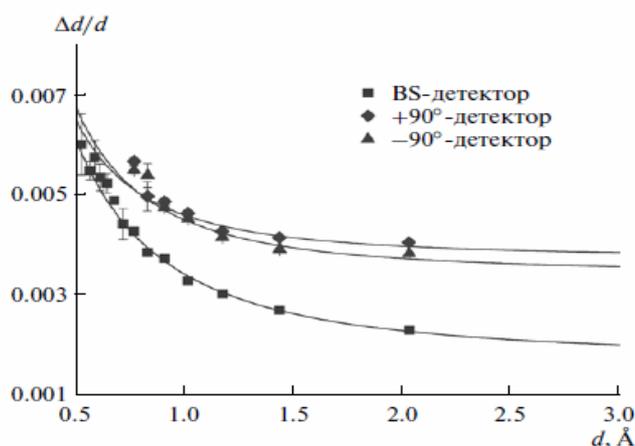


Рисунок 1 – Функция разрешения ФСД для детекторов BS⁻ ($2\theta = \pm 140^\circ$) и ASTRA[±] ($2\theta = \pm 90^\circ$), определенная по дифракции на порошке α -Fe при максимальной скорости вращения фурье-прерывателя $V_{\max} = 6000$ об/мин. Сплошной линией представлена расчетная кривая

Полный поток тепловых нейтронов на образце (без прерывателя) составляет около $1,8 \cdot 10^6$ нейтр./см²/сек. Спектральное распределение интенсивности падающего пучка нейтронов позволяет эффективно работать при $\lambda \geq 1.12$ Å. Это позволяет регистрировать дифракционные спектры в интервале $d_{hkl} = 0.63 \div 3.90$ Å при $2\theta = 90^\circ$, что является оптимальным диапазоном для большинства конструкционных материалов, используемых в промышленности. Характерный дифракционный спектр высокого разрешения, измеренный на стандартном образце α -Fe при максимальной скорости вращения фурье-прерывателя $V_{\max} = 6000$ об/мин, показан на рисунке 2.

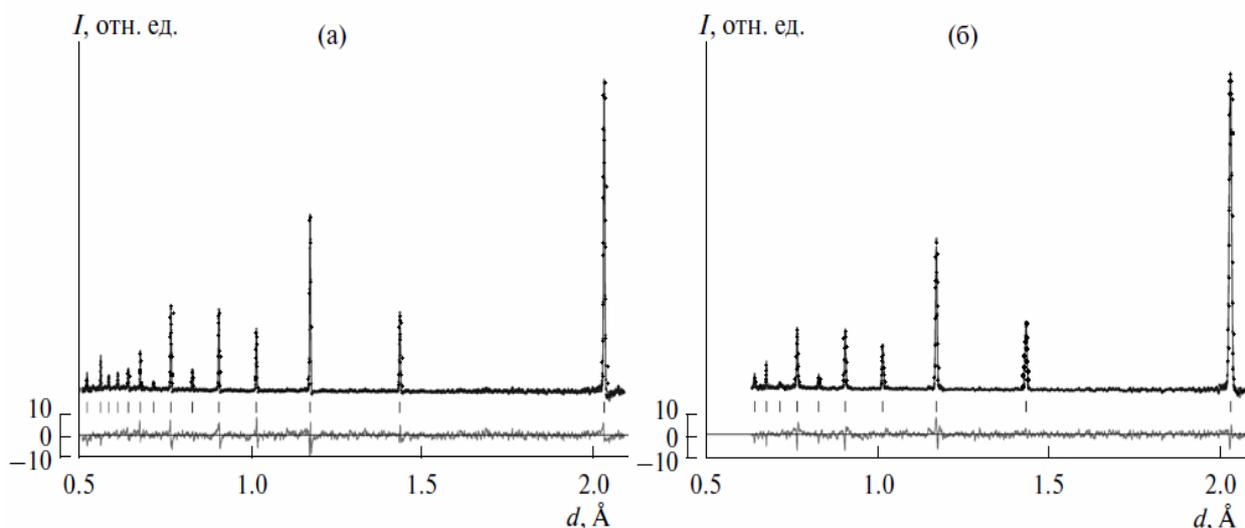


Рисунок 2 – Участок дифракционного спектра стандартного образца α -Fe, измеренного на ФСД в режиме высокого разрешения детекторами BS (а) и ASTRA (б). Показаны экспериментальные точки, рассчитанная по методу Ритвельда – профильная кривая и разностная кривая, нормированная на среднеквадратичные отклонения экспериментальных точек. Штрихами указаны положения дифракционных пиков

Функциональная зависимость ширины пиков от межплоскостного расстояния связано соотношением:

$$W^2 = C_1 + C_2 d^2 + C_3 d^2 + C_4 d^4, \quad (1)$$

где W – ширина пика; C_1 и C_2 – константы, определяющие функцию разрешения дифрактометра и известные из измерений с идеальным поликристаллом; $C_3 = (\Delta a/a)^2$ – дисперсия параметра элементарной ячейки (микронапряжение); C_4 – константа, связанная с размером кристаллитов.

Разрешение нейтронного дифрактометра по времени пролета в первом приближении определяется четырьмя слагаемыми:

$$R = d/d = [(\Delta t_0/t)^2 + (\Delta\theta/\text{tg}\theta)^2 + (\tau_0/N)^2 + (\Delta L/L)^2]^{1/2}, \quad (2)$$

где t_0 – ширина нейтронного импульса; $t = 252.778L\lambda$ – полное время пролета (в мкс); L – пролетное расстояние от источника до детектора (в м); λ – длина волны нейтрона (в Å); θ – угол Брэгга, τ_0 – ширина канала TOF анализатора; N – номер канала TOF анализатора (с учетом задержки). Первое слагаемое представляет неопределенность во времени пролета, второе – включает все геометрические неопределенности, связанные с процессом рассеяния на разные углы, третье связано с конечной шириной временного канала, четвертое является неопределенностью в пролетном расстоянии.

Из сравнения (1) и (2) следует, что $C_1 \sim \Delta t_0^2$, $C_2 \sim (\Delta\theta/\text{tg}\theta)^2 + (\tau_0/N)^2 + (\Delta L/L)^2$. Если W выражена в TOF-каналах, то

$$C_1 = (\Delta t_0/\tau)^2, \quad (3)$$

где τ – ширина канала. Если d выражено в Å, то

$$C_2 = \text{const} \cdot [(\Delta\theta/\text{tg}\theta)^2 + (\tau_0/N)^2 + (\Delta L/L)^2], \quad (4)$$

где $\text{const} = (505.556 \cdot L \cdot \sin(\tau))^2 = (1683)^2$ для детектора обратного рассеяния с $L=7,067$ м, $= 70,432^\circ$, $\tau = 2$ мкс.

Аналогично $C_3 = (1683)^2 \cdot (\Delta a/a)^2$. Уширение пиков, связанное с размером кристаллитов, далее предполагается несущественным.

Для набора статистики измерения дифракционных спектров проведены от комнатной температуры до 600°C . Образцы мерились по 6 часов на каждой точке. На нейтронограммах видны пики от держателя (нержавейка, показаны окружностями), рис. 5, чтобы учесть их при обработке, сделано измерение печи без образца. Пересчитаны в межплоскостные расстояния TiC и нормированы на ванадий. Обработка дифракционных данных проведена по методу Ритвельда с помощью программного пакета Vmгia, в котором заложена возможность анализа зависимости ширины пиков от межплоскостного расстояния и определения вклада в ширину от микродеформаций кристаллической решетки матрицы и от средних размеров когерентно рассеивающих кристаллитов [6].

Экспериментальные результаты

Отдельные пики TiC обрабатывались с помощью программы UPEAK для получения значений ширины.

Согласно нейтронограммам, при комнатной температуре TiC имели структуру типа NaCl. Отметим, что структурные характеристики образцов соответствуют известным данным для этих составов. Анализ нейтронограмм показал, что при разных температурах от комнатной до 600°C , с интервалом 200 градусов Цельсия по 6 часов выдержки на заданной температуре микронапряжение меняется ничтожно мало (рисунки 3 и 4).

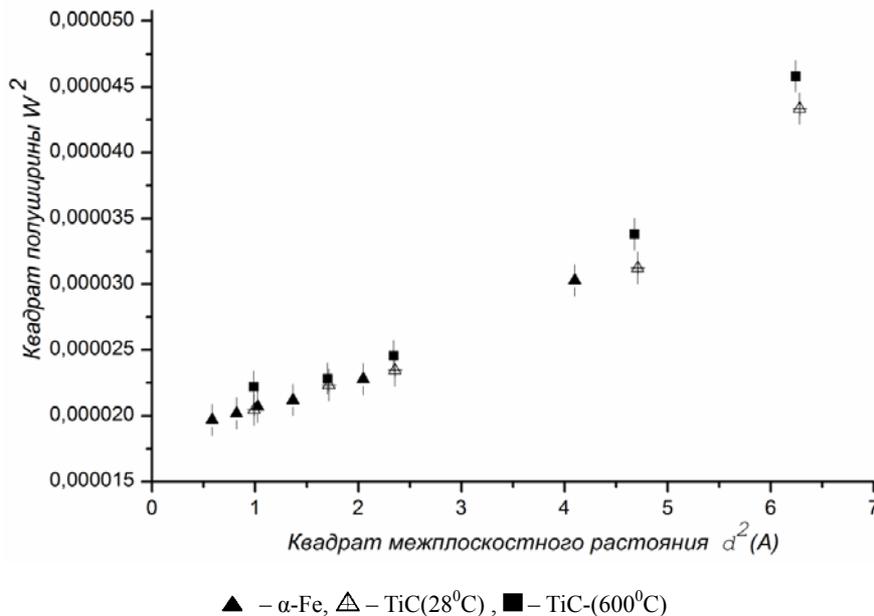


Рисунок 3 – Образец-«Т30К4». Зависимость квадратов полуширин W^2 дифракционных пиков от квадратов межплоскостных расстояний d^2 (Å) для α -Fe, TiC – при комнатной температуре и TiC – при 600°C

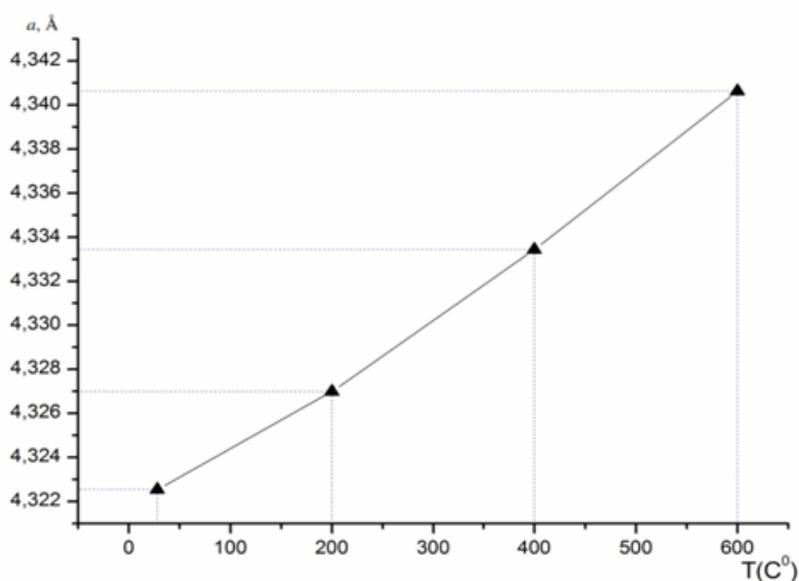


Рисунок 4 – Образец-«Т30К4». Температурная зависимость параметра решетки TiC

Таблица 1 – Параметр решетки TiC и микродеформация образца T30K4 при отжигах от комнатной до 600° С мерились по 6 часов на каждой точке

Режим обработки	$a, \text{Å}$	$\varepsilon \cdot 10^{-4}$
Отжиг 200°С, 2 ч	4,32698	0,34596
400°С, 1 ч	4,33344	0,34225
600°С, 6 ч	4,34063	0,32400

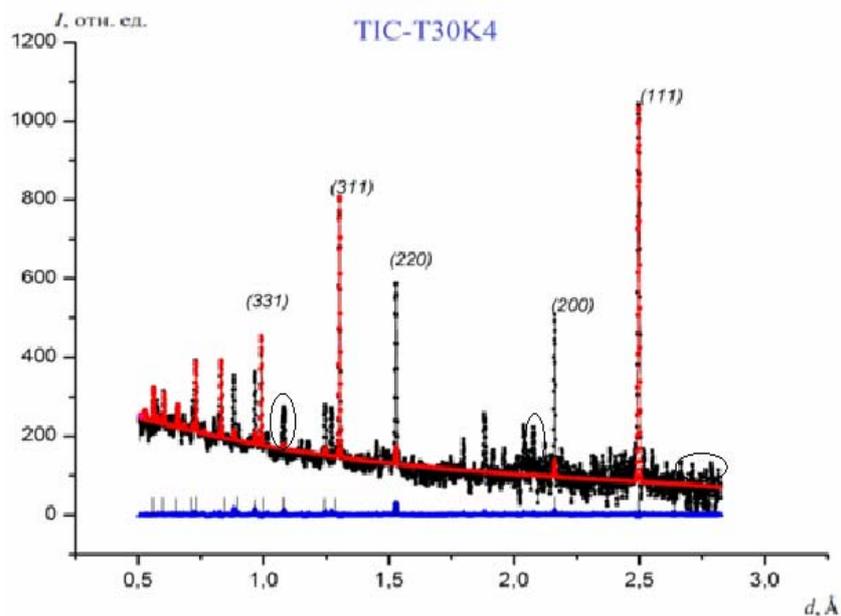


Рисунок 5 – Образец-«Т30К4». Показаны экспериментальные точки, рассчитанные по методу Ритвельда.

Штрихами указаны положения дифракционных пиков TiC.

На нейтронограммах видны пики от держателя (не锈钢ейка, показаны окружностями)

Для малого WC описывается хорошо, переход WC → TiC трудно фиксировать. Химический состав перехода TiC → WC (15%), но при этом TiC экспериментально не соответствует, это говорит о том, что вместо Ti переходит W, при WC → TiC хорошо соответствует. Мы определили состав сплава в процентных содержаниях.

Таблица 2 – Состав твердого сплава-T30K4

WC, %	TiC, %	Co, %
68	28	4

Заключение. Сплавы титановольфрамовой группы (WC-TiC-Co) имеют более высокую теплостойкость и твердость, тем не менее в нейтронограммах видно, как вместе с карбидом титана просвечивается вольфрам титан. Мы предполагаем, что карбид вольфрама частично растворяется в карбиде титана при температуре спекания с образованием твердого раствора (Ti, W)C, имеющего более высокую твердость, чем WC. Структура карбидной фазы зависит от соотношения WC и TiC в шихте.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Гурин В. Н. Методы синтеза тугоплавких соединений переходных металлов и перспективы их развития // Успехи химии. – 1972. – Т. 41, № 4. – С. 616.
- 2 Кислый П.С., Голубях Л.С., Заверуха О.В. Порошковая металлургия // 1970. – № 9. – С. 94-98.
- 3 Андриевский Р.А. // В кн.: Материалы Всесоюзной конференции «Исследование и разработка теоретических проблем в области порошковой металлургии и защитных покрытий». – Минск, 1984. – Ч. 3. – С. 14-23.
- 4 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. // Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing. – 2002. – Vol. 74. – Suppl. 1. – P. s86.
- 5 Козлов А.В., Бобылев А.В., Халиулин Е.В., Возможность холодной гибки труб из нержавеющей и титановых сплавов. – Изд-во ИНГН. – Т. 11. – 2010. – С. 9-21.
- 6 Aksenov V.L., Balagurov A.M., Simkin V.G., Bulkin A.P., Kudrjashev V.A., Trounov V.A., Antson O., Hiismaki P., Tiitta A. Performance of the high resolution Fourier diffractometer at the IBR-2 pulsed reactor // J. of Neutron Research. – 1997. – Vol. 5. – P. 181-200; Препринт ОИЯИ. – P13-96-164. – Дубна, 1996.

REFERENCES

- 1 Gurin V. N. Metody sinteza tugoplavkih soedinenij perehodnyh metallov i perspektivy ih razvitiya // Uspеhi himii, **1972**, T. 41, № 4. S. 616. (in Russ.)
- 2 Kislyj P.S., Golubjаh L.S., Zaveruha O.V. Poroshkovaja metallurgija // **1970**, №9, s. 94-98. (in Russ.)
- 3 Andrievskij R.A. // V kn.: Materialy Vsesojuznoj konferencii «Issledovanie n razrabotka teoreticheskikh problem v oblasti poroshkovoј metallurgii n zashhitnyh pokrytij». – Minsk, **1984**, ch. 3, s. 14-23. (in Russ.)
- 4 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. // Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing. **2002**. V. 74. Suppl. 1. P. s86.
- 5 Kozlov A.V., Bobylev A.V., Haliulin E.V., Vozmozhnost' holodnoj gibki trub iz nerzhaveshhiih i titanovyh splavov. – Izd-vo INGN. – T. 11 (**2010**). – S. 9-21. (in Russ.)
- 6 Aksenov V.L., Balagurov A.M., Simkin V.G., Bulkin A.P., Kudrjashev V.A., Trounov V.A., Antson O., Hiismaki P., Tiitta A. Performance of the high resolution Fourier diffractometer at the IBR-2 pulsed reactor // J. of Neutron Research. **1997**. – Vol. 5. – P. 181-200; Preprint OIJaI. – R13-96-164. – Dubna, 1996.

Резюме

М. Дінейхан¹, В. В. Сумин², Д. Т. Азнабаев², А. К. Бекбаев¹, И. Чупраков², Ж. Тоқсаба²

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;

²Франк атындағы Нейтрондық физика зертханасы, Дубна қ., Ресей)

НЕЙТРОНДЫҚ ДИФРАКЦИЯ ӘДІСІМЕН БЕРІК ҚОСПАЛАРДАН ТҰРАТЫН Т30К4 МИКРОКЕРНЕУЛІГІН ЖӘНЕ ФАЗАЛЫҚ ҚҰРАМЫН ЗЕРТТЕУ

Жоғары сапалы нейтрондық дифракция әдісімен микродеформацияланған және Т30К4 берік қоспаларының фазалық құрамы зерттелді. Бұл қоспалар материалдарға таза ұшталған, өткірленген шағын қималы кесу әдісін пайдаланып, шыңдалған және шыңдалмаған көміртекті болаттардың бұрандасын тілу және саңылауларын күшейтуде қолданылады. Фазаның (кезеңнің) дисперсионды – орнығуынан бөлшектердің бөлінуі, кристалдық тордың микродеформациясы және параметрлерінің өзгерісіне температура мен термоөңделудің ұзақтық әсері зерттелді. Кристалдық құрылымның және стехиометриялық емес вольфрам карбиды WC мен титан карбидінің TiC жылусыйымдылықтары өзгерісінің эксперименталды нәтижелері келтірілген. 600⁰C-да WC W және C ыдырайтындығы анықталды, біздің болжамымыз бойынша, вольфрам карбиды, титан карбидінде 600⁰C-да ішінара ыдырап, (TiW)C берік ерітіндісі пайда болады, (TiW)C ерітіндісі WC қарағанда беріктілігі анағұрлым жоғары, нейтронограммаларда W-ның 10–13% TiC-қа өтетіндігі көрсетілген.

Кілт сөздер: кристалдық тор, микрокернеу, карбидтер.

Summary

M. Dineykhan¹, V. V. Sumin², D. T. Aznabaev², A. K. Bekbaev¹, I. Shuprakov², Zh. Toksaba²

¹Kazakh National University after al-Farabi, Almaty;

²Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR, Dubna, Russia)

**STUDY OF MICROSTRESSES AND PHASE COMPOSITION HARD ALLAY T30K4
WITH NEUTRON DIFFRACTION METHOD.**

Microstrain and phase composition of carbide T30K4, which are used for the treatment of materials by cutting finish turning with a small section of the cutoff, tapping and reaming unhardened and hardened carbon steel, are studied by the method of Neutron Diffraction with high resolution. The effect of temperature and duration of heat treatment on the selected particle precipitation-hardening phase, and the modification of parameters and micro crystalline lattice are studied. Experimental results on the change in the crystal structure and the thermal capacity of nonstoichiometric tungsten carbide WC and titanium carbide TiC. It was found that when 600 °C degrees WC divided into W and C, we suggest that tungsten carbide is partially soluble in titanium carbide at 600°C, with the formation of a solid solution (TiW) C, which has a higher hardness than WC, it is shown by the neutron diffraction patterns that 10-13% W goes into TiC.

Keywords: crystal lattice, microstrain, carbides.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН¹, В. В. СУМИН², Д. Т. АЗНАБАЕВ²,
Д. М. ДЖАНСЕЙТОВ¹, Б. МУХАМЕТУЛЫ¹, Ч. ДАУЫЛБАЕВ²

(¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
²Лаборатория нейтронной физики им. И. М. Франка, ОИЯИ, г. Дубна, Россия)

НЕЙТРОННЫЙ ФУРЬЕ-ДИФРАКТОМЕТР ФСД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В МАТЕРИАЛАХ И ПРОМЫШЛЕННЫХ ИЗДЕЛИЯХ

Аннотация

Изучение остаточных напряжений в материалах при помощи дифракции нейтронов приобрело широкое распространение в мире из-за высокой проникающей способности нейтронов. Поэтому для проведения работ по исследованию остаточных напряжений на канале №11а реактора ИБР-2 в ЛНФ им. И. М. Франка ОИЯИ (Дубна, Россия) создан нейтронный фурье-дифрактометр ФСД, который благодаря специальной корреляционной методике (использование быстрого фурье-прерывателя для модуляции интенсивности первичного нейтронного пучка и применение RTOF-метода для накопления данных) позволяет получать дифракционные спектры высокого разрешения $\Delta d/d = 4 \cdot 10^{-3}$. Данный дифрактометр создавался с учетом мирового опыта в исследовании остаточных напряжений в материалах, также использовался опыт создания подобного типа приборов в России и за рубежом. В работе дано описание дифрактометра ФСД и текущее состояние прибора.

Ключевые слова: кристаллическая решетка, микронапряжение, фактор Дебая-Валлера.

Кілт сөздер: кристалдық тор, микркернеу, Дебай-Валлер факторы.

Keywords: crystal lattice, microstrain, Debye-Waller factor.

Введение. Для исследования внутренних напряжений в материалах уже много лет используются различные методики неразрушающего контроля: дифракция рентгеновских лучей, ультразвуковое сканирование, различные магнитные методики (измерение магнитной индукции, проницаемости, анизотропии, эффекта Баркхаузена, магнитоакустических эффектов). Однако все эти методы имеют определенные ограничения. Например, с помощью рассеяния рентгеновских лучей и магнитных методов можно исследовать напряжения только вблизи поверхности материала вследствие их малой глубины проникновения; кроме того, применение магнитных методов ограничено ферромагнитными материалами. Также на магнитные и ультразвуковые методы сильное влияние оказывает наличие текстуры в образце. Среди всех этих методик изучение напряжений при помощи дифракции нейтронов стоит на особом месте, так как в отличие от традиционных методов нейтроны могут проникать в материал на глубину до 2–3 см для сталей и до 10 см для алюминия. Результаты нейтронных экспериментов используются для оптимизации технологии при производстве материалов с необходимыми механическими свойствами. В ЛНФ имени И.М. Франка ОИЯИ с середины 90-х годов началась систематическая работа по определению внутренних напряжений в объемных изделиях на нейтронном фурье-дифрактометре высокого разрешения ФДВР [1, 2] на импульсном реакторе ИБР-2. Были проведены исследования остаточных напряжений как в различных изделиях [3], используемых в промышленности, в том числе и атомной [4], так и в композитных (WC/Co [5] и Al/Al₂O₃ [6]) и градиентных (W/Cu [7]) материалах. Кроме того, с помощью дифракции нейтронов изучались механические свойства аустенитной стали X6CrNiTi1810 при одноосном растяжении, а также остаточные напряжения, содержание мартенсита и текстура в этом же материале, подвергнутом циклической нагрузке [8]. Накопленный опыт исследований в этой области позволил приступить к созданию специализированного фурье-дифрактометра для изучения внутренних напряжений–дифрактометра ФСД (фурье-стресс-дифрактометр) [9–11]. В данной работе дано краткое описание метода исследования внутренних напряжений с помощью дифракции нейтронов, рассмотрены требования к параметрам дифрактометра на импульсном источнике нейтронов, приведено описание созданной на реакторе ИБР-2 установки ФСД и результаты тестовых экспериментов.

1. Метод измерения внутренних напряжений на источнике нейтронов с широким импульсом. Внутренние напряжения, существующие в материале, вызывают соответствующую деформацию кристаллической решетки, что, в свою очередь, выражается в сдвиге брэгговских пиков на дифракционном спектре. Это дает прямую информацию об изменении межплоскостных расстояний в выделенном объеме, которую можно легко преобразовать в данные о внутренних напряжениях, используя известные упругие константы материала:

$$\frac{(d_{exp}-d_0)}{d_0}=\Delta a/a_0\approx\sigma/E, \quad (1)$$

где d_{exp} – измеренное значение межплоскостного расстояния; d_0 – это же межплоскостное расстояние в образце без внутренних напряжений; $\Delta a/a_0$ – деформация как относительное изменение параметра элементарной ячейки материала, E – модуль Юнга вещества; σ – напряжение.

Таким образом, суть дифракционного метода изучения напряжений исключительно проста и в стандартной постановке эксперимента состоит в формировании падающего и рассеянного пучков нейтронов с помощью диафрагм и/или радиальных коллиматоров и в выделении в образце малого рассеивающего объема – gauge volume. При этом измеряются относительные смещения дифракционных пиков от положений, определяемых параметрами элементарной ячейки недеформированного материала [12].

Принцип определения деформации кристаллической решетки основан на применении закона Брэгга:

$$2d_{hkl} \sin \theta = \lambda$$

где λ – длина волны нейтрона, d_{hkl} – межплоскостное расстояние, θ – угол Брэгга. При этом деформация кристаллической решетки определяется как

$$E_{hkl} = (d_{hkl} - d_{hkl}^0) / d_{hkl}^0 = -\Delta \theta \cot \theta \quad \text{или} \quad E_{hkl} = (d_{hkl} - d_{hkl}^0) / d_{hkl}^0 = \Delta t / t, \quad (2)$$

где d_{hkl} и d_{hkl}^0 – межплоскостные расстояния для деформированной и недеформированной решеток соответственно, t – время пролета нейтрона. При использовании двухосного дифрактометра на источнике с непрерывным потоком деформация определяется по изменению в угле рассеяния – $\Delta \theta \cot \theta$. В случае применения метода времени пролета (TOF-метод) на импульсном источнике деформация определяется по относительному изменению времени пролета нейтронов $\Delta t / t$. В зависимости от длины волны положение пиков на шкале времени определяется условием:

$$t = L/v = \lambda mL/h = 2mL d_{hkl} \sin \theta / h, \quad (3)$$

где L – полное пролетное расстояние от источника нейтронов до детектора; v – скорость нейтрона; λ – длина волны нейтрона, m – масса нейтрона; h – постоянная Планка; d_{hkl} – межплоскостное расстояние; θ – угол Брэгга.

Анализ формы (в простейшем случае ширины) дифракционных пиков может дать сведения об искажениях кристаллической решетки внутри отдельных зерен (микронапряжениях) и их размерах. Особенно удобно это можно выполнить на TOF-дифрактометре по функциональной зависимости ширины пиков от межплоскостного расстояния:

$$W = C_1 + C_2 d^2 + C_3 d^3 + C_4 d^4, \quad (4)$$

где W – ширина пика; C_1 и C_2 – константы, определяющие функцию разрешения дифрактометра и известные из измерений со стандартным образцом; $C_3 = (\Delta a/a)^2$ – дисперсия параметра элементарной ячейки (микронапряжение); C_4 – константа, связанная с размером кристаллитов. Разрешение нейтронного дифрактометра по времени пролета в первом приближении определяется тремя слагаемыми:

$$R = \Delta d/d = [(\Delta t_0/t)^2 + (\Delta \theta / \tan \theta)^2 + (\Delta L/L)^2]^{1/2}, \quad (5)$$

где t_0 – ширина нейтронного импульса; $t = 252.778L\lambda$ – полное время пролета (в мкс); L – пролетное расстояние от источника до детектора (в м); λ – длина волны нейтрона (в Е); θ – угол Брэгга. Первое слагаемое представляет неопределенность во времени пролета, второе – включает все геометрические неопределенности, связанные с процессом рассеяния на разные углы, третье является неопределенностью в пролетной базе. Разрешение будет улучшаться при приближении угла Брэгга к 90° , при уменьшении ширины импульса и увеличении пролетного расстояния. На импульсных нейтронных источниках с коротким импульсом быстрых нейтронов ширина импульса тепловых нейтронов может быть уменьшена до ~ 20 мкс/Å, и при увеличении пролетной базы до 100 м разрешение может быть доведено до 0.001, а при необходимости – до 0.0005.

Для нейтронных источников с большой длительностью импульса, каким является ИБР-2, такой путь достижения высокого разрешения заведомо неприемлем, и единственным практическим путем является применение обратного метода времени пролета в сочетании с фурье-прерывателем (RTOF-метод) [13], который обеспечивает большую светосилу эксперимента по сравнению с другими корреляционными методиками.

В RTOF-методе накопление спектра ведется при непрерывном изменении частоты вращения фурье-прерывателя от нулевой до некоторой максимальной частоты ω_m . При этом временная компонента функции разрешения определяется функцией разрешения фурье-прерывателя R_c , которая зависит от конкретного распределения частот $g(\omega)$, и может быть представлена в виде:

$$\Delta t_0/t \sim \int_0^{\omega_m} g(\omega) \cos(\omega t) d\omega, \quad (6)$$

где $\Omega = N\omega_m$ – максимальная частота модуляции интенсивности нейтронного пучка; N – число щелей фурье-прерывателя. При разумном выборе $g(\omega)$ полная ширина $\Delta t_0/t$ на половине высоты равна Ω^{-1} и при $N = 1024$, $\omega_m = 100$ кГц составляет около 10 мкс. Это означает, что уже при пролетном расстоянии от прерывателя до

детектора ~ 6.5 м и угле рассеяния $2\theta = 90^\circ$ вклад временной компоненты в функцию разрешения может быть $\Delta t_0/t \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ при $d = 2\text{Å}$. При использовании тонких детекторов третья слагаемое в (5) становится пренебрежимо малым, а геометрический вклад может быть оптимизирован, исходя из желаемого соотношения между разрешением и интенсивностью. Обычным решением является выбор фокусирующей геометрии в расположении детекторных элементов с параметрами, обеспечивающими величину геометрического вклада, равного временному вкладу в полную функцию разрешения. Для увеличения светосилы ТОФ-дифрактометра и уменьшения уровня фона первичный пучок нейтронов формируется с помощью изогнутого зеркального нейтроновода. Расчет показывает, что при полной пролетной базе от источника до образца ~ 20 м и горизонтальном сечении нейтрона вода ≤ 1 см радиус кривизны может быть достаточно большим, чтобы пропускались нейтроны вплоть до $\lambda \approx 1 \text{Å}$. В этом случае число одновременно наблюдаемых дифракционных пиков, в том числе при дифракции на веществах с малыми размерами элементарной ячейки (сталь, алюминий), составляет около десяти, что достаточно для анализа анизотропии напряжений. Кроме того, на дифрактометре для измерения внутренних напряжений должна быть специальная организация места образца, включающая возможность установки объемного и тяжелого оборудования (гониометр, нагрузочная машина и так далее).

2. Дифрактометр ФСД на импульсном реакторе ИБР-2. Фурье-дифрактометр для измерения внутренних напряжений ФСД (рисунок 2) на быстром импульсном реакторе ИБР-2 в ЛНФ ОИЯИ создавался с учетом мирового опыта в постановке исследований внутренних механических напряжений в объемных образцах и изделиях. Использовался опыт ПИЯФ, Гатчина (дифрактометр мини-СФИНКС [14]), GKSS, Геестхахт (дифрактометр FSS [15]) и ЛНФ ОИЯИ, Дубна (дифрактометр ФДВР [1]) с применением фурье-техники в дифракции нейтронов. Все три перечисленные прибора являются ТОФ-дифрактометрами с использованием быстрого фурье-прерывателя для модуляции интенсивности первичного пучка и применением RTOF-метода для накопления данных. Основными функциональными узлами дифрактометра ФСД являются: источник нейтронов (реактор ИБР-2 с водяным гребенчатым замедлителем), производящий импульсы тепловых нейтронов с частотой 5 Гц и длительностью ~ 320 мкс; длинный изогнутый зеркальный нейтроновод, очищающий пучок от быстрых нейтронов и γ -лучей; быстрый фурье-прерыватель, обеспечивающий модуляцию интенсивности нейтронного пучка; прямой зеркальный нейтроновод, формирующий пучок тепловых нейтронов на образце; детекторная система, состоящая из детекторов на углах рассеяния $\pm 90^\circ$ и детектора обратного рассеяния; механические системы, включающие платформу для расположения гониометрических и нагрузочных машин, и коллимационные устройства, задающие расходимость первичного пучка и выделяющие рассеивающий объем в образце; электроника накопления данных, включающая RTOF-анализатор. Система автоматизации дифрактометра ФСД [16] создана на основе VME-компьютера и позволяет осуществлять локальное или дистанционное управление ходом эксперимента.

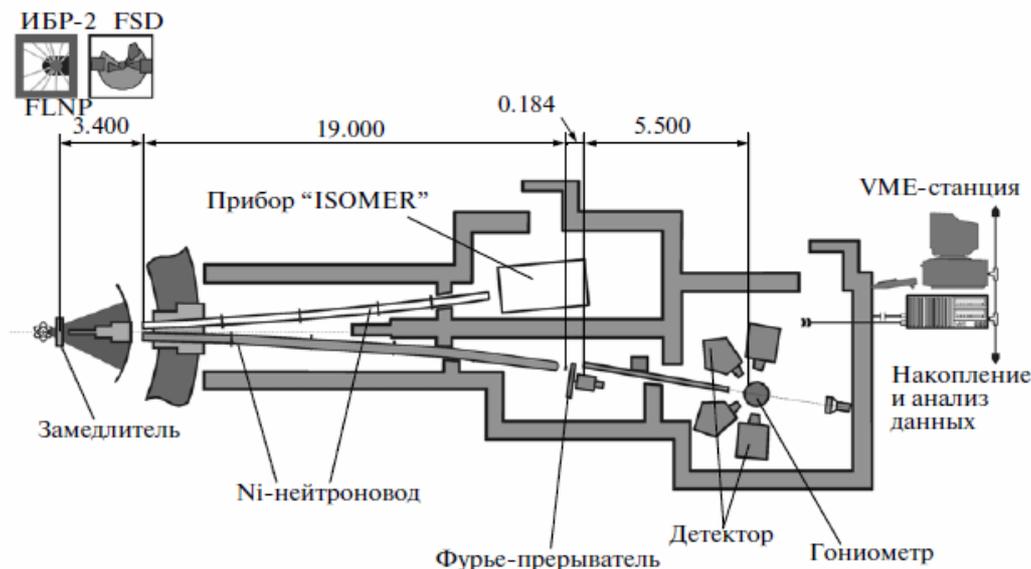


Рисунок 2 – Схема фурье-дифрактометра ФСД на импульсном реакторе ИБР-2

3. Определение пространственного распределения деформаций. Для того чтобы продемонстрировать возможность точного определения пространственного распределения деформаций кристаллической решетки материала, на дифрактометре ФСД был выполнен эксперимент по четырехточечному изгибу пластины.

Согласно теории упругости, зависимость найденной деформации ε от координаты X измеряемых точек, лежащих вдоль линии нагружения, должна представлять собой линейную функцию, при этом выгнутая сторона находится в состоянии чистого растяжения (без сдвига), а вогнутая – в состоянии чистого сжатия. Величина измеряемой деформации ε в пластине определяется следующим выражением:

$$\varepsilon = -24fI/k^3(3a/k-4a^3/k^3) \quad (7)$$

где f – величина прогиба пластины, измеряемой индикатором прогиба; k – расстояние между нижними точками опоры; b – ширина пластины; a – расстояние между нижней и верхней точками опоры по одну сторону оси прибора; h – высота пластины; $I = b \cdot h^3/12$ – момент инерции сечения. При этом распределение деформации в зависимости от координаты z вдоль вертикальной оси определяется следующим выражением:

$$\varepsilon = PaX / IE, \quad (8)$$

где P – приложенная нагрузка; E – модуль Юнга.

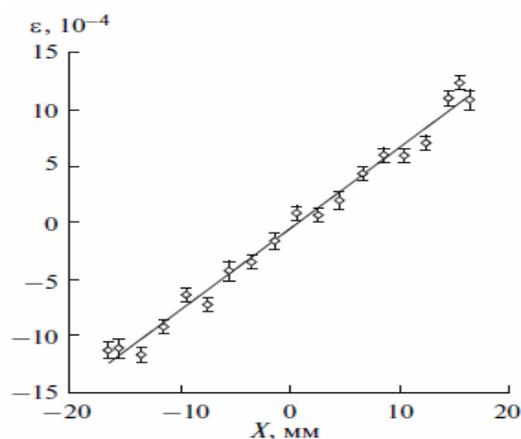


Рисунок 3 – Зависимость деформации образца от координаты X измеряемой точки. Начало координат помещено в центр пластины

Вычисление среднего экспериментально полученного значения модуля Юнга дает значение с доверительными границами случайной погрешности при доверительной вероятности $P = 0.95$, $\langle E \rangle_{\text{ср}} = 68.62 \pm 0.82$ ГПа, при этом ошибка не превышает 3.5%

Экспериментально полученные значения модуля Юнга для сплава Д16

E , ГПа	67.212	69.948	68.788	68.511
σ^2	1.968	1.778	0.03	0.011

Полученное экспериментальное значение. Экспериментально полученная на ФСД зависимость деформации ε от координаты X (расстояние до центра образца) показана на рисунке 6. Из этого рисунка хорошо видно, что экспериментально полученные значения деформации на различных расстояниях до центра пластины хорошо описываются линейной функцией, соответствующей теоретической.

Заключение. Проведенные эксперименты показали, что параметры ФСД соответствуют ожидаемым. Достигнут необходимый для измерений внутренних напряжений уровень разрешающей способности для 90-градусных и BS-детекторов, что делает возможным проведение физических экспериментов. Имеющееся вспомогательное оборудование (нагрузочные машины, зеркальная печь MF2000, ниометр HUBER) позволяет в широких пределах варьировать условия экспериментов. Ближайшие планы развития ФСД включают дальнейшее развитие детекторной системы, электроники и программного обеспечения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Aksenov V.L., Balagurov A.M., Simkin V.G. et al. // J. Neutron Res. – 1997. – Vol. 5. – P. 181.
- 2 Balagurov A.M. // Neutron News. – 2005. – Vol. 16. – P. 8.
- 3 Bokuchava G.D., Tamonov A.V., Shamsutdinov N.R. et al. // J. Neutron Res. – 2001. – Vol. 9. – P. 255.
- 4 Tamonov A.V., Sumin V.V. // J. Neutron Res. – 2004. – Vol. 12 (1–3). – P. 69.
- 5 Schreiber J., Richter V., Bokuchava G. et al. // Proc. Eur. Conf. «Hard Materials and Diamond Tooling». – Eur. Powder Metallurgy Association, 2002. – P. 114.
- 6 Аксенов В.Л., Балагуров А.М., Бокучава Г.Д. и др. // Матер. Нац. конф. РСНЭ'97. –Дубна, 1997. – Т. 1. – С. 69.

- 7 Bokuchava G.D., Schreiber J., Shamsutdinov N. et al. // *Physica B: Condens. Matter.* – 2000. – Vol. 276-278. – P. 884.
8 Bokuchava G.D., Luzin V.V., Schreiber J. et al. // *Textures and Microstructures.* – 1999. – Vol. 33. – P. 279.
9 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. // *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing.* – 2002. – Vol. 74. – Suppl. 1. – P. s86.
10 Balagurov A.M., Bokuchava G.D., Kuzmin E.S. et al. // *Z. Kristallographie.* – 2006. – Supplement Issue N 23. – P. 217.
11 Аксенов В.Л., Балагуров А.М., Бокучава Г.Д. и др. // *Сообщения ОИЯИ.* – 2001. – № P13_2001_30.
12 Allen A.J., Hutchings M.T., Windsor C.G. // *Adv. Phys.* – 1985. – Vol. 34, N 4. – P. 445.
13 Hiismaki P., Poyry H., Tiitta A. // *J. Appl. Cryst.* – 1988. – Vol. 21. – P. 349.
14 Hiismaki P., Trounov V.A., Antson O. et al. // *Proc. Conf. «Neutron Scattering in the Nineties».* – Vienna, IAEA. 1985. – P. 453.
15 Schroder J., Kudryashev V.A., Keuter J.M. et al. // *J. Neutron Research.* – 1994. – Vol. 2. – P. 129
16 Богдзель А.А., Бокучава Г.Д., Бутенко В.А. и др. // *Препринт № P10_2004_21.* – ОИЯИ. 2004.

REFERENCES

- 1 Aksenov V.L., Balagurov A.M., Simkin V.G. et al. *J. Neutron Res.* **1997**, V. 5. P.181.
2 Balagurov A.M. *Neutron News.* **2005**, V. 16. P. 8.
3 Bokuchava G.D., Tamonov A.V., Shamsutdinov N.R. et al. *J. Neutron Res.* **2001**, V. 9. P. 255.
4 Tamonov A.V., Sumin V.V. *J. Neutron Res.* **2004**, V. 12 (1–3). P.69.
5 Schreiber J., Richter V., Bokuchava G. et al. *Proc. Eur. Conf. “Hard Materials and Diamond Tooling”.* *Eur. Powder Metallurgy Association*, **2002**, P. 114.
6 Aksenov V.L., Balagurov A.M., Bokuchava G.D. i dr. *Mater. Nac. konf. RSNJe '97, Dubna*, **1997**, T.1. S. 69. (in Russ.)
7 Bokuchava G.D., Schreiber J., Shamsutdinov N. et al. *Physica B: Condens. Matter.* **2000**, V.276 -278. P.884.
8 Bokuchava G.D., Luzin V.V., Schreiber J. et al. *Textures and Microstructures.* **1999**, V.33. P.279.
9 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing.* **2002**, V. 74. Suppl.1. P. s86.
10 Balagurov A.M., Bokuchava G.D., Kuzmin E.S. et al. *Z. Kristallographie.* **2006**, Supplement Issue № 23, P.217.
11 Bogdzel' A.A., Bokuchava G.D., Butenko V.A. i dr. *Preprint № R10*, **2004**, 21. (In Russ.).
12 Allen A.J., Hutchings M.T., Windsor C.G. *Adv. Phys.* **1985**, V. 34, №4, P.445.
13 Hiismaki P., Poyry H., Tiitta A. *J. Appl. Cryst.* **1988**, V.21. P.349.
14 Hiismaki P., Trounov V.A., Antson O. et al. *Proc. Conf. “Neutron Scattering in the Nineties”*, Vienna. IAEA. **1985**, P. 453.
15 Schroder J., Kudryashev V.A., Keuter J.M. et al. *J. Neutron Research.* **1994**, V. 2. P. 129
16 Bogdzel' A.A., Bokuchava G.D., Butenko V.A. i dr. *Preprint № R10*, **2004**, 21. OIJaI. **2004**, (in Russ.).

Резюме

М. Дінейхан¹, В. В. Сумин², Д. Т. Азнабаев²,
Д. М. Жансейітов¹, Б. Мұхамметұлы¹, Ч. Дауылбаев²

¹әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;
²Франк атындағы Нейтрондық физика зертханасы, Дубна қ., Ресей)

НЕЙТРОНДЫҚ ФУРЬЕ-ДИФРАКТОМЕТР КӨМЕГІМЕН МАТЕРИАЛДАРДА ЖӘНЕ ӨНДІРІСТЕ ҚОЛДАНЫЛАТЫН БҰЙЫМДАРДА ҚАЛДЫҚ КЕРНЕУДІ ЗЕРТТЕУ

Нейтрондық дифракция көмегімен материалдардағы қалдық кернеуді зерттеу нейтрондардың жоғары ену мүмкіндігінің арқасында әлемде кең қолданысқа ие. Сондықтан қалдық кернеуді зерттеу мақсатында Біріккен ядролық зерттеулер институты И. М. Франк атындағы Нейтрондық физика зертханасының (Ресей, Дубна), ИБР-2 реакторының № 11а каналында нейтрондық-фурье диффрактометрі құрылған. Бұл құрылғы арнайы корреляцияланған әдіс көмегімен (алғашқы нейтрондық шоқ қарқындылығы модульдеу және мәліметтерді RTOF-әдісін қолдану арқылы жинақтау үшін жылдам фурье – үзгіші қолданылады) жоғары сапалы дифракциялық спектр $\Delta d/d = 4 \cdot 10^{-3}$ алуға мүмкіндік береді. Бұл диффрактометр қалдық кернеуді зерттеудегі әлемдік және ресейлік тәжірибелерді ескере жасалды. Бұл жұмыста ФСД диффрактометрі және оның қазіргі күйі сипатталған.

Кілт сөздер: кристалдық тор, микрокернеу, Дебай–Валлер факторы.

Summary

*M. Dineykhan¹, V. V. Sumin², D. T. Aznabaev²,
D. M. Janseitov¹, B. Muxametuly¹, Sh. Daulbaev²*

¹Kazakh National University after al-Farabi, Almaty;
²Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR, Dubna, Russia)

**NEUTRON FOURIER DIFFRACTOMETER FSD FOR RESIDUAL STRESS STUDIES
IN MATERIALS AND INDUSTRIAL COMPONENTS.**

The study of residual stresses in materials using neutron diffraction has become widespread in the world due to the high penetrating ability of neutrons. Therefore, for studies of residual stresses on the channel number 11a of the IBR-2 in FLNP JINR (Dubna, Russia) created the neutron Fourier diffractometer FSD, which, thanks to a special correlation method (using fast Fourier chopper to modulate the intensity of the primary neutron beam and using RTOF- method for data acquisition) allows high-resolution diffraction spectra $\Delta d/d = 4 \cdot 10^{-3}$. This diffractometer is created taking into account the world experience in the study of residual stresses in materials, also used the experience of creating this type of equipment in Russia and abroad. In this paper, the current status of FSD and the current state of the device are reported.

Keywords: crystal lattice, microstrain, Debye-Waller factor.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН¹, В. В. СУМИН², Д. Т. АЗНАБАЕВ²,
Б. МУХАМЕТУЛЫ¹, А. К. БЕКБАЕВ¹, И. А. ЧУПРАКОВ²

(¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;
²Лаборатория нейтронной физики им. И. М. Франка, ОИЯИ, г. Дубна, Россия)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ Порошковых сталей

Аннотация

В работе рассматриваются методы термической обработки, при которых путем нагрева, выдержки при установленных температурах и последующего медленного охлаждения стали получают устойчивую структуру, свободную от остаточных напряжений. Цель термической обработки стальных изделий – снять внутренние напряжения, устранить структурную неоднородность, улучшить обрабатываемость резанием и подготовить к последующей термической обработке.

В результате термической обработки свойства сплавов могут меняться в очень широких пределах. Возможность значительного повышения механических свойств с помощью термической обработки по сравнению с исходным состоянием позволяет увеличить допускаемые напряжения, а также уменьшить размеры и вес детали. Основными видами термической обработки стали являются отжиг, нормализация, закалка и отпуск.

Ключевые слова: отжиг, внутренние напряжения, диффузия.

Кілт сөздер: босандату, ішкі кернеу, диффузия.

Keywords: annealing, internal stress, diffusion.

Введение. Термической обработкой называют процессы, связанные с нагревом и охлаждением, вызывающие изменения внутреннего строения сплава, и в связи с этим – изменения физических, механических и других свойств [1].

Отжиг сталей – это термическая обработка, представляющая собой нагрев до температуры, превышающей критические точки, выдержку при ней до полного прогрева металла и последующее медленное охлаждение. Существует также неполный и низкотемпературный отжиг, при которых происходит только частичная перекристаллизация. Отжиг сталей производится с целью уменьшения твёрдости, повышения пластичности и улучшения свойств при обработке металла резанием. Отжиг бывает нормализационный и изотермический. Нормализационный отжиг сталей – это процесс обработки сталей, заключающийся в нагреве до температуры на 30–500°С выше верхних, критических точек, выдержке и охлаждении на спокойном воздухе. Нормализация применяется в случаях, когда при производстве деталей не так важна пластичность, но необходимо получить мелкозернистую структуру, обладающую высокой твёрдостью и прочностью.

Изотермический отжиг сталей – это вид термообработки деталей, заключающийся в нагреве стали до температуры, на 30–50 оС превышающей верхнюю критическую точку, выдержке при этой температуре, а затем переносе детали в другую печь с заданной температурой (ниже верхней критической точки) и изотермическую выдержку ее до полного распада аустенита. Такая процедура позволяет улучшить обрабатываемость стали резанием и применяется для заготовок небольших размеров. При отжиге сталей происходят процессы возврата (отдыха металлов), рекристаллизации и гомогенизации. Диффузионный отжиг состоит в нагреве до температур, значительно превосходящих критические точки, и продолжительной выдержке; используется для выравнивания неоднородностей распределения элементов по объёму изделия. С помощью диффузионного отжига сталей можно добиться особенного улучшения механических свойств в поперечном по отношению к прокатке направлении. Гомогенизационный отжиг – это термообработка литого материала, обеспечивающая получение равновесной структуры. При гомогенизационном отжиге сталей происходят следующие процессы: выравнивание химического состава до равновесного, растворение избыточных фаз, выделение фаз из перенасыщенного раствора (в случае алюминиевых сплавов, содержащих хром, цирконий и скандий), рост зерна и образование и рост пор. При гомогенизационном отжиге материал не должен испытывать перегрева.

Рекристаллизационный отжиг стали (рекристаллизация) – нагрев до температур 500–550°; отжиг для снятия внутренних напряжений – нагрев до температур 600–700°. Эти виды отжига снимают внутренние напряжения металла отливок от неравномерного охлаждения их частей, также в заготовках, обработанных давлением (прокаткой, волочением, штамповкой) с использованием температур, ниже критических. Вследствии

рекристаллизационного отжига из деформированных зерен вырастают новые кристаллы, ближе к равновесным, поэтому твердость стали снижается, а пластичность, ударная вязкость увеличиваются. Чтобы полностью снять внутренние напряжения стали, нужна температура не менее 600° . Охлаждение после выдержки при заданной температуре должно быть достаточно медленным: вследствие ускоренного охлаждения металла вновь возникают внутренние напряжения.

Термообработка. Закалка стали. К дефектам закалки относятся: трещины, поводки или коробление и обезуглероживание. Главная причина трещин и поводки – неравномерное изменение объема детали при нагреве и особенно при резком охлаждении. Другая причина – увеличение объема при закалке на мартенсит. Трещины возникают потому, что напряжения при неравномерном изменении объема в отдельных местах детали превышают прочность металла в этих местах. Лучшим способом уменьшения напряжений является медленное охлаждение около температуры мартенситного превращения. При конструировании деталей необходимо учитывать, что наличие острых углов и резких изменений сечения увеличивает внутреннее напряжение при закалке. Коробление (или поводка) возникает также от напряжений в результате неравномерного охлаждения и проявляется в искривлениях деталей. Если эти искривления невелики, они могут быть исправлены, например, шлифованием. Трещины и коробление могут быть предотвращены предварительным отжигом деталей, равномерным и постепенным нагревом их, а также применением ступенчатой и изотермической закалки. Обезуглероживание стали с поверхности – результат выгорания углерода при высоком и продолжительном нагреве детали в окислительной среде. Для предотвращения обезуглероживания детали нагревают в восстановительной или нейтральной среде (восстановительное пламя, муфельные печи, нагрев в жидких средах).

Образование окалины на поверхности изделия приводит к угару металла, деформации. Это уменьшает теплопроводность и, стало быть, понижает скорость нагрева изделия в печи, затрудняет механическую обработку. Удаляют окалину либо механическим способом, либо химическим (травлением). Выгоревший с поверхности металла углерод делает изделия обезуглероженным с пониженными прочностными характеристиками, с затрудненной механической обработкой. Интенсивность, с которой происходит окисление и обезуглероживание, зависит от температуры нагрева, т.е. чем больше нагрев, тем быстрее идут процессы. Образование окалины при нагреве можно избежать, если под закалку применить пасту, состоящую из жидкого стекла – 100 г, огнеупорной глины – 75 г, графита – 25 г, буры – 14 г, карборунда – 30 г, воды – 100 г. Пасту наносят на изделие и дают ей высохнуть, затем нагревают изделие обычным способом. После закалки его промывают в горячем содовом растворе. Для предупреждения образования окалины на инструментах быстрорежущей стали применяют покрытие бурой. Для этого нагретый до 850°C инструмент погружают в насыщенный водный раствор или порошок буры.

Термическая обработка (термообработка) стали, цветных металлов – процесс изменения структуры стали, цветных металлов, сплавов при нагревании и последующем охлаждении с определенной скоростью. Термообработка приводит к существенным изменениям свойств стали, цветных металлов, сплавов. Химический состав остается в неизменном виде [3].

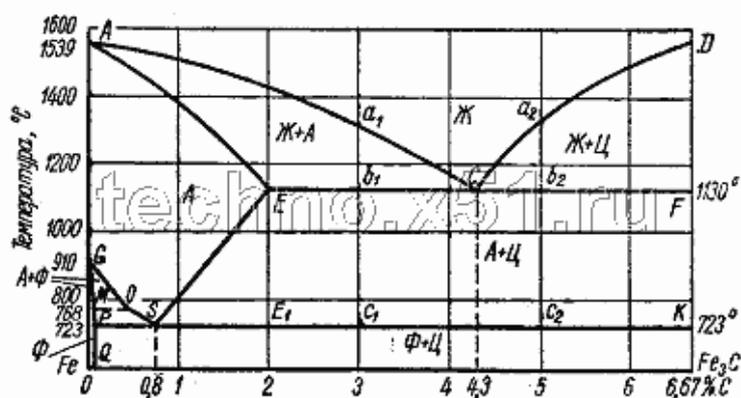


Рисунок 1 – Диаграммы состояние системы Fe–Fe₃C

Возможность влияния термической обработки на структуру и свойства сталей, сплавов определяется вторичной кристаллизацией, которая в соответствии с диаграммой состояния Fe–Fe₃C происходит по линиям GS, SE и PK.

Влияние скорости охлаждения аустенита при термообработке на структуру стали. Вторичная кристаллизация при медленном охлаждении происходит в полном соответствии с диаграммой состояния и характеризуется следующими этапами:

- 1) превращение аустенита в феррит;
- 2) выделение из аустенита мельчайших частиц цементита;
- 3) укрупнение частиц цементита, размеры которых меняются от долей микрона до нескольких микрон.

Если эвтектоидная сталь по линии РК (в точке A_{T1}) охлаждается медленно, то произойдет полный распад аустенита с образованием перлита. Распад аустенита происходит по следующим этапам:

– превращение гамма-железа в альфа-железо, т.е. перегруппировка атомов из решетки гранцентрированного куба гамма-железа в решетку центрированного куба альфа-железа с одновременным смещением атомов углерода, находящихся в твердом растворе гамма-железа;

– выделение из твердого раствора (аустенита) мельчайших частиц цементита (Fe_3C);

– укрупнение частиц цементита до пластинок, размеры которых измеряются от малых долей микрона до нескольких микрон.

– Если скорость охлаждения увеличивается до *50 град/сек*, то распад аустенита не успевает закончиться, размеры пластинок цементита достигают лишь десятых долей микрона, они различимы только при очень больших увеличениях.

Если скорость охлаждения увеличивается до *100 град/сек*, то полностью успевает завершиться лишь второй этап распада аустенита, а третий этап останавливается в самом начале. Поэтому размеры пластинок цементита измеряются сотысячными и миллионными долями миллиметра. Эта структура носит название троостита. Наличие тончайших пластинок цементита можно обнаружить с помощью электронного микроскопа.

Если скорость увеличить *150–200 град/сек*, то успевает завершиться лишь перегруппировка атомов железа, образуется пересыщенный метастабильный твердый раствор внедрения углерода в альфа-железе с искаженной кристаллической решеткой. Эта структура называется мартенситом [4, 5]. При нагреве мартенсит переходит в более устойчивые структуры: троостит, сорбит и перлит. Мартенситные стали получают путем реализации только первого этапа вторичной кристаллизации, имеет характерное пластинчатое, под микроскопом – игольчатое, строение. Рост пластин путем сдвига происходит мгновенно со скоростью около 1000 м/с по бездиффузионному механизму, так как диффузионный переход атомов из кристаллов аустенита в мартенсит при низких температурах невозможен. Мартенсит имеет наибольший удельный объем по сравнению с другими структурными составляющими стали, и, особенно, с аустенитом. Увеличение удельного объема при образовании мартенсита приводит к возникновению при закалке больших внутренних напряжений, вызывающих деформацию изделий или даже появление трещин.

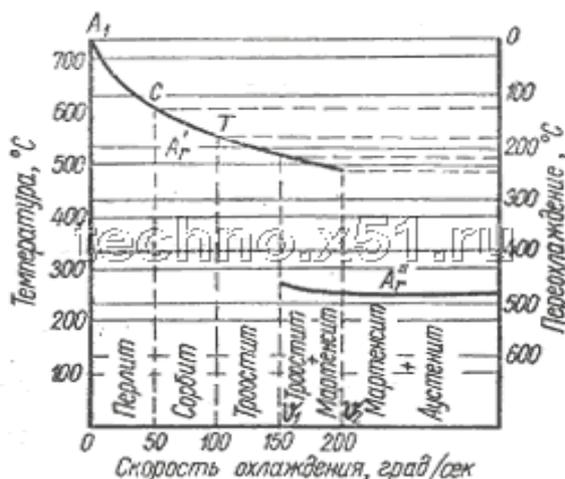


Рисунок 2 – Зависимость положения критических точек эвтектоидной стали от скорости охлаждения

При образовании мартенсита получают максимальные твердость (НВ 180–650) и хрупкость при минимальных плотности и вязкости. Твердость мартенсита возрастает с увеличением содержания в нем углерода. Однако увеличение содержания углерода повышает склонность мартенсита к хрупкому разрушению.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Самохоцкий А.И., Кунявский М.Н. *Металловедение*. – М.: Металлургия, 1969. – 456 с.
- 2 Chernov V.M., Leonteva-Smirnova M.V., Potapenko M.M. Structural materials for fusion power reactors the RF R&D activities // *Nuclear Fusion*. – 2007. – Vol. 47. – Issue 8. – P. 839-848.
- 3 Кислый П.С., Голубях Л.С., Заверуха О.В. Порошковая металлургия // 1970. – № 9. – С. 94-98.
- 4 Андриевский Р.А. // В кн.: Материалы Всесоюзной конференции Исследование и разработка теоретических проблем в области порошковой металлургии и защитных покрытий. – Минск: 1984. – Ч. 3. – С. 14-23.
- 5 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. // *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing*. – 2002. – Vol. 74. – Suppl. 1. – P. s86.

REFERENCES

- 1 Samohockij A.I., Kunjavskij M.N. *Metallovedenie. – izd-vo «Metallurgija». Moskva, 1969, 456s.* (in Russ.)
- 2 Chernov V.M., Leonteva-Smirnova M.V., Potapenko M.M. Structural materials for fusion power reactors the RF R&D activities, *Nuclear Fusion*. **2007**, V. 47. Issue8. P. 839-848.
- 3 Kislyj P.S., Golubjah L.S., Zaveruha O.V. Poroshkovaja metallurgija, **1970**, №9, s. 94-98. (in Russ.)
- 4 Andrievskij R.A. - V kn.: Materialy Vsesojuznoj konferencii Issledovanie i razrabotka teoreticheskikh problem v oblasti poroshkovoju metallurgii i zashhitnyh pokrytij. *Minsk: 1984*, ch. 3, s. 14-23.(In Russ.)
- 5 Bokuchava G.D., Aksenov V.L., Balagurov A.M. et al. *Appl. Phys. A: Mater. Sci. Processing*. **2002**, V. 74. Suppl. 1. P. s86.

Резюме

*М. Дінейхан¹, В. В. Сумин², Д. Т. Азнабаев²,
Б. Мұхаметұлы¹, А. К. Бекбаев¹, И. А. Чупраков²*

¹әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;
²Франк атындағы Нейтрондық физика зертханасы, Дубна, Ресей)

ҰНТАҚТЫ БОЛАТТАРДЫҢ ТЕРМИЯЛЫҚ ӨНДЕУ ҮДЕРІСІН ЗЕРТТЕУ

Бұл жұмыста алдымен қыздырып, белгілі температурада ұстап және болатты баяу суыту арқылы қалдық кернеуге тәуелді емес, бекем құрылымы бар материалдарды термиялық өңдеу әдістері қарастырылады. Болатты өнімдерді термиялық өңдеудің мақсаты – ішкі кернеуді болдырмау, құрылымдық біртекті еместікті жою, кесу арқылы өңделіп шығуды жақсарту және келесі термиялық өңдеуге дайындау.

Кілт сөздер: босандату, ішкі кернеу, диффузия.

Summary

*M. Dineykhan¹, V. V. Sumin², D. T. Aznabaev²,
B. Muxametuly¹, A. K. Bekbaev¹, I. Chuprakov²*

¹Kazakh National University after al-Farabi, Almaty;
²Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR, Dubna, Russia)

INVESTIGATION OF THERMAL PROCESSING OF POWDER STEELS

This paper examines methods of heat treatment by way of heating, soaking at specified temperature, and subsequent slowly cooling the stable structured, free from residual stresses steel is obtained. The purpose of heat treatment of steel products is to remove internal stress, to eliminate structural heterogeneity, to improve workability by cutting and to prepare for the subsequent heat treatment.

Keywords: annealing, internal stress, diffusion.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН, С. А. ЖАУГАШЕВА, Г. Г. САЙДУЛЛАЕВА,
А. АМАНКЕЛИД, Г. А. АДильБАЕВА, С. КЕМЕЛЖАНОВА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШИРИН НЕЛЕПТОННЫХ И РЕДКИХ РАСПАДОВ $B(B_s)$ МЕЗОНА

Аннотация

В рамках ковариантной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом вычислены ширины нелептонных распадов $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Есть несколько модельных подходов для вычисления форм-факторов, основанных на иных принципах, нежели подход правил сумм на световом конусе. Это уравнения Дайсона-Швингера в КХД; модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений; релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов; релятивистская потенциальная модель КХД; правила сумм КХД;

Следует подчеркнуть, что в рамках развиваемой авторами ковариантной кварковой модели адронные формфакторы могут быть вычислены во всей кинематической области импульсных переменных.

Ключевые слова: ширина, распад, формфактор.

Кілт сөздер: ені, ыдырау, формфактор.

Keywords: breadth, decay, form factor.

1. Введение. Существует достаточно много теоретических подходов для вычисления необходимых адронных формфакторов. Упомянем некоторые из них. Считается, что наиболее модельно-независимым подходом является подход правил сумм КХД на световом конусе (см., например, работы [1]). В этом подходе на световом конусе вычисляются формфакторы лишь в области достаточно малых переданных импульсов (или больших отдач). Вычисленные формфакторы в область больших переданных импульсов (или малых отдач) осуществляется с помощью полюсных аппроксимаций [2]. В работах [3] был разработан систематический подход для описания редких распадов $B \rightarrow K^* e^+ e^-$ в области малых отдач с помощью эффективной теорией тяжелых кварков. Подробный анализ распадов с малой отдачей с использованием данного подхода позднее был проделан в работе [4, 5].

Приведем несколько модельных подходов для вычисления форм-факторов, основанных на иных принципах, нежели подход правил сумм на световом конусе. Это

- уравнения Дайсона-Швингера в КХД [6];
- модель конституэнтных кварков с использованием дисперсионных соотношений [7, 8];
- релятивистская кварковая модель с использованием потенциалов [9];
- релятивистская потенциальная модель КХД [10, 11];
- правила сумм КХД [12, 13].

В рамках ковариантной кварковой модели [14] с инфракрасным конфайнментом вычислены ширины нелептонных распадов $B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$. Эти моды дают основной вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Был также проанализирован распад $B_s \rightarrow J/\psi \phi$, который подавлен по цвету. Однако данный распад важен для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_s - \bar{B}_s$ системе.

2. Нелептонные распады $B(B_s)$ мезона. Рассмотрим двухчастичные нелептонные распады B_s -мезона: $B_s \rightarrow D_s^{(*)-} D_s^{(*)+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi \phi$, которые в последнее время привлекли большой интерес. Отметим, что моды с конечными состояниями $D_s^- D_s^+$, $D_s^{*-} D_s^+ + D_s^- D_s^{*+}$, и $D_s^{*-} D_s^{*+}$ дают наибольший вклад в ширину распада для $B_s - \bar{B}_s$ системы. Мода $J/\psi \phi$ подавлена по цвету, но она весьма интересна для поиска возможных проявлений новой физики, приводящих к CP -нарушению в $B_s - \bar{B}_s$ системе.

Удобно выразить все физические наблюдаемые через спиральные амплитуды H_m . Это позволит представить результаты для ширин распадов в наиболее компактной форме. Кроме того, в случае распадов на два векторных мезона $P \rightarrow VV$, спиральное представление очень удобно для получения спиральных фракций $\Gamma_L, \Gamma_-, \Gamma_+$.

Спиральные амплитуды H_m можно выразить через инвариантные форм факторы следующим образом [15-19]:

(а) Спин $S = 0$:

$$H_t = \frac{1}{\sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) F_+ + q^2 F_- \right\}, \quad H_0 = \frac{2m_1 |\mathbf{p}_2|}{\sqrt{q^2}} F_+, \quad (1)$$

(б) Спин $S = 1$:

$$H_{\pm} = \frac{1}{m_1 + m_2} \left\{ -(m_1^2 - m_2^2) A_0 \pm 2m_1 |\mathbf{p}_2| V \right\}, \quad H_t = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{m_1 |\mathbf{p}_2|}{m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ (m_1^2 - m_2^2) (A_+ - A_0) + q^2 A_- \right\},$$

$$H_0 = \frac{1}{m_1 + m_2} \frac{1}{2m_2 \sqrt{q^2}} \left\{ -(m_1^2 - m_2^2) (m_1^2 - m_2^2 - q^2) A_0 \right\} + 4m_1^2 |\mathbf{p}_2|^2 A_+ \quad (2)$$

где $|\mathbf{p}_2| = \lambda^{1/2}(m_1^2, m_2^2, q^2)/(2m_1)$ импульс вылетающих частиц в системе покоя распадающейся частицы.

Эффективный гамильтониан, необходимый для описания нелептонных распадов B_s -мезона, записывается в стандартном виде (см. [20]):

$$H_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^\dagger \sum_{i=1}^6 C_i Q_i,$$

$$Q_1 = (\bar{c}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_1})_{V-A}, \quad Q_2 = (\bar{c}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{s}_{a_2} c_{a_2})_{V-A},$$

$$Q_3 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V-A}, \quad Q_4 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V-A},$$

$$Q_5 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_1})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_2})_{V+A}, \quad Q_6 = (\bar{s}_{a_1} b_{a_2})_{V-A} (\bar{c}_{a_2} c_{a_1})_{V+A}, \quad (3)$$

где индекс $V-A$ относится к лево-киральному току $O_-^\mu = \gamma^\mu(1 - \gamma^5)$, а индекс $V+A$ – к право-киральному $O_+^\mu = \gamma^\mu(1 + \gamma^5)$; a_i – цветовой индекс.

Вычисление матричных элементов с использованием эффективного гамильтониана (2) естественным образом приводит к формулам, соответствующим *наивной* факторизации, но с величинами (формфакторы и лептонные константы распадов).

Рассматриваем следующие нелептонные моды распадов B_s -мезона:

$$B_s(p) \rightarrow D_s^-(q_1) D_s^+(q_2), \quad D_s^-(q_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^+(q_2), \quad (4)$$

$$B_s(p) \rightarrow D_s^{*-}(q_1, \xi_1) D_s^{*+}(q_2, \xi_2), \quad J/\psi(q_1, \xi_1) \phi(q_2, \xi_2).$$

Ширины распадов выразим через спиральные амплитуды и константы лептонных распадов. В случае распадов, разрешенных по цвету, имеем

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^+) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s} f_{D_s} H_t^{B_s D_s}(m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} f_{D_s}^{PS} F_S^{B_s D_s}(m_{D_s}^2) \right)^2,$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+}) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_D f_{D_s} H_t^{B_s D_s^*}(m_{D_s}^2) + 2C_6^{eff} \frac{m_{B_s} |\mathbf{q}_2|}{m_{D_s^*}} f_{D_s}^{PS} F_{PS}^{B_s D_s^*}(m_{D_s}^2) \right)^2,$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^+) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*} H_0^{B_s D_s^*}(m_{D_s^*}^2) \right)^2, \quad (5)$$

$$\Gamma(B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}) = \frac{G_F}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 \left(C_2^{eff} m_{D_s^*} f_{D_s^*} \right)^2 \sum_{i=0, \pm} \left(H_i^{B_s D_s^*}(m_{D_s^*}^2) \right)^2,$$

Здесь $\lambda_c^{(s)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{cb} V_{cs}^*|$. Коэффициенты Вильсона появляются в комбинациях: $C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$

и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$, где члены, умноженные на цветовой фактор $\zeta = 1/N_c$, как обычно, будут отброшены при численных расчетах в соответствии с $1/N_c$ – разложением. Также не учитываются аннигиляционные диаграммы, предполагая, что они подавлены во времениподобной области за счёт соответствующих формфакторов.

Ширина подавленного по цвету нелептонного распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ записывается в виде:

$$\Gamma(B_s \rightarrow J/\psi\phi) = \frac{G_F^2}{16\pi} \frac{|\mathbf{q}_2|^2}{m_{B_s}^2} [\lambda_c^{(s)}]^2 (C_1^{eff} + C_5^{eff})^2 (m_{J/\psi} f_{J/\psi})^2 \sum_{i=0,\pm} (H_i^{B_s J/\psi}(m_{J/\psi}^2))^2, \quad (6)$$

где коэффициенты Вильсона равны $C_2^{eff} = C_2 + \zeta C_1 + C_4 + \zeta C_3$ и $C_6^{eff} = C_6 + \zeta C_5$.

Для матричных элементов матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава мы используем значения, взятые из [21]:

$$\begin{array}{cccccc} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| & |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ 0.225 & 0.00389 & 0.230 & 0.975 & 0.0406 & \\ 0.974 & & & & & \end{array} \quad (7)$$

Для коэффициентов Вильсона мы берём численные значения из [22]

$$\begin{array}{cccccc} |C_1| & |C_2| & |C_3| & |C_4| & |C_5| & |C_6| \\ -0.257 & 1.009 & -0.005 & -0.078 & 0.000 & 0.001 \end{array} \quad (8)$$

полученные в NNL (“next-to-next-to leading”) приближении в \overline{MS} -ренормализационной схеме с масштабом $\mu = 4.8$ GeV [23]. При вычислениях нужны значения формфактора $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$. Они приведены в таблице 1, где мы сравнили наши результаты с результатами работы [24]. Как видно, согласие в случае формфакторов $A_1(m_{J/\psi}^2)$ и $A_2(m_{J/\psi}^2)$ является весьма удовлетворительным, в то время как наше значение для формфактора $V(m_{J/\psi}^2)$ несколько меньше, чем в работе [24].

Таблица 1 – Формфакторы $B_s - \phi$ перехода при $q^2 = m_{J/\psi}^2$, вычисленные в рамках ковариантной модели кварков. Для сравнения мы приводим результаты работы [24]

	Данная работа	[24]
$A_1(m_{J/\psi}^2)$	0.37	0.42±0.06
$A_2(m_{J/\psi}^2)$	0.48	0.38±0.06
$V(m_{J/\psi}^2)$	0.56	0.82±0.12

В таблице 2 приведены полученные результаты для брэнчингов.

Таблица 2 – Брэнчинги (%) для нелептонных распадов Bs-мезона, вычисленные в ковариантной модели кварков

Процесс	Данная работа	Эксперимент [21]
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^+$	1.65	1.04 ^{+0.29} _{-0.26}
$B_s \rightarrow D_s^- D_s^{*+} + D_s^{*-} D_s^+$	2.40	2.8±1.0
$B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$	3.18	3.1±1.4
$B_s \rightarrow J/\psi\phi$	0.16	0.14±0.05

Наконец, мы приводим наши результаты для спиральных фракций в случае двух распадов $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ и $B_s \rightarrow J/\psi\phi$. Спиральные фракции для нелептонного распада $B_s \rightarrow VV$ определяется как

$$\hat{\Gamma}_L = \frac{|H_0|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \quad \hat{\Gamma}_\pm = \frac{|H_\pm|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}, \quad \hat{\Gamma}_\perp = \frac{1}{2} \frac{|H_+ - H_-|^2}{|H_0|^2 + |H_+|^2 + |H_-|^2}. \quad (9)$$

Отметим, что мы нормировали спиральные фракции к полной ширине, так что $(\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_- + \hat{\Gamma}_+)$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $(\hat{\Gamma}_L, \hat{\Gamma}_-, \hat{\Gamma}_+) = (0.549, 0.366, 0.0847)$, а для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ (0.420, 0.552, 0.0272). Видно, что в случае распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ имеет место следующая иерархия $\hat{\Gamma}_L > \hat{\Gamma}_- > \hat{\Gamma}_+$, что находится в соответствии с представлениями простейшей кварковой модели, рассматривающей нелептонные распады на древесном уровне. Подобные оценки проводятся следующим образом: в лидирующем порядке по $m_1 = m_{B_s}$ фракция Γ_- является подавленной по спиральности фактором $4q^2/m_1^2$, где $q^2 = m_{D_s^{*+}}^2$. Кроме подавления по спиральности, фракция Γ_+ подавлена ещё и по киральности фактором m_2^2/m_1^2 с $m_2 = m_{D_s^{*+}}$ [25-27]. Используя количественные оценки для подавляющих факторов, можно найти следующие численные значения для спиральных фракций в распаде $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$: (0.583, 0.361, 0.056), что согласуется с результатами наших вычислений. Для процесса $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ с большим значением $q^2 = m_{J/\psi}^2$ подавление по спиральности уже не действует, т.к. в данном случае $4q^2/m_1^2 = 1.332$. Оценки, проведенные для данного распада, дают (0.420, 0.560, 0.020), что также достаточно близко к результатам полного расчета в нашем подходе.

Интересно, что в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ имеет место обратная иерархия: $\hat{\Gamma}_L < \hat{\Gamma}_-$. Экспериментальные данные для спиральных фракций существуют только для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$: $\hat{\Gamma}_L = 0.541 \pm 0.017$ и $\hat{\Gamma}_\perp = 0.241 \pm 0.023$ [21]. Видно, что для продольной фракции наш результат $\hat{\Gamma}_L = 0.420$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения. Для вычисления поперечной фракции мы используем соотношение $\Gamma_\perp \propto |A_\perp|^2 = |H_+ - H_-|^2/2$. Для распада $B_s \rightarrow D_s^{*-} D_s^{*+}$ находим $\hat{\Gamma}_\perp = 0.0493$, а для распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ $\hat{\Gamma}_\perp = 0.167$. Опять наш результат в случае распада $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ отличается на несколько стандартных отклонений от экспериментального значения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Ball P. and Zwicky R. *Phys. Rev. D.* **2005**, V.71, P.014029.
- 2 Khodjamirian A., Mannel T., O.en N. *Phys. Rev. D.* **2007**, V.75, P.054013.
- 3 Grinstein B., Pirjol D, *Phys. Rev. D.* **2004**, V.70, P.114005.
- 4 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D., *J. of H. E. Physics.* **2010**, V.1007, P.098.
- 5 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. *Jour. of H. E. Physics.* **2011**, V.1107, P.067.
- 6 Ivanov M. A., K.orner J. G., *Phys. Rev. D.* **2007**, V.76, P.034018.
- 7 Melikhov D., Nikitin N. and Simula S., *Phys. Rev. D.* **1998**, V.57, P.6814.
- 8 Melikhov D. *Eur. Phys. J. direct C.* **2002**, V.4, P.1.
- 9 Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O. *Phys. Rev. D.* **2007**, V. 75, P.074008.
- 10 Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P., *Phys. Lett. B.* **1999**, V.455, P.283-290
- 11 Colangelo P., De Fazio F., Ladisa M., *Eur. Phys. J. C.*, **1999**, V.8, P.81.
- 12 Colangelo P., De Fazio F., *Phys. Rev. D.* **1996**, V.53, P.3672-3686.
- 13 Colangelo P., Santorelli P., *Phys. Lett. B.* **1994**, V.327, P.123-128.
- 14 M.Dineykh, M.A.Ivanov, G.G.Saidullaeva, *Phys. of Particles and Nuclei*, **2012**, V.43, №3. p.749-782
- 15 Ivanov M. A., K.orner J. G. and Santorelli P. The Semileptonic decays of the Bc meson *Phys. Rev. D.* **2001**, V.63, P.074010.
- 16 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., K.orner J. G. and Lyubovitskij V. E. The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \dots$ and $Bc \rightarrow D(D^*) \dots$ in a relativistic quark model, *Eur. Phys. J. direct C.* **2002**, V.4, P.18.

- 17 Ivanov M. A., Korner J. G. and Pakhomova O. N. The nonleptonic decays $B/c^+ \rightarrow D/s^+$ anti- D_0 and $B/c^+ \rightarrow D/s^+ D_0$ in a relativistic quark model, *Phys. Lett. B.* **2003**, V.555, P.189.
- 18 Ivanov M. A., Korner J. G. and Pakhomova O. N. Exclusive semileptonic and nonleptonic decays of the B_c meson, *Phys. Rev. D.* **2006**, V.73, P.054024.
- 19 Ivanov M. A., Korner J. G. and Santorelli P. Semileptonic decays of B_c mesons into charmonium states in a relativistic quark model, *Phys. Rev. D.* **2005**, V.71., P.094006; *Erratum-ibid. D.* **2007**, V.75, P.019901.
- 20 Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E. Weak decays beyond leading logarithms *Rev. Mod. Phys.* **1996**, V.68, P.1125-1144
- 21 Nakamura K. et al. [Particle Data Group Collaboration]. *J. Phys. G G.* **2010**, Vol.37.- P.075021.
- 22 Korner J. G. and Goldstein G. R. Quark And Particle Helicities In Hadronic Charmed *Particle Decays Phys. Lett. B.* **1979**, V.89, P.105.
- 23 Ali A., Korner J. G., Kramer G. and Willrodt J. Nonleptonic Weak Decays of Bottom Mesons, *Z. Phys. C.* **1979**, V.1, P.269.
- 24 Faller S., Fleischer R., Mannel T. Precision Physics with $B_0 s \rightarrow J/\psi\phi$ at the LHC: The Quest for New Physics, *Phys. Rev. D.* **2009**, V.79, P.014005.
- 25 Beneke M., Rohrer J. and Yang D. Branching fractions, polarisation and asymmetries of $B \rightarrow VV$ decays, *Nucl. Phys. B.* **2007**, V.774, P.64.
- 26 Korner J. G., Kuhn J. H., Kramer M. and Schneider H. Zweig Forbidden Radiative Orthoquarkonium Decays In Perturbative QCD, *Nucl. Phys. B.* **1983**, V.229, P.115.
- 27 Auvil P.R. and Brehm J.J., *Phys. Rev.* **1966**, V.145, P.1152.

Резюме

Дінейхан М., С. А. Жаугашева, Г. Г. Сайдұллаева,
А. Аманкелед, Г. А. Әділбаева, С. Кемелжанова

(Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЛЕПТОНДЫ ЕМЕС ЖӘНЕ СИРЕК КЕЗДЕСЕТІН В(B_s) МЕЗОНДАРДЫҢ ЕНІН АНЫҚТАУ

Ковариантты кварктық үлгіде инфрақызыл конфайнментпен лептонды емес $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$ және $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$ ыдыраулардың ені анықталды. Бұл модалар $B_S - \bar{B}_S$ жүйесі үшін ыдырау еніне негізгі үлесін береді. Форм-фактормен есептеу үшін бірнеше бірнеше үлгілік жүрімдер қолданылады. КХД-дағы Дайсон-Швингер теңдеуі; дисперсиялық қатынастарды қолданғандағы конституенттік үлгі, әлеуетті қолданғандағы релятивистік кварктық үлгі, КХД-дағы релятивистік әлеуеттік үлгі, КХД-дағы қосынды ережесі. Коварианттық кварктық үлгі кинематикалық маңайдағы бүкіл есептеулерге арналған.

Кілт сөздер: ені, ыдырау, формфактор.

Summary

M. Dineykhana, S. A. Zhaugasheva, G. G. Saidullaeva,
A. Amankelid, G. A. Adilbaeva, S. Kemelzhanova

(Al-Farabi Kazak National University, Almaty)

DETERMINATION OF THE WIDTH THE NON-LEPTONIC AND RARE DECAYS OF B (B_S) MESON

In the framework of of the covariant quark model with infrared confinement calculated width nonleptonic decays $B_S \rightarrow D_S^- D_S^+$, $D_S^{*-} D_S^+ + D_S^- D_S^{*+}$ and $B_S \rightarrow D_S^{*-} D_S^{*+}$. These modes give the main contribution to the decay width for the $B_S - \bar{B}_S$ system. There are some model approaches for calculation of the form factors based on other principles, than approach of rules of the sums on a light cone. It Daysona-Shvinger's equations in KHD; model of konstituentny quarks with use of dispersive ratios; relativistic kvarkovy model with use of potentials; KHD relativistic potential model; rules of the sums of KHD; It is necessary to emphasize that within covariant kvarkovy model developed by authors hadrons formfaktor can be calculated in all kinematic area of pulse variables.

Keywords: breadth, decay, form factor.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН¹, Ю. Л. ПАРФЕНОВА²,
С. А. ЖАУГАШЕВА¹, А. Н. ИСАДЫКОВ¹, Д. С. ВАЛИОЛДА¹

¹Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы;

²Объединенный Институт ядерных исследований, г. Дубна, Россия)

СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ АТОМНЫХ УРОВНЕЙ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА НЕЙТРОНО-ИЗБЫТОЧНЫХ (ГАЛО) ЯДЕР

Аннотация

В данной работе для расчета сверхтонкого расщепления используются упрощенный подход к описанию электронной волновой функции иона $^{11}\text{Be}^+$ и кластерная модель ядра ^{11}Be . В этом подходе исследуется чувствительность величины сверхтонкой аномалии (СТА) к распределениям магнетизации и заряда в ядре. Показано, что с увеличением зарядового радиуса величина СТА падает и растет с увеличением радиуса магнетизации, которая обусловлена валентным нейтроном. При расчете кулоновского потенциала учитывается конечный размер ядра. С развитием новых экспериментальных методик (получения радиоактивных пучков, разработка ионных ловушек, разработка методик лазерной спектроскопии [5,6]) стало возможным измерение сверхтонкого расщепления в радиоактивных ядрах, в частности, в экзотических (нейтроно- или протонно-избыточных) гало-ядрах.

Ключевые слова: гало-ядра, сверхтонкое расщепление, сверхтонкая аномалия.

Кілт сөздер: гало-ядролар, аса нәзік түзіліс, аса нәзік ауытқу.

Keywords: halo-nuclei, hyperfine splitting, hyperfine anomaly.

Введение. Сверхтонкой структурой атомарных уровней называется расщепление электронных уровней, обусловленное взаимодействием магнитного дипольного момента ядра с магнитным полем электронов и электрического квадрупольного момента ядра с неоднородным электрическим полем внутри атома.

На сегодняшний день величина сверхтонкого расщепления, а также связанные с ней величины, например, изотопический сдвиг, измерены для многих ядер, в том числе удаленных от линии стабильности [1-4].

Эти ядра интересны тем, что в отличие от других нестабильных ядер представляют собой связанную систему стабильных фрагментов. Примерами таких ядер могут являться ^{11}Be , состоящий из кора и валентного нейтрона ($^{10}\text{Be} + n$), ^8B ($^7\text{Be} + p$), ^{11}Li ($^9\text{Li} + 2n$), ^6He ($^4\text{He} + 2n$) и т.д. Для таких ядер характерны низкие энергии связи валентных нуклонов (<2 МэВ) по сравнению со средними энергиями связи нуклонов в этих ядрах. Это приводит к широкому пространственному распределению валентных нуклонов.

2. Теоретическая модель.

2.1. Ядерная волновая функция. В настоящей работе мы рассматриваем сверхтонкое расщепление в Li-подобном ионе $^{11}\text{Be}^+$. Как показано в многочисленных работах [3, 7], достаточно хорошей моделью для описания структуры ^{11}Be является двухчастичная модель. В этой модели ядро ^{11}Be состоит из кора ^{10}Be и валентного нейтрона в состоянии $2S_{1/2}$. Оба фрагмента кор и нейтрон дают вклад в магнитный момент ^{11}Be .

Волновая функция их относительного движения имеет вид:

$$\psi_{JM}^{J_x J_y J_z}(\vec{y}) = \sum_{m_{J_x} m_{J_y} m_l m_s} C_{J_x m_{J_x} J_y m_{J_y}}^{JM} C_{l_y m_{l_y} 1/2 m_s}^{J_y m_{J_y}} \chi_{1/2 m_s} \varphi_{J_x l_x}(\zeta_c) \phi_{J_y l_y m_{l_y}}(\vec{y}), \quad (1)$$

где $\chi_{1/2 m_s}$ – спиновая функция валентного нейтрона; $Y_{l_y m_{l_y}}(\Omega \vec{y})$ – сферическая функция, соответствующая относительно орбитальному движению нейтрона и кора с угловым моментом l_y и проекцией m_{l_y} , J_y и m_{J_y} – полный момент валентного нейтрона и его проекция. $\varphi_{J_x l_x}(\zeta_c)$ – внутренняя волновая функция кора ^{10}Be . Волновая функция валентного нейтрона

$$\phi_{J_y l_y m_{l_y}}(\vec{y}) = R_{J_y l_y}(y) Y_{l_y m_{l_y}}(\Omega \vec{y}), \quad (2)$$

где $R_{J_y l_y}(y)$ – радиальная часть волновой функции (2).

2.2. Волновая функция электрона в уравнении Дирака. Уравнение Дирака в полярной форме записывается как:

$$W\psi = H\psi = \left[i\gamma_5 \sigma_r \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} - \frac{\beta}{r} K \right) + V + \beta \right] \psi. \quad (3)$$

Собственная функция Дирак-Кулоновского гамильтониана имеет вид

$$\psi_{kjm_j} = \begin{bmatrix} g(r)\chi_{lk}^{jm_j}(\theta, \varphi) \\ if(r)\chi_{l-k}^{jm_j}(\theta, \varphi) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

2.2.1. Решения уравнения Дирака для электрона в кулоновском поле точечного заряда:

Уравнения Дирака для двух компонентной волновой функции [8]:

$$\begin{cases} \frac{1}{\hbar c} (E - mc^2 - V(r))f + \frac{dg}{dr} - \frac{k}{r}g = 0 \\ \frac{1}{\hbar c} (E + mc^2 - V(r))g + \frac{df}{dr} - \frac{k}{r}f = 0 \end{cases} \quad (5)$$

В случае водородоподобных атомов потенциал:

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{Za\hbar c}{r} \quad (6)$$

Решение системы уравнений находится в виде рядов

$$\left. \begin{aligned} f(\rho) &= e^{-\rho} \sum_{v=0}^{\infty} \rho^{s+v} a_v \\ g(\rho) &= e^{-\rho} \sum_{v=0}^{\infty} \rho^{s+v} b_v \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$E_N = \left[1 + \left(\frac{Z\alpha}{N + \sqrt{k^2 - (Z\alpha)^2}} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (8)$$

где $N = 0, 1, 2, \dots$; $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

2.2.2. Волновая функция электрона в кулоновском поле ядра конечного размера. В случае конечного ядра, то есть для распределенного заряда, кулоновский потенциал записывается как:

$$V(r) = \frac{Z\alpha\hbar c}{r} \int_0^r \rho_{ch}(x)x^2 dx + Z\alpha\hbar c \int_r^{\infty} \rho_{ch}(x)xdx. \quad (9)$$

где ρ_{ch} – распределение заряда в ядре.

Распределение заряда в ядре ^{11}Be записывается через свертку зарядового распределения кора с волновой функцией относительного движения кор-нейтрон:

$$\rho_{ch}(r) = \int |\phi(\vec{x})|^2 Z_c \rho_c \left(\left| \vec{r} - \frac{m_n}{m_n + m_c} \vec{x} \right| \right) d^3 \xi_c, \quad (10)$$

где ρ_c – плотность заряда кора.

Распределение нейтронов в ^{11}Be :

$$\rho_n(r) = \int |\phi(\vec{x})|^2 \left[N_c \rho_c \left(\left| \vec{r} - \frac{m_n}{m_n + m_c} \vec{x} \right| \right) + 1 \right]. \quad (11)$$

Распределение магнетизации:

$$\rho_\mu = \{g_I \mu_N \rho_n\} + \{g_I \mu_I \rho_{ch}\}. \quad (12)$$

В области ядра мы имеем значительное различие в поведении потенциала. Таким образом, можно ожидать, что именно в этой области учет конечного ядра приведет к изменению волновой функции электрона. В этом и состоит эффект сверхтонкой аномалии (см. ниже – формула (23)).

2.3. Эффект экранирования 1s электронов в Li-подобном ионе. Выше мы рассмотрели случай вычисления волновой функции электрона в водородоподобном атоме. В случае Li-подобного атома необходимо учитывать все три электрона. В общем случае такой учет сводится к решению многочастичной задачи. В наших расчетах мы постараемся свести задачу к двухчастичной, модифицируя потенциал кулоновского взаимодействия.

Экранированный кулоновский потенциал вычисляется из (6) как:

$$V(r) = \frac{Z\alpha\hbar c}{r} \int_0^r |\psi_{12}|^2 x^2 dx + Z\alpha\hbar c \int_r^\infty |\psi_{12}|^2 x dx . \quad (13)$$

Таким образом, экранированный потенциал записывается как:

$$V(r) = \frac{Z\alpha\hbar c}{r} \Phi(r) \quad (14)$$

Функция, учитывающая экранировку имеет вид:

$$\Phi(r) = 1 - \frac{4\pi}{Z} \left\{ \int_0^r \rho_{el}(x) x^2 dx + r \int_r^\infty \rho_{el}(x) x dx \right\} + \frac{C_s}{Z} (81/8\pi)^{1/3} \rho_{el}^{1/3}(r) , \quad (15)$$

где $\rho_{el}(x) = \int_0^\infty |\psi_{12}|^2 d^3 r_{12}$, последний член поправка обмена Слэтера, для которого обычно $C_s = 1$. Этот потенциал, представленный в интегральной форме, может быть достаточно хорошо аппроксимирован экспоненциальной функцией.

$$V(r) = \frac{z\alpha\hbar c}{r} \frac{1}{2} (e^{-\pi r} + 1) = \frac{Z_{eff}(r)\alpha\hbar c}{r} , \quad (16)$$

где π подобрано из условия наилучшего описания экранирующего потенциала. В случае иона ^{11}Be мы имеем $\pi = 0.000068 \text{ fm}^{-1}$. Таким образом, мы введем эффективный заряд, который меняется очень медленно по сравнению с изменением волновой функции. Энергия зависит от радиуса как

$$E(r) = \left[1 + \left(\frac{\alpha Z_{eff}(r)}{N + \sqrt{k^2 - (\alpha Z_{eff}(r))^2}} \right)^2 \right]^{-1/2} . \quad (17)$$

На рисунке 1а и 1б приводятся результаты расчетов волновой функции с учетом (16) и без учета (1а) экранировки. Видно, что в случае экранировки кулоновского потенциала волновая функция (9) электрона примерно в 2 раза шире.

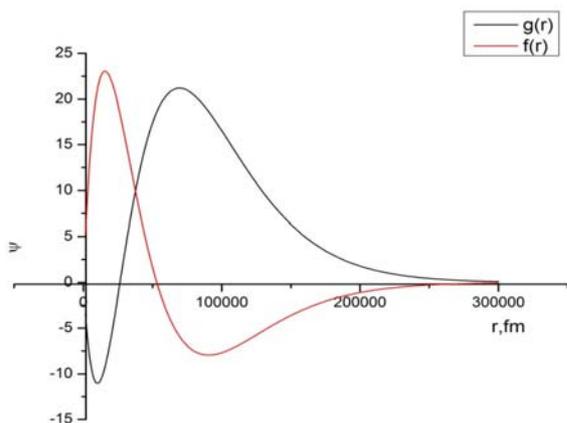


Рисунок 1а – Волновая функция 2s электрона, рассчитанная с неэкранированным (6) кулоновским потенциалом. Красной линией показаны f функции и черной линией g функции

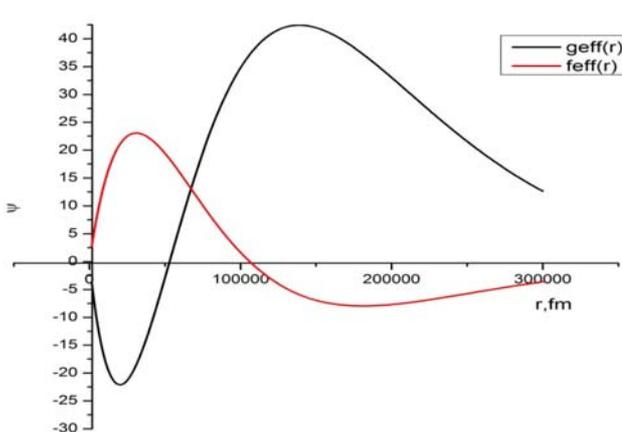


Рисунок 1б – Волновая функция 2s электрона, рассчитанная с экранированным (16) кулоновским потенциалом. Красной линией показаны f функции и черной линией g функции

2.4. Константа сверхтонкого расщепления (СТР). Для конечного ядра энергия возмущения выглядит следующим образом:

$$W' = \frac{1}{2} \{ F(F+1) - I(I+1) - j(j+1) \} a_1 , \quad (18)$$

где константа сверхтонкого расщепления

$$a_I = -\frac{2ek}{Ij(j+1)} \left\langle \Phi_I^{M_F} \left| \frac{1}{2} \int (R \times J(R))_z d^3 R \left\{ \int_{r>R} f_k g_k dr_e + \int_{r>R} \frac{r^3}{R^3} f_k g_k dr \right\} \right| \Phi_I^{M_F} \right\rangle$$

$$= -\frac{2ek}{Ij(j+1)} \left\langle \Phi_I^{M_F} \left| \frac{1}{2} \int (R \times J(R))_z d^3 R \left\{ \int_0^\infty f_k g_k dr_e - \int_0^R f_k g_k dr_e + \int_0^R \frac{r^3}{R^3} f_k g_k dr \right\} \right| \Phi_I^{M_F} \right\rangle \quad (19)$$

Она может быть записана как константа для точечного ядра с поправкой $a_I^{(I)}$:

$$a_I = a_I^{(0)} (1 + \epsilon) = a_I^{(0)} + a_I^{(I)} \quad (20)$$

где величина сверхтонкой аномалии (СТА) ϵ определяется как:

$$\epsilon = -\frac{\int_0^R f_k g_k dr_e - \int_0^R \frac{r^3}{R^3} f_k g_k dr}{\int_0^\infty f_k g_k dr_e} \quad (21)$$

Для ^{11}Be магнитный момент рассчитывается как:

$$\mu = \alpha^2 \mu_N (2S_{1/2}) + \frac{7}{15} \beta^2 \mu_N (1d_{5/2}) - \frac{1}{3} \beta^2 \mu(2^+) \quad (22)$$

где α^2 и β^2 – веса. В данной работе мы взяли $\alpha^2 = 1$. При этом мы получаем величину магнитного момента $-1.913\mu_N$, в то время как экспериментальная величина составляет $-1.6813(5)\mu_N$ [12].

Для ^{11}Be μ и ϵ :

$$\mu = -1.913 \cdot \alpha^2 - (0.3585 + 1.1298 g_s^{eff}) \beta^2$$

$$\epsilon = -\frac{g_s^{(n)} S_z \int_0^\infty dR \left(\int_0^R f_k g_k dr - \frac{D_z}{S_z} \int_0^R \frac{r^3}{R^3} f_k g_k dr \right) |\psi_{nucl}(R)|^2 R^2}{\mu_I \int_0^\infty f_k^{(0)} g_k^{(0)} dr} \quad (23)$$

3. Результаты расчета для ^{11}Be

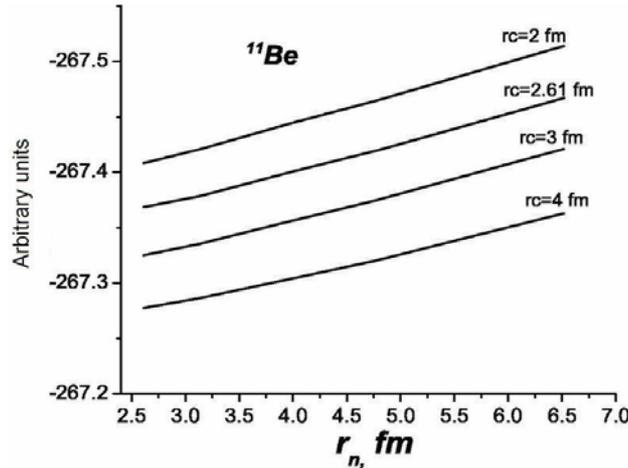


Рисунок 2 – Зависимость ϵ от нейтронного радиуса (r_n) посчитанная для разных значений зарядового радиуса rc

Мы варьируем нейтронный радиус в пределах от 2 до 7 фм, а зарядовый радиус – от 2 до 4 фм. Характерные изменения величины СТА сравнимы, но имеют разные функциональные зависимости. С увеличением зарядового радиуса абсолютное значение величины СТА падает и растет с увеличением радиуса магнетизации, обусловленной валентным нейтроном (см. рис. 2).

Выводы:

1. С увеличением зарядового радиуса величина СТА падает и растет с увеличением радиуса магнетизации, обусловленной широким распределением валентного нейтрона. Таким образом, при анализе экспериментальных данных по сверхтонкому расщеплению очень важно учитывать разницу в распределениях магнетизации и заряда.

2. В случае экранировки кулоновского потенциала волновая функция (7) электрона в экранированном кулоновском потенциале примерно в 2 раза шире.

3. Необходимо отметить, что оценки величины сверхтонкой аномалии и сверхтонкого расщепления были уже проведены для ^{11}Be (см. например, [13]). Исследовалась связь зарядового радиуса ядра из величины СТА. При этом радиусы магнетизации и зарядового распределения полагались одинаковыми. Таким образом, до настоящего дня вопрос о различии в распределениях магнетизации и заряда не затрагивался.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Собельман И.И., Введение в теорию атомных спектров. – М.: ФМ, 1963.
- 2 Johnson J., Sorensen R.A. // *Phys. Rev. C* **2**, 1970, 102.
- 3 Fujita T., Arima A. // *Nucl. Phys. A* **254**, 1975, 513.
- 4 Žáková M., Andjelkovic Z. et al., Isotope shift measurements in the $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$ transition of Be^+ and extraction of the nuclear charge radii for $^{7,10,11}\text{Be}$ // *J. Phys. G* **37**, 2010, 055107.
- 5 Otten E.W., Nuclear radii and moments of unstable isotopes, Treatise on heavy-ion science, Bromley D.A., Editor, 1989, 517-638.
- 6 Kluge H.-J., Atomic physics techniques for studying nuclear ground state properties, fundamental interactions and symmetries: status and perspectives. – *Hyperfine Interact.* **196**, 2010, 295.
- 7 Parfenova Y., Leclercq-Willain Ch. // *Phys. Rev. C* **72**, 2005, 024312.
- 8 Давыдов А.С., Квантовая механика. – М.: Наука, 1973. С. 315-319.
- 9 Asaga T. et al., Hyperfine anomaly in hydrogen and hydrogen-like high Z atoms, Nihon University Report No. NUP-98-3, 1998.
- 10 Enders K. et al. // *Phys. Rev. A* **52**, 1995, 4434.
- 11 Wada M. et al. // *Nucl. Phys. A* **626**, 1997, 365.
- 12 Nörtershäuser W., Tiedemann D., Žáková M., Nuclear Charge Radii of $^{7,9,10}\text{Be}$ and the One-Neutron Halo Nucleus ^{11}Be // *Phys. Rev. Lett.* – **102**, 2009, 062503.
- 13 Fujita T., Ito K., Suzuki T. // *Phys. Rev. C* **59**, 1999, 210.

REFERENCES

- 1 Sobel'man I.I., *Vvedenie v teoriju atomnyh spektrov, FM, Moskva, 1963*, (in Russ.).
- 2 Johnson J., Sorensen R.A., *Phys.Rev. C* **2**, **1970**, 102.
- 3 Fujita T., Arima A., *Nucl.Phys. A* **254**, **1975**, 513.
- 4 Žáková M., Andjelkovic Z. et al., Isotope shift measurements in the $2s_{1/2} \rightarrow 2p_{3/2}$ transition of Be^+ and extraction of the nuclear charge radii for $^{7,10,11}\text{Be}$, *J. Phys. G* **37**, **2010**, 055107.
- 5 Otten E.W., Nuclear radii and moments of unstable isotopes, Treatise on heavy-ion science, Bromley D.A., Editor, **1989**, 517-638.
- 6 Kluge H.J., Atomic physics techniques for studying nuclear ground state properties, fundamental interactions and symmetries: status and perspectives, *Hyperfine Interact.* **196**, **2010**, 295.
- 7 Parfenova Y., Leclercq-Willain Ch., *Phys. Rev. C* **72**, **2005**, 024312.
- 8 Davydov A.S., Kvantovaja mehanika, *Nauka, Moskva, 1973*, 315-319 (in Russ.).
- 9 Asaga T. et al., Hyperfine anomaly in hydrogen and hydrogen-like high Z atoms, *Nihon University Report No. NUP-98-3*, **1998**.
- 10 Enders K. et al., *Phys.Rev. A* **52**, **1995**, 4434.
- 11 Wada M. et al., *Nucl.Phys. A* **626**, **1997**, 365.
- 12 Nörtershäuser W., Tiedemann D., Žáková M., Nuclear Charge Radii of $^{7,9,10}\text{Be}$ and the One-Neutron Halo Nucleus ^{11}Be , *Phys. Rev. Lett.* **102**, **2009**, 062503.
- 13 Fujita T., Ito K., Suzuki T., *Phys. Rev. C* **59**, **1999**, 210.

Резюме

М. Дінейхан¹, Ю. Л. Парфенова², С. А. Жауғашева¹, А. Н. Исадықов¹, Д. С. Валилда¹

(¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.;
²Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна, Ресей)

АТОМДЫҚ ДЕНГЕЙЛЕРДІҢ АСА НӘЗІК ТҮЗІЛІСІ ЖӘНЕ НЕЙТРОН САНЫ АРТЫҚ(ГАЛО) ЯДРОЛАРЫНЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫ

Бұл жұмыста аса нәзік түзілісіндегі есептеулер жүргізу кезінде $^{11}\text{Be}^+$ ионының электрондық толқындық функциясын сипаттауға және ^{11}Be кластерлік үлгісінің оңайтылған әдісі қолданылды. Бұл әдісте ядро зарядының және магниттелуінің таралуына аса нәзік ауытқу шамасының сезімталдығы зерттелінді. Зарядтың таралу радиусы өскен сайын аса нәзік ауытқу шамасы төмендейді, ал валенттік нейтронмен байланысты магниттелу радиусы өскенде – төмендейді. Кулон әлеуетін есептеу барысында ядроның ақырғы өлшемі ескеріледі.

Кілт сөздер: гало ядролар, аса нәзік түзіліс, аса нәзік ауытқу.

Summary

M. Dineyghan¹, Yu. L. Parfenova², S. A. Zhaugasheva¹, A. N. Issadykov¹, D. S. Valiolda¹

(¹Kazakh National University named al-Farabi, Almaty;
²Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russian Federation)

HYPERFINE SPLITTING OF THE ATOMIC ENERGY LEVELS AND SPATIAL STRUCTURE OF NEUTRON-RICH (HALO) NUCLEI

In this work, the hyperfine splitting is calculated in a simplified approach to description of the $^{11}\text{Be}^+$ electronic wave function accounting for a cluster structure of nucleus. It is supposed that 1S electrons are in the closed shell, and electronic magnetic moment is created by the third 2S electron. The third electron wave function is calculated with the Coulomb potential screened by the 1S electrons. In the calculations of the Coulomb potential, the cluster structure of the ^{11}Be nucleus is taken into account. It is assumed that ^{11}Be is composed by core (^{10}Be) and a valence neutron. The wave function of the neutron-core relative motion is obtained as a solution of the Schrodinger equation.

In this approach, we study the sensitivity of the Breit-Rosenthal correction to the charge and magnetization distributions in ^{11}Be . It is shown the value of Breit-Rosenthal correction decreases with the charge radius, and increases with radius of magnetization determined (in our approach) by the valence neutron.

Keywords: halo nuclei, hyperfine splitting, hyperfine anomaly.

Поступила 27.03.2013г.

М. ДИНЕЙХАН, С. А. ЖАУГАШЕВА,
Г. Г. САЙДУЛЛАЕВА, С. КЕМЕЛЖАНОВА, Н. ХАБЫЛ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ВЫЧИСЛЕНИЕ ФОРМФАКТОРА $V(B_S) \rightarrow P(V)$ ПЕРЕХОДА

Аннотация

В рамках ковариантной модели кварков вычислены формфакторы $V(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинематической области квадрата переданного импульса. Работа посвящена актуальной теме «Вычислению формфакторов $V(B_S) \rightarrow P(V)$ перехода». Основной идеей теоретических исследований в области тяжелых кварков является отделение вклада малых расстояний, описание которых возможно в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики (КХД), от вкладов больших расстояний, для описания которых необходимо привлекать непертурбативные методы. Помимо наивной факторизации существуют более продвинутое методы отделения вкладов малых и больших расстояний. Это так называемая КХД факторизация и эффективная теория SCET (Soft-Collinear Effective Theory). Эти подходы выводят теоремы факторизации, которые позволяют дать систематическое описание того или иного процесса в терминах «мягких» и «жестких» матричных элементов.

Ключевые слова: факторизация, переход, формфактор, .

Кілтсөздер: факторизация, ауысу, формфактор.

Keywords: factorization, transition, form factor.

1. Введение. Наиболее популярным и простым методом является так называемая *наивная* факторизация, основанная на выводе эффективных слабых гамильтонианов, которые описывают слабые переходы кварков и лептонов. Эффективные слабые гамильтонианы представляют собой набор локальных кварк-кварковых и кварк-лептонных операторов, умноженных на так называемые коэффициенты Вильсона (см. обзор [1]). Коэффициенты Вильсона характеризуют динамику малых расстояний и могут быть оценены пертурбативными методами с помощью операторных разложений. При вычислении матричных элементов локальных операторов между начальными и конечными состояниями требуется использовать непертурбативные методы. При этом необходимо знать, каким образом адроны построены из кварков. Технически, любой матричный элемент локального оператора может быть выражен через набор лоренцевских структур, умноженных на скалярные функции, которые зависят от кинематических переменных. Данные скалярные функции называются формфакторами.

Существует достаточно много теоретических подходов для вычисления необходимых адронных формфакторов. Упомянем некоторые из них. Считается, что наиболее модельно-независимым подходом является подход правил сумм КХД на световом конусе (см., например, [6, 7]). В рамках подхода правил сумм на световом конусе можно вычислить формфакторы лишь в области достаточно малых переданных импульсов (или больших отдач). Вычисленные формфакторы затем экстраполируются в область больших переданных импульсов (или малых отдач) с помощью полюсных аппроксимаций. В [8] был разработан систематический подход для описания редких распадов $B \rightarrow K^* l^+ l^-$ в области малых отдач с помощью эффективной теорией тяжелых кварков. Подробный анализ распадов с малой отдачей с использованием данного подхода позднее был проделан в работе [9, 10].

Следует подчеркнуть, что в рамках развиваемой нами ковариантной кварковой модели адронные формфакторы могут быть вычислены во всей кинематической области импульсных переменных.

Таким образом, наша работа построена следующим образом: во втором разделе вычислены различные переходные формфакторы $V(B_S) \rightarrow P(V)$ переходов во всей кинематической области квадрата переданного импульса.

2. Переходные формфакторы. Учитывая тот факт, что все модельные параметры зафиксированы, мы вычислим формфакторы, описывающие переходы тяжелых $V(B_S)$ мезонов в лёгкие мезоны, например, $V, B_S \rightarrow \pi, K, \rho, K^*, \phi$. Эти величины представляют большой интерес из-за необходимости их знания при описании полуплептонных, нелептонных и редких распадов B и B_S мезонов. Как уже отмечалось во введении, они были вычислены, в частности, в рамках подхода правил сумм на световом конусе в области малых значений переданного импульса, и затем были экстраполированы во всю кинематическую область.

Прежде всего мы дадим определение формфакторов переходов псевдоскаляр и псевдоскаляр-вектор:

$$\begin{aligned}
 & \left\langle P'_{[\bar{q}_3 q_2]}(p_2) \left| \bar{q}_2 O^\mu q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = N_c g_P g_{P'} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P \left(-(k + \omega_{13})^2 \right) \tilde{\Phi}_{P'} \left(-(k + \omega_{23})^2 \right) \times \\
 & \quad \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \gamma^5 S_2(k + p_2) \right] = \\
 & \quad = F_+(q^2) P^\mu + F_-(q^2) q^\mu,
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\langle P'_{[\bar{q}_3 q_2]}(p_2) \left| \bar{q}_2 (\sigma^{\mu\nu} q_\nu) q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = N_c g_P g_{P'} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P \left(-(k + \omega_{13})^2 \right) \tilde{\Phi}_{P'} \left(-(k + \omega_{23})^2 \right) \times \\
 & \quad \times \text{tr} \left[\sigma^{\mu\nu} q_\nu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \gamma^5 S_2(k + p_2) \right] = \\
 & \quad = \frac{i}{m_1 + m_2} (q^2 P_\mu - q \cdot P q^\mu) F_T(q^2),
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\langle V(p_2, \xi_2)_{[\bar{q}_3 q_2]} \left| \bar{q}_2 O^\mu q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = N_c g_P g_V \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \tilde{\Phi}_P \left(-(k + \omega_{13})^2 \right) \tilde{\Phi}_V \left(-(k + \omega_{23})^2 \right) \times \\
 & \quad \times \text{tr} \left[O^\mu S_1(k + p_1) \gamma^5 S_3(k) \xi_2^\dagger S_2(k + p_2) \right] = \\
 & = \frac{\xi_2^\dagger}{m_1 + m_2} \left(-g^{\mu\nu} P \cdot q A_0(q^2) + P^\mu P^\nu A_+(q^2) + q^\mu P^\nu A_-(q^2) + i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta V(q^2) \right), \\
 & \left\langle V(p_2, \xi_2)_{[\bar{q}_3 q_2]} \left| \bar{q}_2 (\sigma^{\mu\nu} q_\nu (1 + \gamma^5)) q_1 \right| P_{[\bar{q}_3 q_1]}(p_1) \right\rangle = \\
 & = \frac{\xi_2^\dagger}{m_1 + m_2} \left(-g^{\mu\nu} P \cdot q A(q^2) + P^\mu P^\nu A_+(q^2) + q^\mu P^\nu A_-(q^2) + i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta V(q^2) \right) = \\
 & = \xi_2^\dagger \left(-(g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2) P \cdot q a_0(q^2) + (P^\mu P^\nu - q^\mu P^\nu P \cdot q / q^2) a_+(q^2) + i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta g(q^2) \right).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Мы использовали обозначения $P = p_1 + p_2$ и $q = p_1 - p_2$. Для векторных мезонов на массовой поверхности $\xi_2^\dagger \cdot p_2 = 0$. И для всех мезонов $p_i^2 = m_i^2$. Поскольку имеются три вида кварков, участвующих в переходе, мы ввели два индекса $\omega_{ij} = m_{q_j} / (m_{q_i} + m_{q_j})$, ($i, j=1,2,3$) так, что $\omega_{ij} + \omega_{ji} = 1$. Формфакторы в уравнении (4) удовлетворяют условию $a_0(0) = a_+(0)$, которое гарантирует, что кинематическая сингулярность не возникает в матричном элементе при $q^2 = 0$. Для полноты картины мы даём связь наших формфакторов с определениями, используемыми в ряде других работ (см., например, [7]). Эти соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 F_+ = f_+, \quad F_- = -\frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2} (f_+ - f_0), \quad F_T = f_T, \quad A_0 = -\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} A_1, \quad A_+ = A_2, \tag{5} \\
 A_- = \frac{2m_2(m_1 + m_2)}{q^2} (A_3 - A_0), \quad V = V, \quad a_0 = T_2, \quad g = T_1, \quad a_+ = T_2 + \frac{q^2}{m_1^2 - m_2^2} T_3.
 \end{aligned}$$

Формфакторы (5) удовлетворяют следующим ограничениям

$$A_0(0) = A_3(0), \quad 2m_2 A_3(q^2) = (m_1 + m_2) A_1(q^2) - (m_1 - m_2) A_2(q^2) \tag{6}$$

На рисунках 1–4 мы показали поведение формфакторов, вычисленных в рамках ковариантной кварковой модели во всей кинематической области $0 \leq q^2 \leq q^2_{\max}$. Для сравнения мы показали также результаты анализа правил сумм на световом конусе [6]. В Таблице 1, мы собрали наши результаты для формфакторов в точке максимальной отдачи $q^2 = 0$ и даём для сравнения результаты, полученные в рамках других подходов.

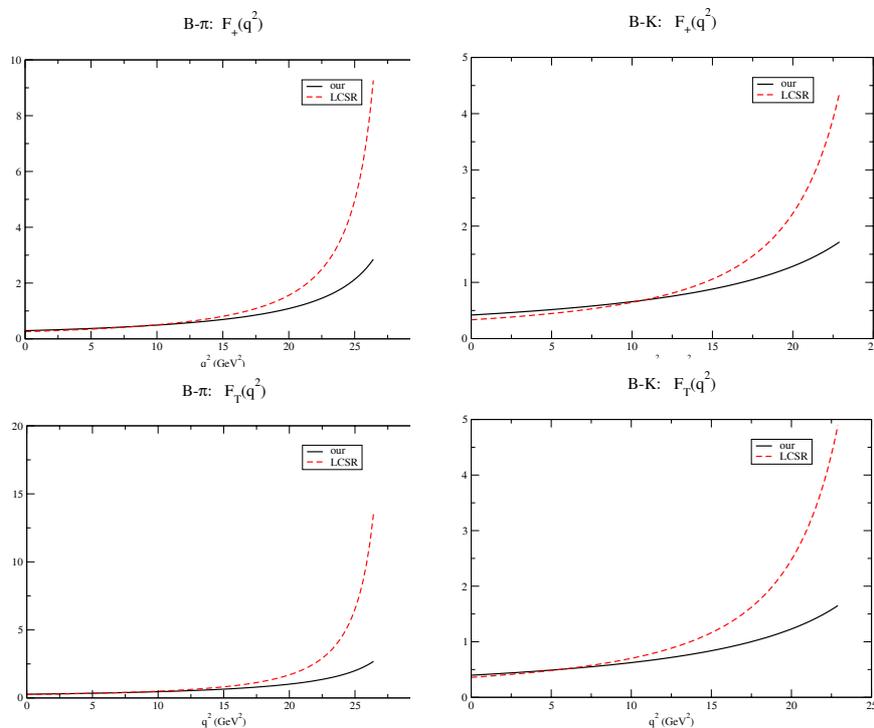


Рисунок 1 – Наши результаты для формфакторов, определённых уравнениями (1) и (2).

Левая панель для B - π перехода; правая панель для B - K перехода.

Для сравнения приведены кривые работы по правилам сумм на световом конусе [6]

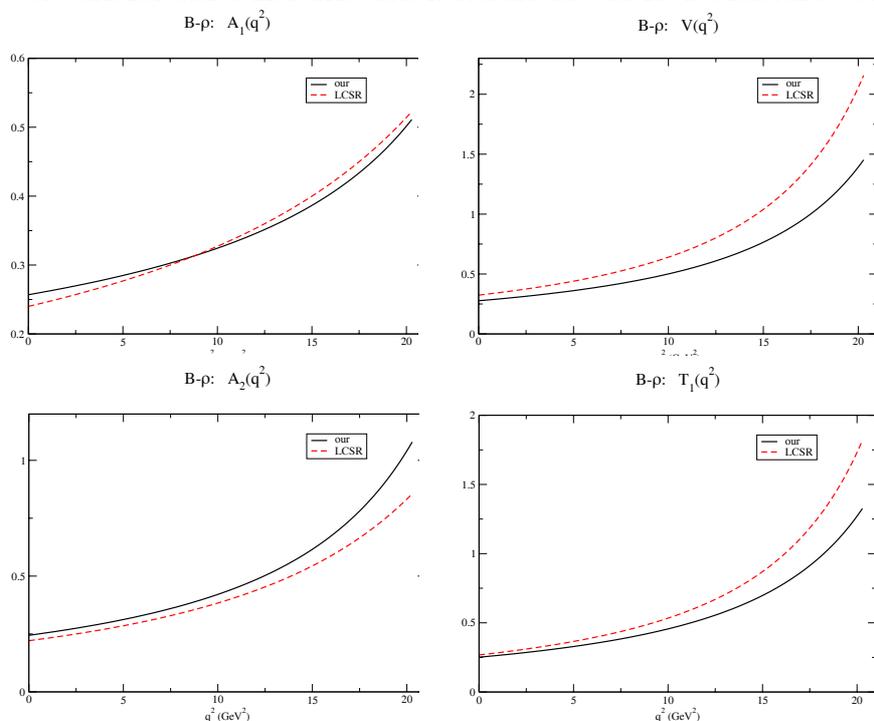


Рисунок 2 – Наши результаты для формфакторов, определённых в уравнениях (3) и (4), для B - ρ -перехода.

Для сравнения мы приводим соответствующие кривые из работы [6]

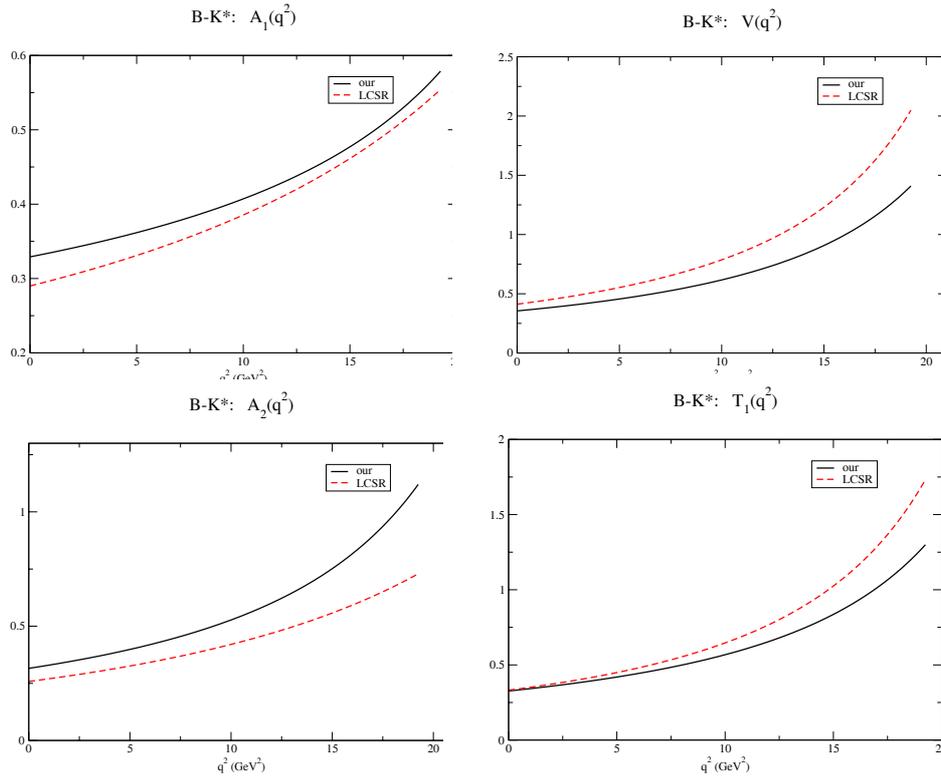


Рисунок 3 – Наши результаты для формфакторов, определенных в уравнениях (3) и (4) для $B-K^*$ перехода. Для сравнения мы приводим соответствующие кривые из работы [6]

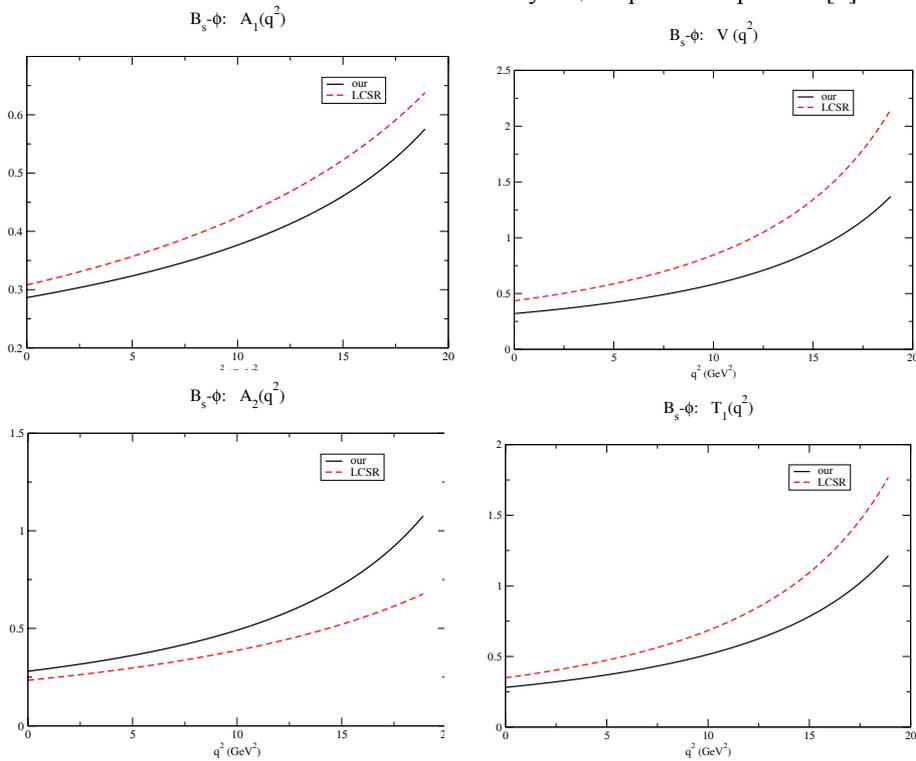


Рисунок 4 – Наши результаты для формфакторов, определенных в уравнениях (3) и (4), для $B_s-\phi$ перехода. Для сравнения, приводим соответствующие кривые из работы [6].

Как было предложено в работе [9,10], можно проверить, насколько хорошо формфакторы, вычисленные в ковариантной кварковой модели, удовлетворяют трём соотношениям при малой отдаче, полученным в работе [8] для трёх пар формфакторов (T_1, V) , (T_2, A_1) и (T_3, A_2) . На рисунке 5 мы построили соответствующие отношения

$$R_1 = \frac{T_1(q^2)}{V(q^2)}, \quad R_2 = \frac{T_2(q^2)}{A_1(q^2)}, \quad R_3 = \frac{q^2}{m_B^2} \frac{T_3(q^2)}{A_2(q^2)}, \quad (7)$$

Эти отношения в пределе симметрии тяжёлых кварков и при малой отдаче все должны быть порядка $1 - (2\alpha_s / (3\pi) \ln(\mu / m_b))$, т.е. близко к 1.

Из рисунка 5 следует, что так же, как и экстраполированные формфакторы в правилах сумм на световом конусе, формфакторы, полученные в ковариантной кварковой модели, удовлетворяют этим соотношениям достаточно хорошо в случае R_1 и R_2 . Согласие не очень хорошее в случае отношения R_3 .

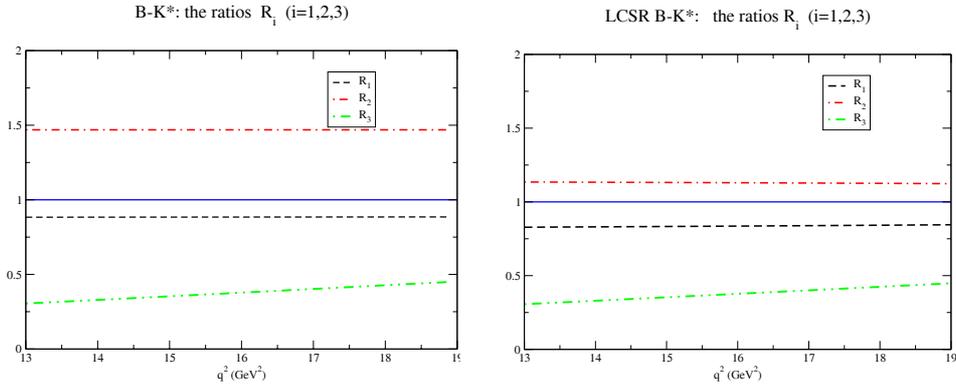


Рисунок 5 – Наши результаты для отношений формфакторов, определенных в уравнении (7) для $B-K^*$ -перехода.

Интересно сравнить поведение формфактора для $B-\pi$ переходов, вычисленного в нашей модели из трехточечной однопетлевой диаграммы, с поведением модели векторной доминантности (МВД). В случае обычного монополя имеем

$$F_{МВД}^{B\pi}(q^2) = \frac{F_+^{B\pi}(0)}{m_{B^*}^2 - q^2},$$

где масса полюса находится вблизи низколежащего состояния B^* . Соответствующие кривые приведены на рисунке 6. Видно, что имеется сильный рост формфактора модели векторной доминантности в области полюса. Аналогичное поведение имеет место и в случае формфактора, вычисленного в ковариантной кварковой модели.

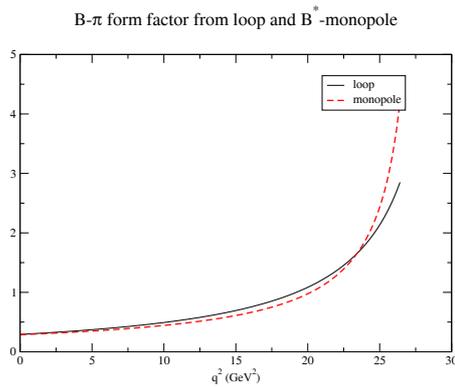


Рисунок 6 – Сравнение формфакторов $B-\pi$ -перехода, полученного в ковариантной кварковой модели, с формфактором монопольного типа

Таблица 1 – Формфакторы при $q^2 = 0$, вычисленные в различных подходах

	Данная работа	[6]	[7]	[11]	[15]	[112, 113]	[114]	[16]
$F_+^{B\pi}(0)$	0.29	0.258±0.031	0.25±0.05	0.24±0.05	0.24±0.03	0.29	0.22	0.27
$F_+^{BK}(0)$	0.42	0.335±0.042	0.31±0.04	0.30±0.06	0.25±0.03	0.36	...	0.36
$F_T^{B\pi}(0)$	0.27	0.253±0.028	0.21±0.04	0.25±0.05	...	0.28
$F_T^{BK}(0)$	0.40	0.359±0.038	0.27±0.04	0.32±0.06	0.14±0.03	0.35	...	0.34
$V^{B\rho}(0)$	0.28	0.324±0.029	0.32±0.10	0.31±0.06	...	0.31	0.30	...
$V^{BK^*}(0)$	0.36	0.412±0.045	0.39±0.11	0.37±0.07	0.47±0.03	0.44
$V^{B_s\phi}(0)$	0.32	0.434±0.035	0.434±0.035
$A_1^{B\rho}(0)$	0.26	0.240 ±0.024	0.24 ±0.08	0.24 ±0.05	...	0.26	0.27	...
$A_1^{BK^*}(0)$	0.33	0.290±0.036	0.30±0.08	0.29±0.06	0.37±0.03	0.36
$A_1^{B_s\phi}(0)$	0.29	0.311±0.029
$A_2^{B\rho}(0)$	0.24	0.221 ±0.023	0.21± 0.09	0.25 ±0.05	...	0.24	0.28	...
$A_2^{BK^*}(0)$	0.32	0.258±0.035	0.26±0.08	0.30±0.06	0.40±0.03	0.32
$A_2^{B_s\phi}(0)$	0.28	0.234± 0.028
$T_1^{B\rho}(0)$	0.25	0.268± 0.021	0.28± 0.09	0.26± 0.05	...	0.27
$T_1^{BK^*}(0)$	0.33	0.332±0.037	0.33±0.10	0.30±0.06	0.19±0.03	0.39
$T_1^{B_s\phi}(0)$	0.28	0.349 ±0.033

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E. Weak decays beyond leading logarithms, *Rev. Mod. Phys.* **1996**, Vol. 68, P.1125-1144.
- 2 Beneke M., Buchalla G., Neubert M. and Sachrajda C. T. QCD factorization for $B \rightarrow \pi \pi$ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit, *Phys. Rev. Lett.* **1999**, Vol. 83, P.1914.
- 3 Beneke M., Neubert M. QCD factorization for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ decays, *Nucl. Phys. B*, **2003**, Vol. 675, P.333-415.
- 4 Feldmann T. Soft-Collinear Effective Theory: Recent Results and Applications, *PoS CONFINEMENT 8 007*, **2008**.
- 5 Bauer C. W., Fleming S., Pirjol D., Stewart I. W. An Effective field theory for collinear and soft gluons: Heavy to light decays, *Phys. Rev. D.*, **2001**, Vol. 63, P.114020.
- 6 Ball P. and Zwicky R., *Phys. Rev. D.*, **2005**, Vol. 71, P.014029.
- 108 Khodjamirian A., Mannel T. et al, *Phys. Rev. D*, **2007**. Vol. 75. P.054013.
- 7 Grinstein B., Pirjol D. Exclusive rare B [*RIGHTWARDS ARROW*] K***[*SCRIPT SMALL L*] + [*SCRIPT SMALL L*] - decays at low recoil: Controlling the long-distance effects, *Phys. Rev. D*.**2004**, Vol. 70, P.114005.
- 8 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. The Benefits of $B \rightarrow K \pi \pi$ Decays at Low Recoil *Journal of High Energy Physics*, **2010**, Vol. 1007, P.098.
- 9 Bobeth C., Hiller G., van Dyk D. More Benefits of Semileptonic Rare B Decays at Low Recoil: CP Violation, *Journal of High Energy Physics*, **2011**, Vol. 1107, P.067.
- 10 Ivanov M. A., Körner J. G., Kovalenko S. G., Roberts C. D. B- to light-meson transition form-factors, *Phys. Rev. D*, **2007**, Vol. 76, P.034018.
- 11 Melikhov D., Nikitin N. and Simula S. Rare exclusive semileptonic $b \rightarrow s$ transitions in the standard model, *Phys. Rev. D.*, **1998**, Vol. 57, P.6814.
- 12 Melikhov D. Dispersion approach to quark-binding effects in weak decays of heavy mesons, *Eur. Phys. J. direct C.*, **2002**, Vol. 4, P.1.
- 13 Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O. New analysis of semileptonic B decays in the relativistic quark model, *Phys. Rev. D*. **2007**, Vol. 75, P.074008.
- 14 Ladisa M., Nardulli G., Santorelli P. Semileptonic and rare B meson decays into a light pseudoscalar meson, *Phys. Lett. B*. **1999**, Vol. 455, P.283-290.
- 15 Colangelo P., De Fazio F., Santorelli P., Scrimieri E. QCD sum rule analysis of the decays $B \rightarrow K \pi \pi$ and $B \rightarrow K \pi \pi$, *Phys. Rev. D.*, **1996**, Vol.53, P.3672-3686.
- 16 Faessler A., Gutsche T., Ivanov M. A., Körner J. G. and Lyubovitskij V. E. The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \dots$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \dots$ in a relativistic quark model, *Eur. Phys. J. direct C.*, **2002**, Vol. 4, P.18.

Резюме

М. Дінейхан, С. А. Жаугашева, Г. Г. Сәйдүллаева, С. Е. Кемелжанова, Н. Хабыл

 $B(B_s) \rightarrow P(V)$ АУЫСУДЫҢ ФОРМФАКТОРЫН ЕСЕПТЕУ

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

Коварианттық кварктік үлгі аясында $B(B_s) \rightarrow P(V)$ ауысулардың формфакторларын берілген импульстың барлық кинематикалық аймағында есептелді. Алынған нәтижелер бар мәндермен жақсы сәйкес келеді. Ауыр кварктардың маңында теориялық зерттеудің негізгі мақсаты аз арақашықтық бойынша петурбативтік кванттық хромодинамиканың сипаты бойынша үлкен арақашықтыққа дейін пертурбативтік емес әдісті қолдану. Аз және үлкен арақашықтық бойынша жақсы жетілген әдістерді қолдану. Атап айтқанда, КХД-дағы факторизация және SCET (Soft-Collinear Effective Theory) тиімді теориясы. Бұл тәсілдер факторизация теоремасы бойынша «жеңіл» және «қатты» элементтерге жүйелік сипаттама береді.

Кілтсөздер: факторизация, ауысу, формфактор.

Summary

M. Dineykhana, S. A. Zhaugasheva, G. G. Saidullaeva, S. E. Kemelzhanova, N. Habyl

(Al-Farabi Kazak National University, Almaty)

THE CALCULATION OF THE $B(B_s) \rightarrow P(V)$ TRANSITION FORM FACTOR

As part of the covariant quark model [1] calculated form factors of transitions throughout the kinematic region of the square of the momentum transfer. The results are in good agreement with the existing data. Within covariant model of quarks factors of transitions in all kinematic area of a square of the transferred impulse are calculated a form. Work is devoted to a hot topic to «Calculation of formfactor of $B(B_s) \rightarrow P(V)$ transition». The main idea of theoretical researches in the field of heavy quarks is the office of a contribution of the small distances which description is possible within perturbative quantum chromodynamics (KHD), from deposits of long distances for which description it is necessary to attract not perturbative methods. Besides naive factorization there are more advanced methods of office of deposits of small and long distances. It is so-called KHD factorization and the effective theory of SCET (Soft-Collinear Effective Theory). These approaches output factorization theorems which allow to give the systematic description of this or that process in terms of «soft» and «zhyostsky» matrix elements.

Keywords: factorization, transition, form factor.

Поступила 27.03.2013г.

В. В. ДЬЯЧКОВ, А. В. ЮШКОВ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

СИСТЕМНО-СТРУКТУРНЫЙ ЗАКОН МИКРОМИРА

Аннотация

Авторами установлен симплектически-планетарный закон чередования характера внутренней микрогеометрии различных структур материи в микромире. Получена полуэмпирическая формула, описывающая зависимость энергии связи от характерного размера различных микроструктур. Была выполнена оценка количества пионов в пионном облаке, которое окружает ядро нуклона. Было показано, что для реализации указанных в работе возможных виртуальных реакций перехода нейтрона в протон и обратно необходимо три пиона. Исходя из этого, определена масса кварка-партона.

Ключевые слова: планетарная система, симплектическая система, нуклон, пион, ядро, партон, кварк, стандартная модель.

Кілт сөздер: планетарлық жүйе, симплектикалық жүйе, нуклон, пион, ядро, партон, кварк, стандартты үлгі.

Keywords: planetary system, symplectic system, the nucleon, pion, core, parton, quark, the standard model.

Обменная часть сильных сил, реализуемая с помощью мезонов, занимает значительную долю в полном взаимодействии как ядер, так и элементарных частиц. Идеи обменных сил впервые зародились в квантовой химии, где были проверены экспериментально, а затем перенесены в ядерную, а позже и в элементарно-частичную физику.

Механизм обмена между адронами с помощью тяжелых частиц в общем случае нарушает закон сохранения энергии. Но в квантовом микромире процессы с нарушением закона сохранения энергии принципиально возможны благодаря «запрету», налагаемому соотношением неопределенностей Гейзенберга $\Delta E \Delta t \geq \hbar$. За время сильного взаимодействия $\Delta t \approx 10^{-23}$ с, в течение которого и происходит обмен частицами, «допускается» неопределенность в знании энергии ΔE , то есть на эту величину «можно виртуально нарушать» закон сохранения энергии.

Ядерные силы Юкавы должны были осуществлять взаимодействие между нуклонами с помощью частицы с массой 200-300 m_e . Такими частицами явились пионы π^+ , π^- , π^0 . Подставляя в соотношение неопределенностей величину $\Delta E = mc^2$ и $\Delta t = r_{NN}/c$, где r_{NN} – расстояние между адронами, c – скорость света (скорость обменных частиц), получим выражение для массы обменной частицы $M = \hbar / r_{NN} c$. Обменные виртуальные реакции между нуклонами идут как с неизменным изоспином, так и с его изменением: $p \rightarrow \pi^0 + p$; $p \rightarrow \pi^+ + n$; $n \rightarrow \pi^0 + n$; $n \rightarrow \pi^- + p$.

Реальный одиночный нуклон имеет плотный *ядро*, который окружен облаком из нескольких пионов. Оценим их число в пионном облаке. Для этого вычислим *полную энергию связи всех пионов в нуклоне*. С этой целью, поскольку масса ядра нуклона еще не измерена, построим зависимость энергий связи нескольких близких структур материи в зависимости от их размеров (таблица 1) и экстраполируем в область размеров нуклона и его ядра (рисунок 1).

Таблица 1 – Энергии связи различных структур материи на базисе протона

Номер структуры	Вид структуры материи	Геометрический фактор	Характерный радиус структуры, см	Энергия связи, эВ
1	Молекула водорода	симплектический	$1,318 \cdot 10^{-8}$	4,749
2	Атом водорода	планетарный	$0,46 \cdot 10^{-8}$	13,595
3	Ядро (дейтрон)	симплектический	$1,76 \cdot 10^{-13}$	$2,225 \cdot 10^6$
4	Протон	планетарный	$0,8 \cdot 10^{-13}$	$5,565 \cdot 10^6$
5	Партон (экстраполяция)	симплектический	$\sim 10^{-15}$	820 ГэВ

На рисунке 1 дана такая зависимость с достоверностью соответствия теории (сплошная линия) и эксперимента (точки) в диапазоне известных структур материи для систематического ряда водорода: «молекула-атом-ядро-нуклон-ядро-...», равной 0,9998. Из рисунка 1 и таблицы 1 видно, что полная энергия связи пионов

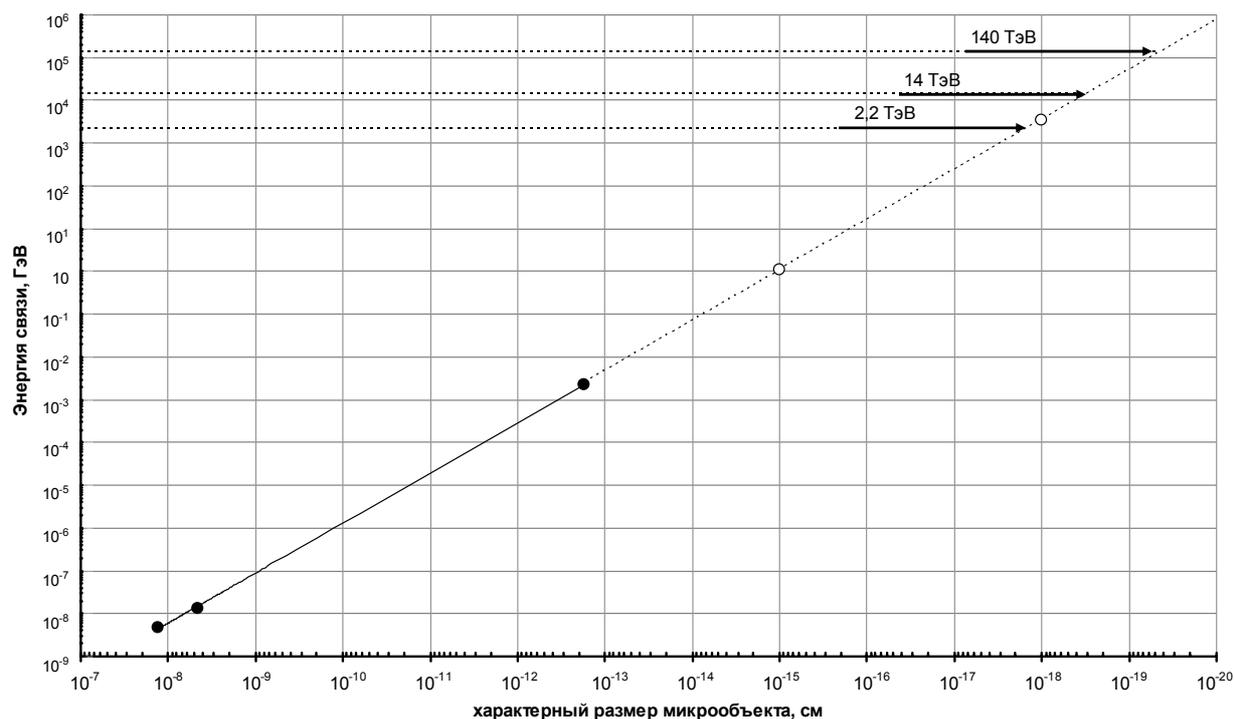


Рисунок 1 – Закон изменения полной энергии связи от характерных размеров структур микромира. Точки – эксперимент, сплошная линия – теория (1)

с керном нуклона составляет величину 5,565 МэВ (при размере нуклона $r_N = 0,8 \cdot 10^{-13}$ см). А, следовательно, в предположении, что масса нуклона делится между массой ядра и суммарной массой пионов поровну, число пионов равно 3.

По-видимому, ядро нуклона окружено, действительно, облаком из трех пионов (трех сортов пионов), что дает ему возможность реализовать все четыре, указанных выше, реакции. Указанная закономерность рисунка 1 описана нами формулой

$$E = \frac{\hbar c}{r_0} \alpha^{b-1} \left(\frac{r}{r_0}\right)^a, \quad (\text{МэВ}), \quad (1)$$

где $a = -1,1702$, $b = -2,1552$.

В 1964 году Гелл-Ман и Цвейг независимо и одновременно сделали предположение о существовании в природе частиц с дробными значениями барионного и электрического зарядов. Эти частицы были названы «кварками» – q ; другая исследовательская группа назвала их «партонами». Косвенным экспериментальным подтверждением существования кварков-партонов явились опыты по исследованию глубокоэластичного рассеяния электронов на протонах, в которых было обнаружено отклонение на большие углы, свидетельствующее о существовании внутри протона точечных объектов, то есть о его кварковоподобной структуре.

Барионы строятся из кварков по схеме qqq . Протон создается как сочетание двух u - и одного d -кварка ($p = uud$), а нейтрон – в виде $n = udd$. В теории ненарушенной калибровочной симметрии, которая лежит в основе Стандартной модели сильного и электрослабого взаимодействий, массы всех фундаментальных частиц равны нулю. Ненулевыми они становятся в результате спонтанного нарушения симметрии в процессе взаимодействия с хиггсовским полем. Однозначность в оценках масс u - и d -кварков в литературе отсутствует.

В работе [1] значения масс u - и d -кварков равны $m_u = 4$ МэВ и $m_d = 7$ МэВ, соответственно. В [2] приводятся значения $m_u = m_d = 340$ МэВ, а в [3] и [4] массы кварков порядка 300 МэВ. Авторы работы [5] дают значение около 330 МэВ. На основе закономерности рисунка 1 находим энергию связи внутренних подструктур ядра протона, равной 820 ГэВ. Вспомним, что кварки безуспешно пытались искать на ускорителях вплоть до энергии протонов 500 ГэВ. В результате был сделан вывод о том, что в свободном виде кварков в природе не существует. Однако закономерность (1) показывает, что «старым» ускорителям просто не хватило энергии пучка бомбардирующих частиц.

Нетрудно отметить еще одну закономерность по мере перехода от крупных структур материи ко все более мелким: молекула строится из двух одинаковых (кваситождественных) по размерам частиц-атомов

(симплектическая структура); атом уже представляет систему, состоящую из ядра и электронов (солнечно-планетарная структура атома); ядро вновь строится из двух квазитожественных по размерам частиц-нуклонов (симплекс). Очевидно, что следующая структура (нуклон) представляет систему, состоящую из «pubbin» {pubbin – «наббин», англ. – комочек} и пионного облака (солнечно-планетарная структура нуклона) с полной энергией связи 5,565 МэВ. При этом размеры «наббина» много меньше размера самого нуклона.

Для атома

$$\frac{E_3}{E_2} = \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^a . \quad (2)$$

Тогда для нуклона

$$\frac{E_5}{E_4} = \left(\frac{r_5}{r_4}\right)^a = \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^a , \quad (3)$$

откуда энергия связи кварков (энергия, необходимая для полного расщепления «наббина» на отдельные, составляющие его, кварки):

$$E_5 = 821,345 \text{ ГэВ}. \quad (4)$$

Возможно, что именно из-за соотношения (4) кварки-партоны в свободном состоянии пока не найдены.

Такое полученное в настоящей работе численное значение энергии связи кварков-партонов (выше 820 ГэВ) дает определенную надежду все же найти их в свободном состоянии при повышении энергии ускорителей. На рисунке 1 стрелками показана энергия пучка протонов, достигнутая на коллайдере в ЦЕРНе на первых этапах его работы $E_{\text{БАК}}=2,2$ ТэВ и энергия, которая будет достигнута к следующему году в результате модернизации ускорителя $E_{\text{БАК}}=14$ ТэВ [6]. Напомним, что ожидаемая энергия протонов в космических лучах равна 140 ТэВ (на рисунке – верхняя стрелка).

Итак, если записать энергию связи нуклона в виде

$$E_{\text{связи}} = M - 3m, \quad (5)$$

где M – масса нуклона; m – масса партона-кварка, то получим численное значение этой массы

$$m = 311,33 \text{ МэВ}. \quad (6)$$

Указанный закон дает также определенный ключ к пониманию закономерностей не только в изменении устойчивости и других параметров, но и смены одной структуры материи другой, по крайней мере, в области микромира. Рассмотрим, например, как изменяется структура различных объектов микромира в цепочке: «молекула-атом-ядро-элементарная частица (нуклон)- ...» (таблица 1). При таком рассмотрении примем следующую терминологию: «*планетарная система*» – система типа атома; «*симплектическая система*» – система типа кристаллической решетки (многогранник). Нетрудно подметить следующую закономерность, действующую совместно с закономерностью изменения энергии связи от размеров микрочастиц (1), которая, несомненно, будет полезна при проникновении во все более мелкие структуры микромира, следующие за нуклоном:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Молекула: атом: ядро: нуклон: керна: ... =} \\ \text{Симплекс: планетарная: симплекс: планетарная} \end{array} \right\} \quad (7)$$

Таким образом, закономерность (7) дает предсказание, что керна (в дальнейшем «*наббион*» – от англ. *pubbin* – комочек) нуклона имеет симплектическую (плотнупакованную) систему. Составные элементы керна-наббиона нуклона (назовем их по-новому «*DY-частицами*») имеют уже планетарную систему с гипотетическими орбитальными частицами «*квазиэлектронами*». А сам керна *DY-частицы* должен иметь вновь симплектическую структуру в виде гипотетических очень тяжелых частиц, которые мы условно назовем «*AY-частицами*». Весьма вероятное открытие в будущем указанных гипотетических частиц *DY-* и *AY-частиц* будет тесно связано с развитием ускорителей типа черновского коллайдера, а также с ускорительной техникой в области 10^{18} – 10^{22} эВ или, в качестве альтернативы, открытие в физике космических лучей подобных частиц со сверхвысокими энергиями.

Указанный «*закон чередования*» (7) структур материи микромира, возможно, описывается известной «теоремой о предельных циклах» в теории динамического хаоса: *если имеется несколько предельных циклов, образующих концентрическую систему, то устойчивые предельные циклы чередуются с неустойчивыми предельными циклами; при этом особая внутренняя точка есть стянутый в точку предельный цикл.* Таким образом, процесс Большого Взрыва, в результате которого образованы все структуры материи, в том числе и микромира, можно рассматривать как процесс с семейством концентрических предельных циклов.

Заключение:

1. Получена полуэмпирическая формула, описывающая зависимость энергии связи от характерного размера различных микроструктур для водорода. На основе этой закономерности найдено число пионов в пионном облаке нуклона.

2. На основе обнаруженной степенной закономерности найдена энергия связи нуклона, равная 5,565 МэВ, и энергия связи кварков-партонов, равная 820 ГэВ, являющаяся основной причиной их необнаружения в свободном состоянии.

3. Полагая, что нуклон состоит из трех кварков-партонов, найдена их масса, которая оказалась равной 311,33 МэВ.

4. Впервые установлен симплектически-планетарный закон чередования характера внутренней микрогеометрии различных структур материи в микромире.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Мухин К.Н., Тихонов В.Н. // УФН. – 2001. – Т. 171, № 11.
- 2 Клоуз Ф. Кварки и партоны. – М.: Мир, 1982. – 438 с.
- 3 Юшков А.В., Жусупов М.А., Канашевич В.И. Ядерная физика. Понятийный аппарат. – Алматы: Казак университеті, 2002. – 152 с.
- 4 Таблицы физических величин. Справочник под ред. акад. М. Кикоина. – Атомиздат, 1976. – 1006 с.
- 5 Фундаментальная структура материи / Под ред. Дж. Малви. – М: Мир, 1984. – 312 с.
- 6 Наука и техника. 1 марта 2013 г. // <http://www.bbc.co.uk/russian/science/>

REFERENCES

- 1 Mulin K.N., Tihonov V.N., *UFN*, **2001**, *t.171*, №11., (in Russ)
- 2 Klouz F., *Kvarki i partony*, *M: Mir*, **1982**, 438 s. (in Russ)
- 3 Yushkov A.V., Zhusupov M.A., Kanashevich V.I., *Jadernaja fizika*, *Ponjatijnyj apparat*. *Almaty: Kazak Universiteti*, **2002**, 152 s. (in Russ)
- 4 *Tablicy fizicheskikh velichin*. *Spravochnik pod red. akad. Kikoina*. *M: Atomizdat*, **1976**, 1006 s. (in Russ)
- 5 *Fundamental'naja struktura materii*. *Pod red. Dzh. Malvi*. *M: Mir*, **1984**, 312 s. (in Russ)
- 6 *Nauka i tehnika*. **1 marta 2013 g.**, <http://www.bbc.co.uk/russian/science/>

Резюме

В. В. Дьячков, А. В. Юшков

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

МИКРОӘЛЕМНІҢ ЖҮЙЕЛІК-ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ЗАҢЫ

Микроәлемдегі әртүрлі материя құрылымы ішкі микрогеометриясының симплектикалық-планетарлық мінезінің алмасу заңы авторлармен анықталған. Әртүрлі микроқұрылымдардың мінездік өлшемінен шығатын энергия байланысының тәуелділік сипаттайтын жартылай эмпирикалық формула алынған. Керн нуклонын қоршап тұрған пион бұлтындағы пиондардың санына бағалау беру орындалған. Аталған жұмыста көрсетіліп отырған нейтронның протонға және керісінше ауысуының ауаны реакцияларының мүмкіндігіне үш пион кәжет. Осыдан шығарып кварк-партонның салмағы анықталды.

Кілт сөздер: планетарлық жүйе, симплектикалық жүйе, нуклон, пион, керн, партон, кварк, стандартты үлгі.

Summary

V. V. Dyachkov, A. V. Yushkov

(al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

SYSTEMATIC AND STRUCTURAL LAWS OF THE MICROWORLD

The authors found symplectic planetary character of the domestic law of alternation microgeometry various components of matter in the microscopic world. The semiempirical formula describing the dependence of the energy of the characteristic size of the various microstructures.

Keywords: planetary system, symplectic system, the nucleon, pion, core, parton, quark, the standard model.

Поступила 27.03.2013г.

Б. Ж. МЕДЕТОВ, А. Ж. НАУРЗБАЕВА, А. Е. БИСКАК

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХЧАСТОТНОГО РЕЖИМА ГЕНЕРАЦИИ СИГНАЛОВ КЛАСТЕРОМ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Аннотация

В настоящей работе приведены результаты численного исследования условий возникновения эффекта «двухчастотной» бифуркации Хопфа в кластере связанных между собой автоколебательных систем. Возможность возникновения подобной бифуркации, отличающейся от классического представления бифуркации Хопфа, была предсказана теоретически на основе анализа результатов, полученных при аналитическом решении системы уравнений, описывающих динамику рассматриваемого кластера. Но по теории не были определены условия, в каких случаях может возникать тот или иной режим, соответствующий двум разным частотам генерируемых сигналов. По результатам проведенных численных исследований установлены все необходимые условия, т.е. области значений параметров, в которых в данном кластере можно наблюдать соответствующие режимы.

Ключевые слова: бифуркация, бифуркация Хопфа, предельный цикл, сигнал, автоколебательная система, кластер нейронов.

Кілт сөздер: бифуркация, Хопф бифуркациясы, шектік цикл, сигнал, автотербелмелі жүйе, нейрондар кластері.

Keywords: bifurcation, Hopf bifurcation, limit cycle, signal, oscillatory systems, neurons cluster.

1. Введение. В работе [1] в результате теоретических исследований поведения кластера, состоящего из двух линейно-отрицательно связанных автоколебательных систем, была предсказана возможность рождения «двухчастотной» бифуркации Хопфа вблизи состояния равновесия. В качестве автоколебательной системы рассматривалась модель нейрона, предложенная Фитц Хью-Нагумо [2]. В таком случае кластер из двух линейно-отрицательно связанных нейронов можно представить в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + \gamma_1 * x_2 \\ \frac{dy_1}{dt} = \varepsilon_1(x_1 + a_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 - \gamma_2 * x_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = \varepsilon_2(x_2 + a_2) \end{cases} \quad (1)$$

где x_1, y_1, x_2, y_2 – динамические переменные, связанные с физико-биологической природой нейрона, а $\gamma_1, \gamma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2, a_1, a_2$ – являются параметрами системы, принимающими только положительные числа. В теории рассматривался случай $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$.

Система, описываемая уравнениями (1), имеет особую неподвижную точку, соответствующую состоянию равновесия при следующих значениях переменных:

$$x_1^0 = -a_1; x_2^0 = -a_2; y_1^0 = a_1 - \frac{a_1^3}{3} + \gamma_1 * a_1; y_2^0 = a_2 - \frac{a_2^3}{3} - \gamma_2 * a_1 \quad (2)$$

Условие возникновения бифуркации Хопфа в данном случае принимает вид:

$$a_1^2 + a_2^2 = 2 \quad (3)$$

Из теории следует, что для определенных значений параметров a_1 и a_2 , удовлетворяющим условию (3), в системе вблизи состояния равновесия возможны рождения двух предельных циклов, отличающихся по частоте примерно в 27 раз или возникновение квазипериодического колебания (биение).

2. Основная часть. В настоящей работе приведены результаты численных исследований, проведенные с целью установления наиболее полных условий рождения предельных циклов и возбуждения квазипериодического колебания.

Итак, по результатам численного исследования установлено, что возбуждение квазипериодического колебания (биение) возможно только при очень малых значениях параметра $\varepsilon \leq 0,01$. А при $\varepsilon \approx 0,1$ в системе рождается «двухчастотная» бифуркация Хопфа, при этом для реализации «медленного» предельного цикла необходимо вывести систему из состояния равновесия на малое значение по переменным y_1 или y_2 . Соответственно, условием рождения «быстрого» предельного цикла является необходимость отклонения системы от состояния равновесия по переменным x_1 или x_2 .

На рисунке 1 показана временная реализация переменной x_1 при $\varepsilon = 0,01$. Как видим из этого рисунка, в данном случае в системе возбуждается квазипериодическое колебание.

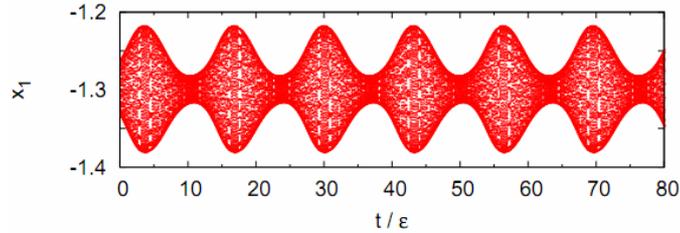


Рисунок 1 – Временная реализация квазипериодического режима

А на рисунке 2 на одной диаграмме показаны временные реализации двух режимов переменной x_1 при $\varepsilon = 0,1$.

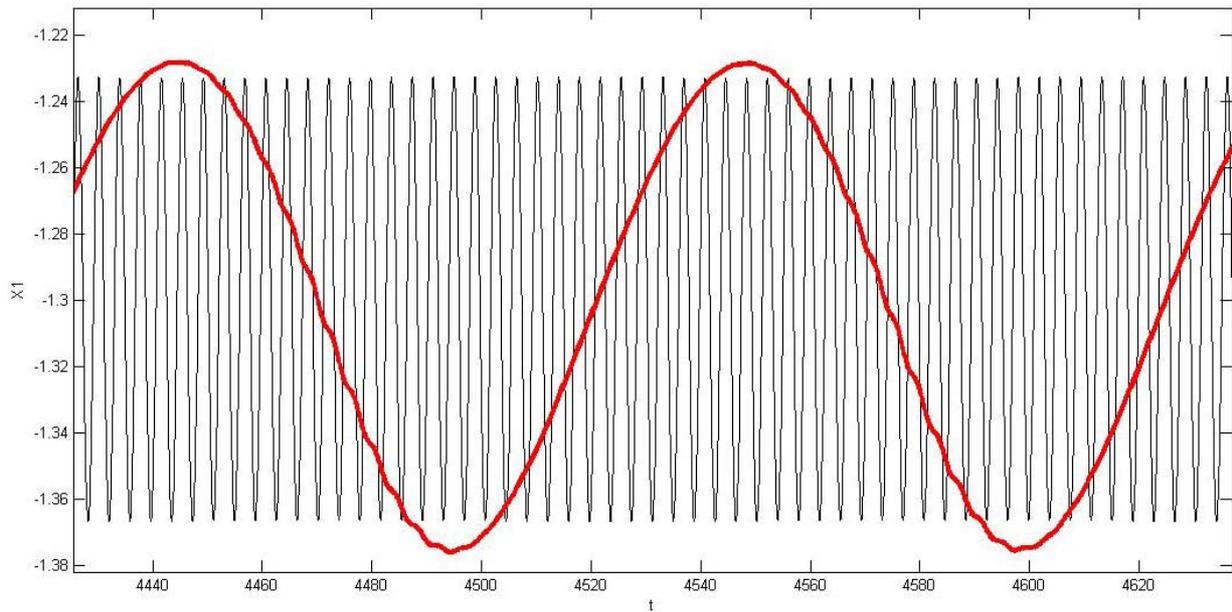


Рисунок 2 – Временная реализация обоих режимов.
Жирная линия – «медленный» режим, тонкая линия – «быстрый» режим

Частота колебания рождаемых предельных циклов определялась с помощью функции переходов через ноль по формуле:

$$Z(N) = 1/2 \sum_{i=1}^N \text{sign}(x_1(i+1)) - \text{sign}(x_1(i)) \quad (4)$$

где N – количество точек в рассматриваемом фрагменте временной реализации динамической переменной x , $\text{sign}(x_i)$ – знаковая функция. Тогда частота колебания приблизительно можно определить так:

$$F = \frac{Z(N) \cdot F_s}{N} \quad (5)$$

где F_s – частота дискретизации значений переменной x .

На рисунке 3 и 4 показаны фазовые портреты двух режимов в системе координат x_1 и y_1 . По виду этих фазовых портретов (окружность) видно, что рождающиеся режимы являются предельными циклами.

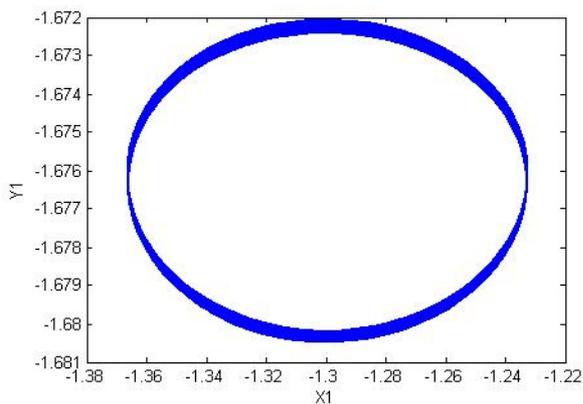


Рисунок 3 – Фазовый портрет «быстрого» режима

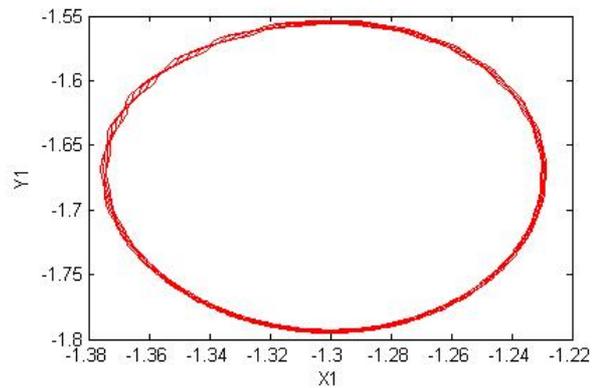


Рисунок 4 – Фазовый портрет «медленного» режима

Кроме того, в проведенных численных экспериментах также осуществляется поиск множества пар значений γ_1 и γ_2 , при которых в системе может быть рожден двухчастотный режим. Для осуществления данного поиска требовалось выполнить большое количество интегрирований системы дифференциальных уравнений (1). Все численные исследования проводились в среде MatLab, в котором в качестве стандартного средства интегрирования используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Известно, что данный метод является достаточно универсальным, но не обеспечивает должного уровня быстродействия выполняемых расчетов, интегрирования проводились с помощью метода разложения в ряд Тейлора [3]. Предположим, что $y(t)$ – достаточно гладкая функция, тогда ее можно представить в виде ряда Тейлора:

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + h * y'(t_n) + \frac{h^2}{2} y''(t_n) + \dots \quad (6)$$

где h – шаг интегрирования.

На рисунке 5 в системе координат γ_1 и γ_2 показана область значений параметров γ_1 и γ_2 , при которой в рассматриваемом кластере можно обнаружить «двухчастотную» бифуркацию Хопфа.

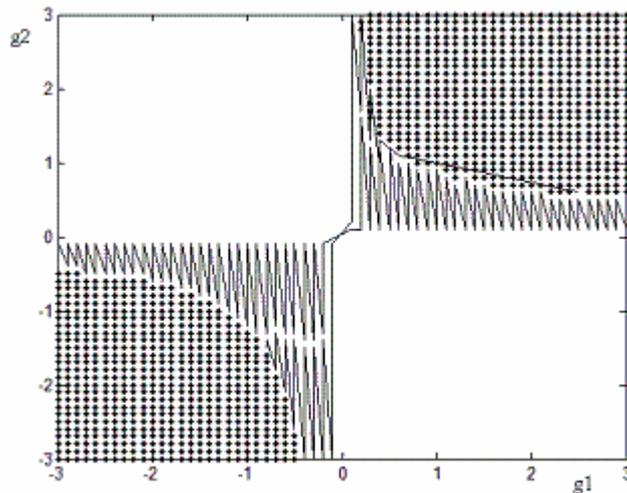


Рисунок 5 – Область значений параметров (в виде точек) γ_1 и γ_2 , при которой в рассматриваемом кластере можно обнаружить «двухчастотную» бифуркацию Хопфа

Заключение. По результатам проведенных численных исследований поведения кластера, состоящего из линейно-отрицательно связанных автоколебательных систем, вблизи состояния равновесия установлено, что:

- 1) «медленной» режим «двухчастотной» бифуркации Хопфа рождается при отклонении системы от состояния равновесия по переменным y_1 или y_2 , а «быстрый» режим при отклонении системы от состояния равновесия по переменным x_1 или x_2 ;
- 2) «двухчастотная» бифуркация Хопфа может рождаться только для значений ε порядка 0,1, а также для конечного множества значений γ_1 и γ_2 ;
- 3) возбуждение квазипериодического колебания (биение) происходит при очень малых значениях $\varepsilon \leq 0,01$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Жанабаев З.Ж., Закс М., Медетов Б.Ж. Генерация сигналов кластером связанных двух автоколебательных систем на границе потери устойчивости равновесия. Теория. – ПЭОС, вып. 14. – Т. 1. – 2012.
- 2 Cronin Jane. Mathematical aspects of Hodgkin-Haxley neural theory. – Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- 3 Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989.

REFERENCES

- 1 Zhanabev Zh., Zaks M., Medetov B. Generatsiya signalov klasterom svyazonnyh dvuh avtokolebatelnyh system na granitse poteri ustoichivosti ravnovesiya. Teoriya., PEOS, vyp. 14, T. 1, 2012 (in Russ).
- 2 Cronin Jane Mathematical aspects of Hodgkin-Haxley neural theory. – Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- 3 Samarskii A., Gulina A. Chislennye metody. – M.: Nauka. Gl. red. phiz-mat lit., 1989 (in Russ).

Резюме

Б. Ж. Медетов, А. Ж. Наурызбаева, А. Е. Ысқақ

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

АВТОТЕРБЕЛМЕЛІ ЖҮЙЕЛЕР КЛАСТЕРІНДЕ ҚОСЖИЛЛІКТІК
СИГНАЛДАРДЫҢ ПАЙДА БОЛУЫ РЕЖИМДЕРІН САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ

Бұл жұмыста екі автотербелмелі жүйеден тұратын кластердің динамикасын сипаттайтын теңдеулер жүйесін талдау жолмен шешу нәтижесі бойынша, мұндай кластерде, теориялық тұрғыдан алғанда, қосжилліктік Хопф бифуркациясы пайда болуы мүмкін деген болжам сандық түрде зерттелінген. Негізгі мақсат – әртүрлі жиіліктерге сай келетін шарттарды анықтау, яғни параметрлер мәндерінің облыстары қандай болғанда жылдам немесе баяу режим байқалуы мүмкін деген сұраққа жауап берілген. Сонымен қатар квазипериодтық режимнің пайда болу шарттары да анықталды.

Кілт сөздер: Бифуркация, Хопф бифуркациясы, шектік цикл, сигнал, автотербелмелі жүйе, нейрондар кластері.

Summary

B. Medetov, A. Naurzabayeva, A. Yskak

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

NUMERICAL ANALYSIS OF DUAL-FREQUENCY SIGNAL GENERATION
BY CLUSTERS OF OSCILLATING SYSTEMS

This paper presents the results of a numerical study of the conditions of the effect of "two-frequency" of the Hopf bifurcation in a cluster of related oscillatory systems. The possibility of such a bifurcation, which differs from the classical concept of the Hopf bifurcation was predicted theoretically by analyzing the results obtained with the analytical solution of the system of equations describing the dynamics of the cluster. But the theory is not identified conditions under which cases may occur one or another mode, corresponding to two different frequencies of signal generators. The results of the numerical studies has all the necessary conditions, ie range of parameters, which in the cluster can see the corresponding mode.

Keywords: Bifurcation, Hopf bifurcation, limit cycle, signal, oscillatory systems, neurons cluster.

Поступила 27.03.2013г.

А. В. ЮШКОВ, В. В. ДЬЯЧКОВ, Ю. А. ЗАРИПОВА, Б. Ж. МЕДЕТОВ, А. Ж. НАУРЗБАЕВА

(НИИЭТФ, КазНУ Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ВАРИАЦИИ ПАДАЮЩЕЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ ЗЕМЛИ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ЭНЕРГИИ ОТ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Аннотация

Настоящая работа представляет собой один из этапов исследования возможности утилизации кинетической энергии солнечного и галактического космического излучения и использования ее в качестве альтернативного источника энергии. Ранее нами было экспериментально показано существование калориметрического эффекта от космического излучения. Для теоретической же оценки этого эффекта прежде всего необходимо проведение расчетов падающей на поверхность Земли мощности от космического корпускулярного и гамма – излучения в зависимости от глубины в атмосфере, жесткости геомагнитного обреза пункта наблюдения, уровня модуляции космического излучения солнечным ветром. Проведение таких расчетов и являлось целью данной работы. Было получено, что средняя суммарная плотность потока энергии от космического излучения на уровне моря на средних геомагнитных широтах составляет ~ 94.7 МэВ/(с см²) и меняется в пределах 6 % в зависимости от геомагнитной широты и уровня солнечной активности. Эта величина небольшая, но, как показали проведенные нами предварительные теоретические и экспериментальные исследования, за счет вторичных процессов, вызываемых космическим излучением, при правильном подборе материала рабочего тела и конфигурации энергогенератора можно добиться существенного увеличения вырабатываемой энергии.

Ключевые слова: вторичное космическое излучение, поток энергии, геомагнитная широта, глубина в атмосфере, альтернативная энергетика.

Кілт сөздер: екінші реттік ғарыштық сәулелену, энергия ағыны, геомагниттік ендік, атмосферадағы терендік, баламалы энергетика.

Keywords: secondary cosmic rays, energy flux, geomagnetic latitude, depth in the atmosphere, alternative energy.

1. Введение. Данная работа является одним из этапов исследования возможности утилизации кинетической энергии солнечных и галактических космических лучей, а также альфа-частиц от естественных радиоактивных элементов и других видов радиоактивного распада, использования ее в качестве альтернативного источника энергии. В предыдущих исследованиях нами на модели спэйсквантового энергогенератора было показано существование калориметрического эффекта от космического излучения, в настоящее время этот эффект исследуется экспериментально для энергетических модулей различной конфигурации с различными рабочими телами и различными веществами теплозащиты. Для теоретической же оценки этого эффекта прежде всего необходимо проведение расчетов падающей на поверхность Земли мощности от космического корпускулярного и гамма-излучения. Этому и посвящена настоящая работа.

Энергоемкость i -й компоненты вторичного космического излучения можно определить, зная зависимость глобальной (т.е. проинтегрированной по телесным углам) интенсивности частиц i -го сорта I от энергии E (т.е. энергетический спектр $I(E)$), по следующей формуле:

$$W' = \int_{E_{\min}}^{\infty} I(E) E dE . \quad (1)$$

Вторичное космическое излучение состоит из следующих компонент:

- 1) самая многочисленная на уровне моря жесткая, или мюонная компонента;
- 2) электронно-фотонная составляющая;
- 3) адронная компонента, состоящая в основном из протонов, нейтронов, пионов и незначительной доли более тяжелых ядер

Нами были собраны и проанализированы имеющиеся на сегодняшний день результаты по экспериментальному и теоретическому изучению дифференциальных и интегральных энергетических спектров и потоков каждой из этих компонент вторичного космического излучения в зависимости от глубины в атмосфере, жесткости геомагнитного обреза пункта наблюдения, угла прихода частиц, уровня

модуляции космического излучения солнечным ветром (т.е. в зависимости от фазы цикла солнечной активности).

2. Основная часть. Дифференциальную интенсивность мюонов на уровне моря можно описать с помощью параметризации Гайссера [1], Чиркина [2], Гуана и др. [3]:

$$\frac{dI}{dEd\Omega} = \frac{0.14E^{-2.7}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV}} \left[E \left(1 + \frac{3.64\text{GeV}}{E(\cos\theta^*)^{1.29}} \right) \right]^{-2.7} \left(\frac{1}{1 + \frac{1.1E \cos\theta^*}{115\text{GeV}}} + \frac{0.054}{1 + \frac{1.1E \cos\theta^*}{850\text{GeV}}} \right). \quad (2)$$

Здесь $\cos\theta^* = \sqrt{\frac{(\cos\theta)^2 + P_1^2 + P_2(\cos\theta)^{P_3} + P_4(\cos\theta)^{P_5}}{1 + P_1^2 + P_2 + P_4}}$, θ – зенитный угол прихода мюонов, наилуч-

шее приближение достигается при следующих значениях параметров: $P_1 = 0.102573$; $P_2 = 0.068287$; $P_3 = 0.958633$; $P_4 = 0.0407253$; $P_5 = 0.817285$. На рисунок 1 приведено сравнение экспериментальных данных по энергетическим спектрам мюонов на уровне моря с кривой, полученной из уравнения (2), согласно [4].

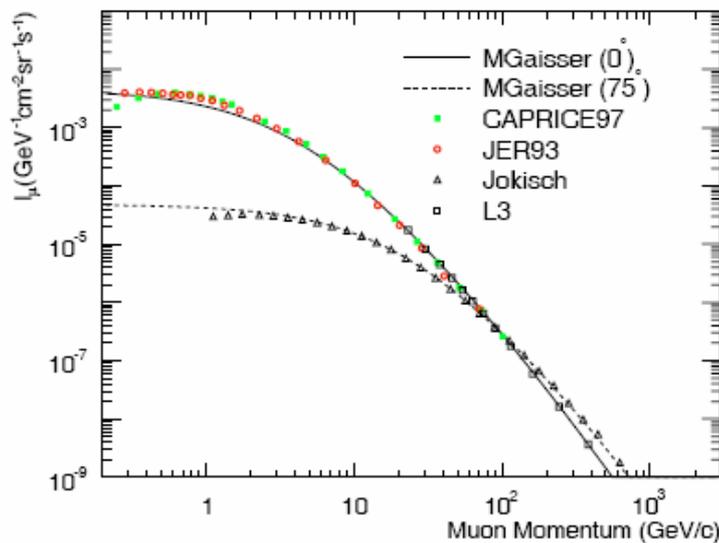


Рисунок 1 – Сравнение между экспериментальными данными (точки) и наилучшим приближением согласно уравнению (2) (линии) для дифференциальной интенсивности $I(E) = dI/dEd\Omega$ на уровне моря.

Сплошная линия – дифференциальная интенсивность при $\theta = 0^\circ$;

пунктирная линия – дифференциальная интенсивность при $\theta = 75^\circ$. Приводится по [4]

Проведенные нами с использованием приведенных энергетических спектров расчеты дают для плотности потока энергии от мюонов вторичного космического излучения на поверхности Земли на средних геомагнитных широтах значение ~ 90 МэВ/(с см²). В зависимости от уровня солнечной активности эта величина может меняться в пределах 5 процентов. Что касается зависимости интенсивности мюонов от геомагнитной широты, то она слабо наблюдается только для малых (<5 ГэВ) энергий.

Главными составными частями адронной компоненты в глубине атмосферы являются протоны, нейтроны и пионы. Доля пионов в потоке космических лучей зависит от энергии и высоты. При небольших энергиях пионы быстро распадаются и их поток в атмосфере невелик, при энергиях 20–40 ГэВ доля пионов по отношению к числу протонов – ~ 30 –40%. Поток нейтронов на уровне моря близок к потоку протонов.

В работах [5, 6] с помощью численного моделирования взаимодействия частиц космического излучения с ядрами атомов атмосферы были рассчитаны хорошо согласующиеся с экспериментальными данными измерений на нейтронных мониторах дифференциальные и интегральные потоки протонов, нейтронов и пионов как функция координат в атмосфере, а также рассчитаны темпы генерации ими ядер ³H, ⁷Be, ¹⁰Be, ¹⁴C и ³⁶Cl. Для примера приведем представленные в работе [5] дифференциальные потоки протонов и нейтронов на 4-х различных глубинах в атмосфере (глубина 990 г/см² близка к уровню моря) для низких широт и низкого уровня солнечной активности (рисунок 2). В этой же работе приводятся данные о потоках адронов на средних и высоких широтах и при различных уровнях солнечной модуляции.

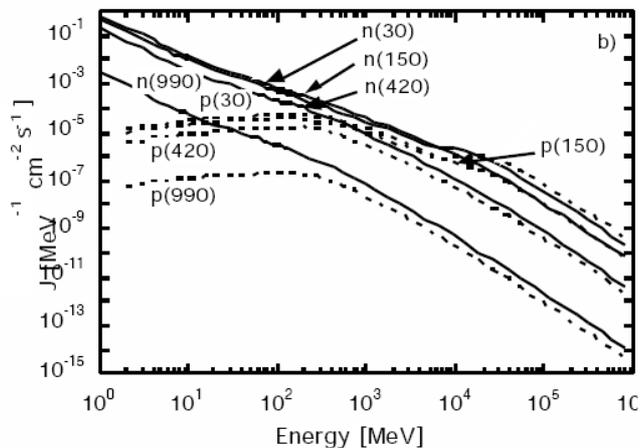


Рисунок 2 ([5], описание в тексте)

Проведенные нами расчеты показали, что плотность потока энергии нейтронов на средних геомагнитных широтах меняется от ~ 2 МэВ/(с см²) в максимуме солнечной активности до ~ 3 МэВ/(с см²) в минимуме солнечной активности, у протонов, соответственно, от ~ 0.2 МэВ/(с см²) до ~ 0.3 МэВ/(с см²).

Обзор экспериментальных и теоретических результатов по определению интенсивности пионов на уровне моря представлен в [7]. На основе данных, приведенных в этом обзоре, нами было получено, что плотность потока энергии от пионов на уровне моря составляет порядка 0,11 МэВ/(с см²). Отметим, что ошибка определения этой величины, связанная с погрешностью экспериментальных данных, может достигать нескольких десятков процентов.

Согласно данным обзора, приведенного в [7], зависимость наблюдаемой интенсивности электронов от зенитного угла можно представить в виде $I(\theta) = I_v \cos^n(\theta)$, где n для $\theta \leq 60^\circ$ в интервале энергий $1,3 \leq E \leq 35$ МэВ можно принять равным двум, для электронов с энергией $E \geq 100$ МэВ $n > 3,6$. Принимая для угловой зависимости это выражение, можно получить следующее соотношение между вертикальной интенсивностью и потоком: $J = 2\pi \frac{I_v}{n+2}$. Используя также приведенные в этом обзоре сведения об энер-

гетической зависимости вертикальной интенсивности электронов и фотонов, для плотности потока энергии от электронов на уровне моря получены значения порядка 0,8 МэВ/(с см²), для гамма-излучения – порядка 0,9 МэВ/(с см²).

Заключение. Таким образом, проведенные нами расчеты показывают, что средняя суммарная плотность потока энергии от космического излучения на уровне моря на средних геомагнитных широтах составляет ~ 94.7 МэВ/(с см²) и меняется в пределах 6 % в зависимости от геомагнитной широты и уровня солнечной активности. Эта величина небольшая, но, как показывают проведенные нами предварительные теоретические и экспериментальные исследования, за счет вторичных процессов, вызываемых космическим излучением, при правильном подборе материала рабочего тела и конфигурации установки можно добиться существенного увеличения вырабатываемой энергии.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Gaisser T.K. et al. Cosmic Rays // <http://pdg.lbl.gov/2006/reviews/cosmicrayrpp.pdf>. 2005
- 2 Chirkin D. Fluxes of atmospheric leptons at 600 GeV-60 TeV // AMANDA collaboration site: <http://area51.berkeley.edu/manuscripts>. 2004.
- 3 Guan M. et al. Muon simulation at the Daya Bay site. Daya Bay experiment internal note 318 // http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/detectors/guan_daya_bay_318.pdf. 2006
- 4 He Q., McDonald K. Muon Rate in the μ BooNE TPC // <http://www.hep.princeton.edu/~mcdonald/microBooNE/KTM/MuonRate.pdf>. 2009
- 5 Masarik J., Beer J. Simulation of particle fluxes and cosmogenic nuclide production in the Earth's atmosphere // Journal of Geophysical Research. – 1999. – 104 (D10). 12.099-12.111.
- 6 Masarik J., Beer J. An updated simulation of particle fluxes and cosmogenic nuclide production in the Earth's atmosphere // Journal of Geophysical Researc. – 2009. – D114. Article number D11103.
- 7 Grieder P.K.F. Cosmic rays at Earth. – Elsevier, 2001. – 1093 p.

REFERENCES

- 1 Gaisser T.K. et al. Cosmic Rays. <http://pdg.lbl.gov/2006/reviews/cosmicrayrpp.pdf>. 2005
- 2 Chirkin D. Fluxes of atmospheric leptons at 600 GeV-60 TeV. AMANDA collaboration site: <http://area51.berkeley.edu/manuscripts>. 2004.
- 3 Guan M. et al. Muon simulation at the Daya Bay site. Daya Bay experiment internal note 318. http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/detectors/guan_daya_bay_318.pdf. 2006
- 4 He Q., McDonald K. Muon Rate in the μ BooNE TPC. <http://www.hep.princeton.edu/~mcdonald/microBooNE/KTM/MuonRate.pdf>. 2009
- 5 Masarik J., Beer J. Simulation of particle fluxes and cosmogenic nuclide production in the Earth's atmosphere // Journal of Geophysical Research. – 1999. – 104 (D10). 12.099-12.111.
- 6 Masarik J., Beer J. An updated simulation of particle fluxes and cosmogenic nuclide production in the Earth's atmosphere // Journal of Geophysical Researc. – 2009. – D114. Article number D11103.
- 7 Grieder P.K.F. Cosmic rays at Earth. – Elsevier, 2001. – 1093 p.

Резюме

A. B. Юшков, В. В. Дьячков, Ю. А. Зарипова, Б. Ж. Медетов, А. Ж. Наурызбаева

(эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті ЭТФЗИ, Алматы қ.)

ҒАРЫШТЫҚ СӘУЛЕЛЕНУДЕН ЖЕР БЕТІНЕ ТҮСЕТІН
ЭНЕРГИЯ АҒЫНЫ ТЫҒЫЗДЫҒЫНЫҢ ВАРИАЦИЯЛАРЫ

Бұл жұмыс күн және галактикалық ғарыштық сәулеленудің кинетикалық энергиясын баламалы энергия көзі ретінде пайдалану мүмкіншілігін зерттеудің бір кезеңі болып табылады. Бұрында біз ғарыштық сәулеленуден болатын калориметрлік әсер бар екенін эксперимент жүзінде көрсеткенбіз. Бұл әсерді теориялық тұрғыдан бағалау үшін ең алдымен жер бетіне ғарыштық корпускулалық және гамма-сәулеленуден түсетін қуатын, оның атмосферадағы тереңдікке, бақылау нүктенің геомагниттік кесілу қатандығына, ғарыштық сәулеленуді күн желімен модуляциялау деңгейіне тәуелділігін зерттеу керек. Бұл зерттеулерді өткізу осы жұмыстың мақсаты болып табылды. Біздің есептеулер көрсеткендей, ғарыштық сәулеленуден жер бетіне түсетін қосынды энергия ағынының тығыздығы орта геомагниттік ендіктерде ~ 94.7 Мэв/(с см²) құрайды да, геомагниттік ендік пен күн белсенділігінің деңгейіне байланысты 6 % шегінде өзгереді. Бұл шама үлкен емес, бірақ біз алдын ала жүргізген эксперименттік және теориялық зерттеулер жұмыс денесінің заты мен энергия генераторының пішіні дұрыс таңдалған жағдайда ғарыштық сәулеленумен қоздырылатын екінші реттік құбылыстар нәтижесінде шығарылатын энергия мөлшерін айтарлықтай жоғарылатуға болатынын көрсетті.

Кілт сөздер: Екінші реттік ғарыштық сәулелену, энергия ағыны, геомагниттік ендік, атмосферадағы тереңдік, баламалы энергетика.

Summary

A. V. Yushkov, V. V. Dyachkov, Yu. A. Zaripova, B. Zh. Medetov, A. Zh. Naurzbayeva

(SRIETPh of Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

VARIATIONS OF ENERGY FLUX DENSITY FALLING ON THE EARTH'S SURFACE FROM COSMIC RAYS

This work represents one of the stages of the research of utilization of kinetic energy of solar and galactic cosmic radiation and its use as an alternative energy source. We have previously demonstrated experimentally the existence of the calorimetric effect of cosmic radiation. For theoretical estimates of this effect it is necessary to carry out calculations of the OF ENERGY FLUX DENSITY FALLING ON THE EARTH'S SURFACE FROM corpuscular and gamma COSMIC RADIATION as a function of depth in the atmosphere, the geomagnetic cutoff rigidity of the observation, the level of modulation of cosmic rays by the solar wind. These calculations were the purpose of this work. It was found that the average total energy flux of cosmic radiation at sea level on average geomagnetic latitude of ~ 94.7 MeV/(s cm²) and varies 6% depending on the geomagnetic latitude and solar activity level. This value is small, but, as shown by our preliminary theoretical and experimental studies, due to secondary processes induced by cosmic radiation, by correct selection of working body material and energy generator configuration one can achieve a significant increase of energy output.

Keywords: Secondary cosmic rays, energy flux, geomagnetic latitude, depth in the atmosphere, alternative energy.

Поступила 27.03.2013г.

Б. Ж. МЕДЕТОВ, А. Ж. НАУРЗБАЕВА, Е. ЕСЕРХАНУЛЫ

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

**СХЕМОТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
«ДВУХЧАСТОТНОЙ» БИФУРКАЦИИ ХОПФА****Аннотация**

В настоящей работе рассмотрена возможность обнаружения «двухчастотной» бифуркации Хопфа в реальных физических системах. Для этой цели сконструирована компьютерная модель электронной схемы в среде multisim, с помощью которой исследовались генерируемые сигналы. Данная электронная схема выполняет решение системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику рассматриваемого кластера автоколебательных систем. Результаты схмотехнического исследования показали, что «двухчастотная» бифуркация Хопфа может быть обнаружена в реальных физических системах. Единственное отличие состоит в том, что так называемый «медленный» режим на самом деле оказался затухающим колебанием, а не предельным циклом, как предсказывалось теорией. Но данное отличие не является следствием неправильности выводов теории, а лишь связано с высоким уровнем ошибки интегрирования в компьютерной модели электронной схемы, где учитываются особенности интеграторов и реальные характеристики интегральных микросхем.

Ключевые слова: бифуркация, бифуркация Хопфа, предельный цикл, автоколебательная система, сигнал, схмотехника, интегральные микросхемы.

Кілт сөздер: бифуркация, Хопф бифуркациясы, шектік цикл, сигнал, автотербелмелі жүйе, схмотехника, интегралды микросхема.

Keywords: bifurcation, Hopf bifurcation, limit cycle, signal, oscillatory systems, circuit design, integrated microcircuit.

1. Введение. В работе [1] приведены результаты теоретического исследования режимов генерации сигналов кластером, состоящего из двух взаимосвязанных автоколебательных систем. В качестве автоколебательной системы рассмотрена модель нейтрона ФитцХью-Нагумо [2]. Динамика такого кластера может быть описана следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + \gamma_1 x_1 \\ \frac{dy_1}{dt} = \varepsilon_1(x_1 + a_1) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 + \gamma_2 x_1 \\ \frac{dy_2}{dt} = \varepsilon_2(x_2 + a_2) \end{cases} \quad (1)$$

где переменные $x_{1,2}$ по смыслу означают потенциал мембраны клетки нейтрона; $y_{1,2}$ – концентрация ионов внутри клетки соответствующих нейтронов. Параметры $\gamma_{1,2}$ означают силу связи между нейтронами, при этом $\gamma_1 > 0$, а $\gamma_2 < 0$, что соответствует случаю, когда первый нейрон действует на второй как возбуждающий, а второй – на первый как тормозящий. Для упрощения выводов аналитического решения системы (1) рассматривался случай $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$. Данная система имеет особую (неподвижную) точку, соответствующую состоянию равновесия, при следующих значениях переменных:

$$x_1^0 = -a_1; x_2^0 = -a_2; y_1^0 = a_1 - \frac{a_1^3}{3} + \gamma_1 * a_1; y_2^0 = a_2 - \frac{a_2^3}{3} - \gamma_2 * a_1 \quad (2)$$

Далее в ходе аналитического поиска решений, соответствующих устойчивости особой точки, было установлено, что при выполнении определенных условий в рассматриваемой динамической системе возможно рождение нетипичной, отличающейся от классического представления, «двухчастотной» бифуркации Хопфа. При этом согласно теоретическим расчетам частоты, соответствующие двум различным предельным циклом «двухчастотной» бифуркации Хопфа, отличаются друг от друга в 27 раз!

2. Основная часть. В настоящей работе рассматриваются вопросы о возможности обнаружения рождения «двухчастотной» бифуркации Хопфа, предсказываемой теорией, в реальных физических системах. Для этой цели в среде Multisim была сконструирована компьютерная модель электронной схемы, осуществляющей решение системы уравнений (1), которых можно представить в виде:

$$\begin{cases} x_1 = \int (x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + \gamma_1 x_2) dt \\ y_1 = \int \varepsilon (x_1 + a_1) dt \\ x_2 = \int (x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 - \gamma_2 x_1) dt \\ y_2 = \int \varepsilon (x_2 + a_2) dt \end{cases} \quad (3)$$

Из системы уравнений (3) видно, что в данном случае в электронной схеме требуются четыре взаимосвязанных интеграторов. Значения параметров γ_1 , γ_2 , ε , a_1 , a_2 задаются с помощью соответствующих резисторов RC-цепей интеграторов. В качестве «логической единицы» принят номинал резистора на входе первого интегратора, который соответствует сигналу, представляющего собой переменную x_1 . Все остальные значения резисторов RC-цепей интеграторов вычисляются относительно «логической единицы» в соответствии с заданными значениями параметров.

На рисунке 1 показана схема собранной модели в среде Multisim, где операционные усилители (ОУ), обозначенные как O1, O2, O3 и O4, представляя собой интеграторов. А ОУ обозначенные как O5 и O6 используются лишь как инверторы для получения различных знаков переменных. Начальные условия интегрирования задаются с помощью зарядки конденсаторов C1, C2, C3 и C4 до нужного уровня напряжения. Необходимо отметить, что начальные условия должны соответствовать положению состояния равновесия рассматриваемой динамической системы.

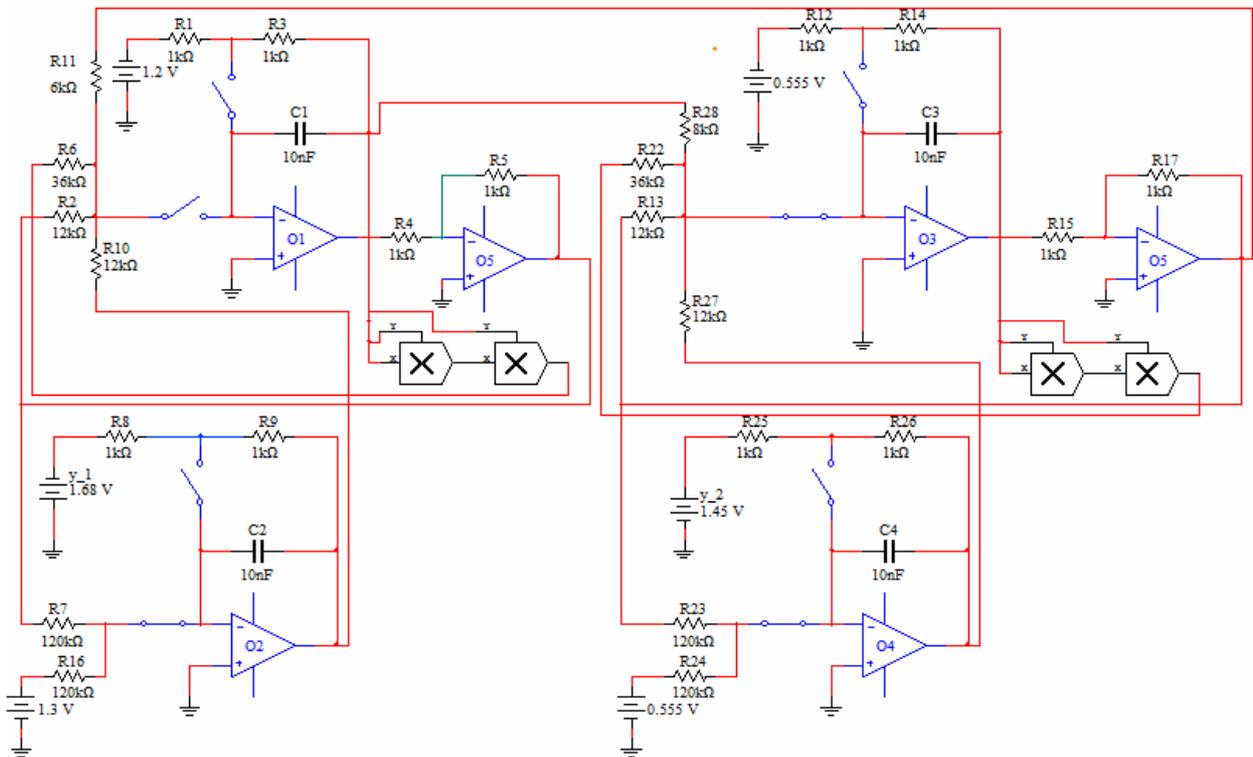


Рисунок 1 – Схема компьютерной модели

Номиналы элементов (резисторов и конденсаторов) на указанном рисунке соответствуют следующим параметрам системы:

$$a_1 = 1,3; \quad a_2 = 0,555; \quad \gamma_1 = 2; \quad \gamma_2 = -1,5; \quad \varepsilon = 0,1. \quad (4)$$

При данном наборе значений параметров положению особой точки соответствуют следующие значения:

$$x_1^0 = -1,3; \quad x_2^0 = -0,555; \quad y_1^0 \approx 1,68; \quad y_2^0 \approx 1,45; \quad (5)$$

Переключение между режимами интегрирования и задания начальных условий осуществляется с помощью специальных ключей. Для минимизации накапливаемых ошибок интегрирования процесс вычисления не должен превышать несколько секунд.

Итак, для генерации быстрого режима начальное условие переменной x_1 равнялось значению $-1,2$, а для медленного режима начальное условие равнялось значению $1,48$. На рисунке 2 показаны временные

реализации обоих режимов на одной диаграмме. А на рисунке 3 показана фазовая картина медленного режима, полученная из схмотехнической модели. По этой картине четко видно, что данный режим соответствует случаю затухающего колебания. А на рисунке 4 показана фазовая картина этого же режима, полученная с помощью численного интегрирования в среде MatLab при ошибке интегрирования 0,0001.

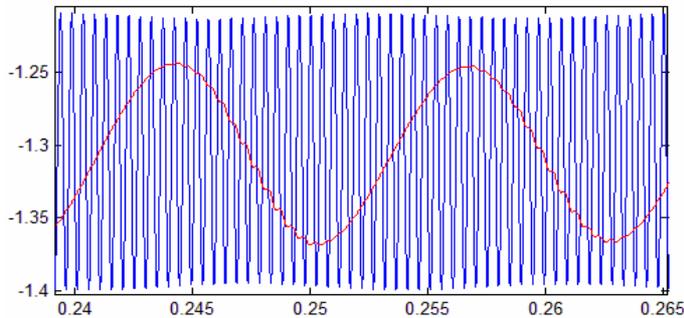


Рисунок 2 –
Временная реализация обоих режимов
на одной диаграмме

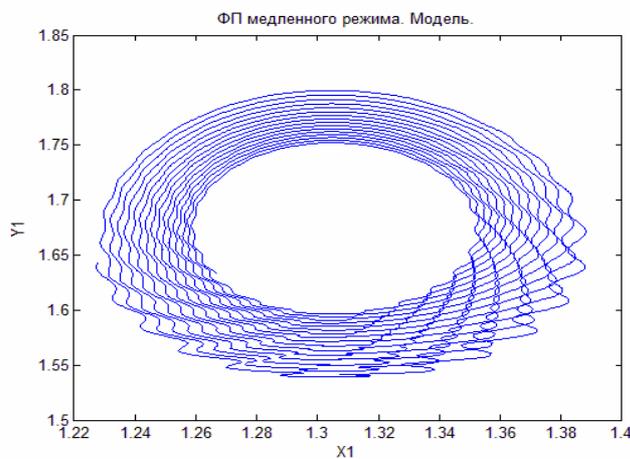


Рисунок 3 –
Фазовый портрет «медленного» режима
из схмотехнической модели

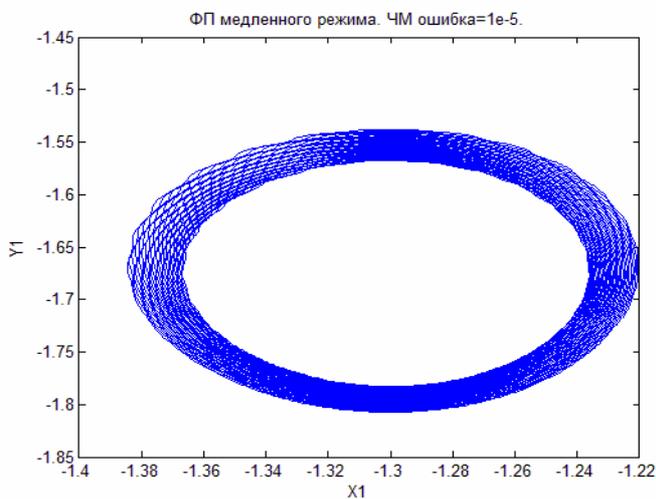


Рисунок 4 –
Фазовый портрет «медленного» режима,
полученного путем численного решения
системы уравнений

Как видим, в данном случае численное интегрирование также дает затухающее колебание для «медленного» режима. Соответственно, можно сделать вывод, что отличие теории от результатов компьютерной модели связано только с высоким уровнем ошибки интегрирования в схмотехнической модели.

Заключение. На основе схмотехнического исследования динамики кластера, состоящего из двух линейно-отрицательно связанных автоколебательных систем, получены следующие результаты:

1. В схмотехнике «медленный» режим представляет собой затухающее колебание, а не предельный цикл, т.е. имеется отличие от теоретических выводов.

2. Отличие, обнаруженное между теорией и результатами схмотехнической модели, связано с высоким уровнем ошибки интегрирования в компьютерной модели, где учитываются характеристики реальных операционных усилителей и особенность интегрирующих цепей [3].

В целом выводы теории подтверждаются в компьютерной модели динамической системы. Для получения полноценного экспериментального подтверждения необходимо провести реальный физический эксперимент.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Жанабаев З.Ж., Закс М., Медетов Б.Ж. Генерация сигналов кластером связанных двух автоколебательных систем на границе потери устойчивости равновесия, теория // Журнал ПЭОС. – Алматы, 2012.
- 2 Cronin Jane. Mathematical aspects of Hodgkin-Huxley neural theory. – Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- 3 Фолькенберри Л. Применение операционных усилителей и линейных интегральных схем. – М.: Мир, 1985.

REFERENCES

- 1 Zhanabev Zh., Zaks M., Medetov B. Generatsiya signalov klasterom svyazonnyh dvuh avtokolebatelnyh system na granitse poteri ustoychivosti ravnovesiya. Teorya. // PEOS, vyp. 14, T 1, 2012 (in Russ).
- 2 Cronin Jane. Mathematical aspects of Hodgkin-Huxley neural theory. – Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- 3 Luces M. Faulkenberry. Introduction to Operational Amplifiers with Linear Integrated Circuit Applications // John Wiley & Sons Inc. – 1982.

Резюме

Б. Ж. Медетов, А. Ж. Наурызбаева, Е. Есерханұлы

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

«ҚОСЖИЛІКТІ» ХОПФ БИФУРКАЦИЯСЫН СХЕМОТЕХНИКАЛЫҚ ҮЛГІЛЕУ

Бұл жұмыста «қосжилікті» Хопф бифуркациясын нақты физикалық жүйелерде байқау мүмкіндіктері зерттелінген. Бұл мақсатта *multisim* арнайы ақпараттық жүйе ортасында электрондық схеманың компьютерлік үлгісі жасалынып, осы үлгі көмегімен генерацияланған сигналдар зерттелінді. Құрастырылған электрондық схема автотербелмелі жүйелер кластерінің динамикасын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді шешуге арналған. Схемотехникалық зерттеулер нәтижесі көрсеткендей, «қосжилікті» Хопф бифуркациясы нақты физикалық жүйелерде байқалынуы әбден мүмкін. Теория мен үлгі арасында бір ғана айырмашылық анықталды – үлгіде «баяу» режим теориядағыдай шектік цикл емес, өшпелі тербеліс болып шықты. Дегенмен бұл айырмашылық теорияның дұрыстығын теріске шығармайды, ол тек компьютерлік үлгіде интегратордың ерекшелігі мен нақты микросхемалардың сипаттамалары ескерілгендіктен мүмкін болатын қателіктердің салдарынан пайда болған.

Кілт сөздер: Бифуркация, Хопф бифуркациясы, шектік цикл, сигнал, автотербелмелі жүйе, схемотехника, интегралды микросхема.

Summary

B. Medetov, A. Naurzbayeva, E. Eserkhanuly

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

CIRCUIT SIMULATION OF «TWO-FREQUENCY» HOPF BIFURCATION

In this paper we consider the possibility of finding "two-frequency" Hopf bifurcation in real physical systems. For this purpose, constructed a computer model of an electronic circuit in the environment *multisim*, with which was researched the generated signals. This electronic circuit performs the solution of differential equations describing the dynamics of the cluster self-oscillating system. Results of circuit studies have shown that the "two-frequency" Hopf bifurcation can be detected in real physical systems. The only difference is that the so-called "slow" mode actually was damped oscillation, not a limit cycle as predicted by the theory. But this difference is not a consequence of the theory was not correct, but only due to the high level of integration of the error in a computer model of an electronic circuit, which takes into account features of the integrators and the actual characteristics of integrated circuits.

Keywords: Bifurcation, Hopf bifurcation, limit cycle, signal, oscillatory systems, circuit design, integrated microcircuit.

Поступила 27.03.2013г.

УДК 644.2

В. М. ЮРОВ, В. Ч. ЛАУРИНАС, С. А. ГУЧЕНКО, О. Н. ЗАВАЦКАЯ

(Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, г. Караганда)

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОСТРУКТУР

Аннотация

Полученные ранее результаты по размерной зависимости физических свойств твердых тел использованы при рассмотрении теплопроводности металлических наноструктур. Показано, что коэффициенты теплопроводности металлов размером 1 нм уменьшаются в 3-5 раз по сравнению с массивными образцами, и при размерах в 50 нм они уже мало отличаются от последних. Полученные значения коэффициентов теплопроводности могут служить справочным руководством для тепловых расчетов элементов космической и авиационной техники, конструкционных материалов. Показано, что числа Лоренца для массивного образца и наночастиц совпадают в пределах погрешности эксперимента. Полученный результат свидетельствует о том, что перенос тепла в металлических наноструктурах осуществляется электронами, как и в массивных образцах.

Ключевые слова: теплопроводность, размерная зависимость, наноструктура, металл, размерный фактор.

Кілт сөздер: жылуөткізгіштік, өлшемділік тәуелділігі, наноқұрылым, металл, өлшемділік фактор.

Keywords: heat conductivity, dimensional dependence, nanostructure, metal, the dimensional factor.

Введение. Характерной особенностью наноструктур является размерная зависимость их физических свойств: электрических, магнитных, тепловых, оптических и других. Это послужило толчком для создания наноматериалов и нанокомпозитов с уникальными свойствами и стремительному развитию нанотехнологий в целом [1-5]. Тепловые и теплофизические свойства наноструктур экспериментально исследованы пока недостаточно. Среди них можно отметить методы экспериментального определения температуры плавления наночастиц, обзор которых дан в работе [6], и немногочисленные сведения о теплоте плавления наночастиц [7]. В работе [8] нами получена формула, которая описывает зависимость физического свойства твердого тела от его размера r :

$$A(r) = A_0 \cdot \left(1 - \frac{d}{r}\right). \quad (1)$$

Здесь A_0 – физическое свойство массивного образца; $A(r)$ – физическое свойство малой частицы или тонкой пленки; d – размерный параметр. Для размерного параметра нами получена формула [8]:

$$d = \frac{2\sigma\nu}{RT}. \quad (2)$$

Здесь σ – поверхностное натяжение массивного образца; ν – молярный объем; R – газовая постоянная; T – температура.

При $r < d$ формула (1) теряет физический смысл ($A(r) \rightarrow \infty$), поэтому доопределим функцию $A(r)$ в этой области так, чтобы в точке $r = 0$ функция $A(r)$ обращалась в ноль. Это условие выполняется, когда функция (1) представима в виде:

$$A(r) = A_0 \cdot \left(1 - \frac{d}{d+r}\right). \quad (3)$$

Как показано нами в работах [10,11], уравнения (1)-(3) имеют универсальный характер и справедливы для размерной зависимости многих свойств наноструктур, включая и теплофизические.

Температура плавления металлических наночастиц. Возможное понижение температуры плавления малых частиц с уменьшением их размера была высказана Дж. Томсоном еще в конце XIX века и затем

теоретически рассмотрена П. Павловым [12]. В дальнейшем появилось большое число теоретических и экспериментальных работ, обзор которых приведен в [6]. Используя формулу (3), где $A(r) = T_m$, и значения параметра d из [9], рассчитаем температуру плавления наночастиц металлов размерами 1 и 10 нм (таблицы 1 и 2).

Таблица 1 – Температура плавления наночастиц металлов размером 1 нм

M	T_m, K										
Li	188,3	Sr	110,8	Sn	168,3	Cr	452,7	Ni	466,5	Ho	197,1
Na	119,7	Ba	99,3	Pb	166,7	Mo	383,1	Ce	168,3	Er	201,1
K	71,7	Al	291,6	Cu	411,0	W	390,7	Pr	172,6	Tm	216,4
Rb	60,0	Ga	159,3	Ag	301,0	Mn	399,2	Nd	175,4	Yb	146,3
Cs	48,7	In	165,0	Au	310,7	Tc	405,4	Sm	181,5	Lu	209,2
Be	556,3	Tl	169,4	Zn	277,2	Re	422,6	Eu	126,3	–	
Mg	225,1	Si	285,8	Cd	204,8	Fe	441,0	Gd	184,3	–	
Ca	139,8	Ge	246,2	Hg	127,7	Co	464,0	Dy	191,9	–	

Таблица 2 – Температура плавления наночастиц размером 10 нм

M	T_m, K										
Li	396,5	Sr	562,8	Sn	420,8	Cr	1574,6	Ni	1359,1	Ho	974,2
Na	306,6	Ba	520,1	Pb	600,0	Mo	1741,2	Ce	699,4	Er	994,4
K	246,1	Al	764,8	Cu	1102,4	W	1996,2	Pr	755,0	Tm	1044,8
Rb	219,7	Ga	277,6	Ag	942,0	Mn	1185,2	Nd	791,5	Yb	664,8
Cs	198,7	In	369,8	Au	1004,5	Tc	1637,7	Sm	812,9	Lu	1057,7
Be	1320,4	Tl	464,5	Zn	602,6	Re	2001,8	Eu	642,1	–	
Mg	704,6	Si	1131,5	Cd	499,2	Fe	1380,2	Gd	900,6	–	
Ca	657,6	Ge	879,3	Hg	216,1	Co	1377,3	Dy	932,0	–	

Из полученных результатов следует, что большинство наночастиц металлов размером 1 нм нестабильны при комнатной температуре. Стабильными оказываются наночастицы бериллия, подгрупп меди, хрома, марганца и железа. Большинство наночастиц металлов размером 10 нм стабильны при обычных условиях, за исключением калия, рубидия, цезия и галлия.

Теплопроводность металлических наноструктур. Расчет коэффициента теплопроводности производился по формуле (3).

Здесь $A(r) = \lambda$, $A_0 = \lambda_0$ – коэффициент теплопроводности массивного образца, значение которого взято из справочника [14], d – размерный параметр, значение которого получено нами в работе [9]. В таблице 3 приведено значение λ_0 , а в таблицах 4, 5 представлены значения коэффициента теплопроводности наночастиц металлов размером 1 и 10 нм.

Таблица 3 – Коэффициент теплопроводности (Вт/(м·К)) чистых металлов (M) [14]

M	λ_0										
Li	84,8	Sr	–	Sn	65	Cr	67	Ni	92	Ho	16
Na	142,0	Ba	–	Pb	35	Mo	162	Ce	11	Er	15
K	79,0	Al	207	Cu	395	W	130	Pr	13	Tm	17
Rb	58,2	Ga	33	Ag	418	Mn	8	Nd	17	Yb	35
Cs	35,9	In	88	Au	310	Tc	51	Sm	13	Lu	16
Be	182	Tl	47	Zn	111	Re	50	Eu	14	–	
Mg	165	Si	167	Cd	93	Fe	75	Gd	11	–	
Ca	98	Ge	60	Hg	8	Co	71	Dy	11	–	

Таблица 4 – Коэффициент теплопроводности наночастиц металлов размером 1 нм

M	$\lambda(r)$										
Li	35,3	Sr	–	Sn	22	Cr	14	Ni	25	Ho	2
Na	45,8	Ba	–	Pb	10	Mo	22	Ce	2	Er	2
K	16,8	Al	65	Cu	120	W	14	Pr	2	Tm	2
Rb	11,2	Ga	17	Ag	102	Mn	2	Nd	2	Yb	5
Cs	5,8	In	34	Au	72	Tc	8	Sm	2	Lu	2
Be	65	Tl	14	Zn	44	Re	6	Eu	2	–	–
Mg	40	Si	28	Cd	32	Fe	18	Gd	1	–	–
Ca	12	Ge	12	Hg	4	Co	19	Dy	1	–	–

Таблица 5 – Коэффициент теплопроводности наночастиц металлов размером 10 нм

M	$\lambda(r)$										
Li	74,4	Sr	–	Sn	54	Cr	49	Ni	72	Ho	6
Na	117,4	Ba	–	Pb	28	Mo	98	Ce	7	Er	9
K	57,7	Al	170	Cu	321	W	71	Pr	8	Tm	9
Rb	41,0	Ga	30	Ag	319	Mn	6	Nd	10	Yb	9
Cs	23,6	In	76	Au	233	Tc	34	Sm	8	Lu	21
Be	154	Tl	38	Zn	97	Re	29	Eu	8	–	–
Mg	126	Si	112	Cd	78	Fe	57	Gd	6	–	–
Ca	58	Ge	43	Hg	7	Co	55	Dy	6	–	–

В основе механизма передачи тепла теплопроводностью лежит представление о переносе энергии частицами газа. В металлах – это свободный газ электронов, в изоляторах – фононный газ.

В рамках кинетического подхода для классического электронного газа была получена связь между коэффициентом теплопроводности λ и электрической проводимостью металла σ :

$$\lambda = \frac{\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{k}{e}\right)^2 \cdot T\sigma. \quad (4)$$

Здесь k – постоянная Больцмана; e – заряд электрона; T – температура. Соотношение (4) называется законом Видемана-Франца. В более общем виде этот закон записывается:

$$\lambda = L\sigma T \quad (5)$$

и называется законом Видемана-Франца-Лоренца.

В таблице 6 представлены числа Лоренца для массивного образца [14] и наночастиц.

Таблица 6 – Числа Лоренца некоторых металлов (Вт Ом/К²) (L_0 – массивного образца [14], L_1 , L_{10} – для частиц 1 и 10 нм, соответственно)

M	$L_0, 10^{-8}$	$L_1, 10^{-8}$	$L_{10}, 10^{-8}$	M	$L_0, 10^{-8}$	$L_1, 10^{-8}$	$L_{10}, 10^{-8}$
Li	2,22	2,40	2,40	Fe	2,61	2,40	2,40
Na	2,12	2,00	2,00	Zn	2,28	2,20	2,20
K	2,23	2,00	2,00	Cd	2,49	2,16	2,16
Rb	2,42	2,20	2,20	Al	2,14	2,00	2,00
Cu	2,20	2,21	2,21	In	2,58	2,41	2,41
Ag	2,31	2,06	2,10	Tl	2,75	2,75	2,75
Au	2,32	2,14	2,14	Sn	2,48	2,82	2,82
Be	2,36	2,00	2,00	Pb	2,64	2,38	2,38

Из таблицы 6 видно, что числа Лоренца для массивного образца и наночастиц совпадают в пределах погрешности эксперимента. Основной вклад в погрешность измерения вносит погрешность определения коэффициента теплопроводности, которая даже для массивных образцов достигает 10%.

Полученный результат свидетельствует о том, что перенос тепла в металлических наноструктурах осуществляется электронами, как и в массивных образцах.

Если толщина пленки соизмерима с длиной дебройлевской волны электронов, то может быть реализован квантовый размерный эффект. Суть его в том, что поперечное движение электронов становится квантованным: проекция квазиимпульса электрона на направление малого размера может принимать лишь дискретный набор значений. В чистых металлах длина дебройлевской волны электронов имеет порядок 0,1 нм, что на порядок больше самого малого размера пленки, рассматриваемого в нашем случае. Таким образом, при рассмотрении размерных эффектов в металлических наноструктурах с размером 1–50 нм мы остаемся в рамках классического или квазиклассического электронного газа.

Заключение. Создание в последнее время сложных устройств на базе нанообъектов требует серьезного анализа тепловых процессов в наносистемах [16]. Помимо бурного развития нанoeлектроники, появились не менее неожиданные приложения нанотехнологий, в частности, в энергетике, транспорте, ракетно-космической технике, прикладной химии и т.п. Полученные в настоящей работе результаты могут оказаться полезными для указанных выше областей науки и техники.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Андриевский Р.А., Глезер А.М. Физика металлов и металловедение. – 1999. – Т. 88, № 1. – С. 50-73.
- 2 Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии. – М.: Физматлит, 2007. – 416 с.
- 3 Щука А.А. Нанoeлектроника. – М.: Физматлит, 2007. – 464 с.
- 4 Суздаев И.П. Нанотехнология. Физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов. – М.: КомКнига, 2006. – 592 с.
- 5 Эрлих Г. Малые объекты – большие идеи. Широкий взгляд на нанотехнологии. – М.: Бином, 2011. – 254 с.
- 6 Макаров Г.Н. // УФН. – 2010. – Т. 180, № 2. – С. 185-207.
- 7 Магомедов М.Н. // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, вып. 9. – С. 57-62.
- 8 Юров В.М. // Вестник КарГУ. Сер. Физика. – 2007. – № 1(45). – С. 23-29.
- 9 Jurov V.M. // Eurasian Physical Technical journal. – 2011. – Vol. 8, N 1(15). – P.10-14.
- 10 Юров В.М., Ибраев Н.Х., Гученко С.А. // Известия ВУЗов. Физика. – 2011. – Т. 54, № 1/3. – С. 335-340.
- 11 Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н. // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 7. – С. 88-93.
- 12 Pawlow P.Z. // Phys. Chem. – 1909. – В. 65, N 1. – S. 1-65.
- 13 Таблицы физических величин. Справочник под ред. акад. И. К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
- 14 Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. – Т. 1. – М.: Мир, 1979. – 399 с.
- 15 Дмитриев А.С. Тепловые процессы в наноструктурах. – М.: Физматлит, 2012. – 303 с.

REFERENCES

- 1 Andrievskij R.A., Glezer A.M. // Fizika metallov i metallovedenie. – 1999. – Т. 88, № 1. – S. 50-73.
- 2 Gusev A.I. Nanomaterialy, nanostruktury, nanotehnologii. – М.: Fizmatlit, 2007. – 416 s.
- 3 Shhuka A.A. Nanojelektronika. – М.: Fizmatlit, 2007. – 464 s.
- 4 Suzdalev I.P. Nanotehnologija. Fiziko-himija nanoklasterov, nanostruktur i nanomaterialov. – М.: KomKniga, 2006. – 592 s.
- 5 Jerlih G. Malye obekty bol'shie idei. Shirokij vzgljad na nanotehnologii. – М.: Binom, 2011. – 254 s.
- 6 Makarov G.N. // UFN. – 2010. – Т. 180, № 2. – S. 185-207.
- 7 Magomedov M.N. // ZhTF. – 2011. – Т. 81, vyp. 9. – S. 57-62.
- 8 Jurov V.M. // Vestnik KarGU. Ser. Fizika. – 2007. – № 1 (45). – S. 23-29.
- 9 Jurov V.M. // Eurasian Physical Technical journal. – 2011. – Vol. 8, № 1(15). – P. 10-14.
- 10 Jurov V.M., Ibraev N.H., Guchenko S.A. // Izvestija VUZov. Fizika. – 2011. – Т. 54, № 1/3. – S. 335-340.
- 11 Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavackaja O.N. // Uspehi sovremennogo estestvoznaniya. – 2012. – № 7. – S. 88-93.
- 12 Pawlow P.Z. // Phys. Chem. – 1909. – В. 65, № 1. – S.1-65.
- 13 Tablicy fizicheskikh velichin. Spravochnik pod red. akad. I. K. Kikoina. – М.: Atomizdat, 1976. – 1008 s.
- 14 Ashcroft N., Mermin N. Fizika tverdogo tela. – Т. 1. – М.: Mir, 1979. – 399 s.
- 15 Dmitriev A.S. Teplovyje processy v nanostrukturah. – М.: Fizmatlit, 2012. – 303 s.

Резюме

В. М. Юров, В. Ч. Лауринас, С. А. Гученко, О. Н. Завацкая

(Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды қ.)

МЕТАЛДЫҚ НАНОҚҰРЫЛЫМДАРДЫҢ ЖЫЛУФИЗИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Қатты денелердің физикалық қасиеттерінің өлшемділік тәуелділігіне қатысты алғашқыда алынған нәтижелер нанокұрылымды металдардың жылуөткізгіштігін қарастыруға қолданылған. Көлемді металдармен салыстырғанда, өлшемдері 1 нм металдардың жылуөткізгіштік коэффициенттері 3–5 есе төмендейтіні, ал өлшемдері 50 нм болғанда айырмашылығы мүлдем байқалмайтыны көрсетілген. Анықталған жылу өткізгіштік коэффициенттердің шамалары конструкциялық материалдар, авиациялық және ғарыштық техника элементтеріне жылулық есептерді жүргізу үшін анықтамалық мәліметтер ретінде қолданылуы мүмкін. Көлемді үлгімен нанобөлшек үшін анықталған Лоренц саны, эксперименттік қателіктер шамасында ғана сәйкес келеді. Алынған нәтижелерден, металл нанокұрылымдарда жылуды тасымалдайтын электрондар екені анық болды.

Кілт сөздер: жылуөткізгіштік, өлшемділік тәуелділік, нанокұрылым, металл, өлшемділік фактор.

Summary

V. M. Jurov, V. Ch. Laurinas, S. A. Guchenko, O. N. Zavatskaja

(Karaganda state university of E.A. Buketov, Karaganda)

THERMAL PROPERTIES OF METAL NANOSTRUCTURES

The results received earlier on dimensional dependence of physical properties of solid states are used by consideration of heat conductivity of metal nanostructures. It is shown, that factors of heat conductivity of metals in the size of 1 nanometers decrease in 3-5 times in comparison with massive samples and at the sizes in 50 nanometers they already differ from the last a little. The received values of factors of heat conductivity can serve as a help management for thermal calculations of elements of space and aviation technics, constructional materials. It is shown, that Lorentz's numbers for the massive sample and nanoparticles coincide within an experiment error. The received result testifies that carrying over of heat to metal nanostructures is carried out electrons, as well as in massive samples.

Keywords: heat conductivity, dimensional dependence, nanostructure, metal, the dimensional factor.

Поступила 27.03.2013г.

О. С. ХАЛЕНОВ¹, В. А. КОЛЕСНИКОВ², В. М. ЮРОВ²

(¹Институт Высоких технологий, г. Алматы;

²Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, г. Караганда)

ИОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ КОМПОЗИТНЫХ ТВЕРДЫХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Аннотация

На основе неравновесной статистической термодинамики получена формула для плотности тока проводимости, которая позволяет оценить влияние температуры, давления, химического состава и других внешних и внутренних факторов на проводимость твердых электролитов. Экспериментально и методом компьютерного моделирования показано, что в структурно-чувствительной области основной вклад в проводимость сульфата калия вносят катионы-гомологи малого радиуса.

Ключевые слова: твердый электролит, ионная проводимость, композит, термодинамика.

Кілт сөздер: қатты электролит, иондық өткізгіштік, композит, термодинамика.

Keywords: solid state electrolit, ionic conductivity, a composite, thermodynamics.

Введение. Ионная проводимость твердых тел исследуется с середины XIX века и стала классическим разделом физики твердого тела [1, 2]. Единственной причиной ионного транспорта в беспримесных кристаллах диэлектрика является разупорядочение кристаллической решетки, связанное с образованием точечных дефектов.

Середина 60-х годов XX века ознаменовалась открытием суперионных кристаллов, таких как $RbAg_4I_5$, $\beta\text{-Li}_2\text{SO}_4$ и других. Суперионные проводники характеризуются высокой проводимостью, сравнимой в некоторых случаях с проводимостью ионных расплавов и концентрированных водных растворов солей. Равновесная концентрация носителей тока в суперионных проводниках высока и сравнима по величине с общим количеством подвижных ионов в решетке [3]. Суперионный проводник можно приближенно представить как упорядоченную систему, состоящую из двух подрешеток, одна подрешетка которой полностью упорядочена и образует жесткий каркас, а другая полностью разупорядочена и напоминает жидкую фазу, заполняющую каркас.

В 1973 году С. Лианг обнаружил увеличение ионной проводимости на несколько порядков в системе, состоящей из оксида лития, характеризующегося сравнительно низкой катионной подвижностью, и мелко-дисперсного оксида алюминия, являющегося диэлектриком [4]. Смесь двух веществ, не склонных к химическому взаимодействию, приобрела вдруг новое свойство. Быстрое признание этого открытия и обширный поток работ, выполненных в последующие годы, были обусловлены перспективами использования подобных систем для конструирования конденсаторов и литиевых источников тока с высокой емкостью.

Обобщение работ по свойствам композитов на основе твердых электролитов с высокой ионной проводимостью недавно проведено в работах [5, 6]. Отмечается, что композиционные материалы с ионной проводимостью уже сейчас активно используются для конструирования различных электрохимических устройств, включая системы для очистки воды, разделения продуктов, электрохимического синтеза, топливных элементов, электролизеров для разложения водяного пара, газовых сенсоров и многое другое.

Теоретические аспекты ионной проводимости композитов. Сложнее дело обстоит с теорией ионной проводимости композитов. Обычно эта задача решается в рамках модельных приближений последовательного и параллельного соединения составляющих элементов этих систем с различным электрическим сопротивлением. Модель для описания проводимости композитов, учитывающая вклад границ раздела, предложена Майером и подробно обсуждается в работе [6]. Однако никакие модели не позволяют объяснить эффект резкого увеличения проводимости композиционных материалов.

Несмотря на значительные успехи в теории электропроводности неупорядоченных и некристаллических систем, эти результаты не могут быть основой для построения теории электропроводности в гетерогенных системах. Дело в том, что в упомянутых выше теориях движение электронов рассматривается в поле неперiodического случайного потенциала, которое создается хаотически расположенными атомами (аморфные полупроводники, стекла, жидкие металлы и т.д.) в пределах гомогенного химического состава. В основе такого рассмотрения также лежит уравнение Шредингера, как и в случае зонной теории кристаллических твердых тел. В гетерогенной же среде случайным образом расположены не атомы, а микрокристаллиты различных по проводимости веществ. Это существенно усложняет задачу.

На основе статистической неравновесной термодинамики в работах [7,8] нами предложена модель электропроводности твердых электролитов. Для плотности тока в гетерогенной среде получено выражение:

$$j = \frac{kT}{C_1} \frac{eE}{G^0} \cdot \bar{N}, \quad (1)$$

где $C_1 = 2\Delta S k \tau_p / \tau = \text{const}$, ΔS – изменение энтропии при переходе электрона из возбужденного состояния в основное, τ – время жизни возбужденного состояния, τ_p – время релаксации, $E_m = eE$, e – заряд электрона, E – напряженность электрического поля.

Когда $\bar{N} = \text{const}$, мы из (1) имеем закон Ома в дифференциальной форме:

$$j = \sigma E, \quad (2)$$

где проводимость

$$\sigma = \frac{kT}{C_1} \frac{e\bar{N}}{G^0}. \quad (3)$$

Таким образом, гетерогенность среды будет сказываться на ее электропроводности через энергию Гиббса G^0 .

В случае преобладания поверхностной проводимости $G^0 = \alpha S$, α – поверхностное натяжение, S – площадь поверхности образца. В этом случае резкое увеличение проводимости композита может быть обусловлено значительным изменением межфазного поверхностного натяжения в соответствии с уравнением (3).

В рамках такой модели результаты С. Лианга, упомянутые выше, следует рассматривать с точки зрения того факта, что мелкодисперсный оксид алюминия выступает в качестве ПАВ по отношению к сульфату лития, резко изменяя межфазное поверхностное натяжение.

Суперионные проводники на основе сульфатов. М. О'Кифф предложил классификацию всех ионных солей на три основные группы, основываясь на предположении, что образование суперионной фазы является «подплавлением» подрешетки [9].

Класс 1. Нормальные соединения, обладающие низкой ионной проводимостью и не имеющие фазовых переходов перед плавлением. К этому классу относится подавляющее число ионных солей (галогениды щелочных металлов и др.). Их транспортные свойства описываются традиционной моделью образования и миграции дефектов. Все эти соединения имеют высокие значения энтропии плавления.

Класс 2. Ионные соли, в которых происходит фазовый переход в суперионное состояние (подкласс 2а) или в состояние с повышенной проводимостью (подкласс 2б). Эти соединения характеризуются сравнимыми по величине изменениями термодинамических характеристик при фазовом переходе и плавлении.

Класс 3. Соединения с размытым фазовым переходом в суперионное состояние. Такими свойствами обладают соединения со структурой флюорита. Энтропия плавления таких веществ обычно низка.

Типичными представителями суперионных проводников являются высокотемпературные фазы Li_2SO_4 , наблюдаемые и у других сульфатов. В ряду сульфатов при переходе от соли цезия к сульфату лития наблюдается монотонный переход от соединений класса 1 (Cs_2SO_4) через соединения подкласса 2б (Rb_2SO_4 , K_2SO_4 , Na_2SO_4) к подклассу 2а (Li_2SO_4).

В ряде работ (см., например, [10-12]) нами исследовались твердые электролиты на основе сульфата калия. Сульфат калия использовался как модельный объект. Общее число соединений со структурой типа K_2SO_4 превышает 130, а число ожидаемых – 2000.

Типичные результаты по электропроводности композитов на основе сульфатов калия показаны на рисунках 1 и 2.

Было показано, что в структурно-чувствительной области основной вклад в проводимость сульфата калия вносят катионы-гомологи малого радиуса. Было установлено изменение проводимости твердых электролитов на основе сульфата калия на семь порядков при изменении влажности воздуха от 10% до 90% и на основе этого эффекта создан прибор для измерения влажности зерна [13].

Ионные проводники как топливные элементы водородной энергетики. Необходимо отметить еще одно важное приложение ионных проводников – это использование их в качестве топливных элементов в водородной энергетике. Во многих странах мира исследования в области водородной энергетики являются приоритетным направлением развития науки и техники и находят все большую финансовую поддержку со стороны как государственных структур, так и частного капитала. На сегодняшний день основным недостатком этой отрасли является высокая цена одного кВт получаемой водородной энергии, что является серьезным препятствием для строительства водородных электростанций. Однако разрабатываются новые технологии, которые помогут понизить себестоимость водородной энергии, и уже в скором времени менее экологичная угольная энергия будет вытеснена водородной. Одним из основных направлений водородной энергетики является повышение эффективности топливных элементов путем синтеза новых композитов. Обширная информация по этому вопросу содержится в работе [14].

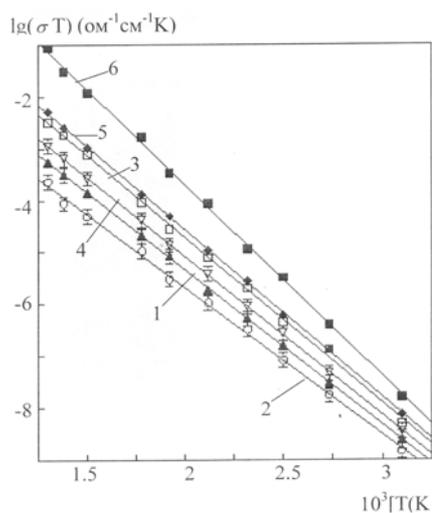


Рисунок 1 – Аррениусовские зависимости электропроводности $K_{2(1-x)}Mg_xSO_4$. 1 – $x=0.13$; 2 – $x=0.38$; 3 – $x=0.59$; 4 – $x=0.77$; 5 – $x=0.92$; 6 – $x=1$

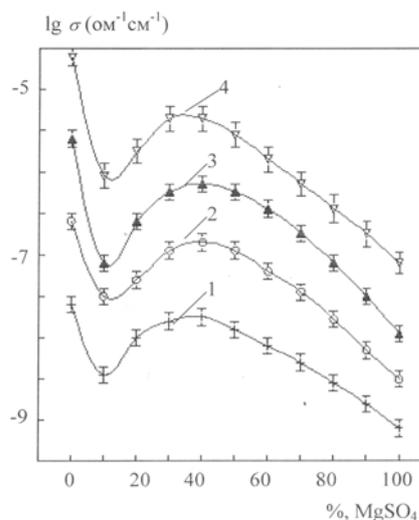


Рисунок 2 – Зависимость проводимости $K_{2(1-x)}Mg_xSO_4$ от содержания $MgSO_4$ при разных температурах: 1 – 200°C; 2 – 300°C; 3 – 400°C; 4 – 500°C

Заключение. Таким образом, ионная проводимость твердых тел из скромного раздела физики твердого тела превратилась в обширную область исследований. Поэтому она и получила соответствующее название – ионика твердого тела. Под таким названием опубликовано 2 тома монографии [15,16], где рассмотрены многие вопросы ионной проводимости твердых электролитов, включая и вопросы, которые еще ждут своего решения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Зейтц Ф. Современная теория твердого тела. – М.; Л.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1949. – 736 с.
- 2 Лидьард А. Ионная проводимость кристаллов. – М.: ИЛ, 1962. – 222 с.
- 3 Укше Е.А., Букун Н.Г. Твердые электролиты. – М.: Наука, 1977. – 175 с.
- 4 Liang C.C. // J. Electrochem. Soc. – 1973. – V. 120. – P. 1289-1292.
- 5 Уваров Н.Ф. Композиционные твердые электролиты. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. – 258 с.
- 6 Ярославцев А.Б. // Успехи химии. – 2009. – Т. 78, № 11. – С. 1094-1112.
- 7 Юров В.М., Халенов О.С., Закомолкин В.А. // Вестник развития науки и образования. – 2010. – № 3. – С. 7-10.
- 8 Юров В.М., Халенов О.С., Закомолкин В.А. // Вестник ЕНУ им. Л. Н. Гумилева. Сер. Естественно-технических наук. – 2010. – № 2(75). – С. 365-371.
- 9 O'Keeffe M., Hyde B.G. // Phil. Mag. – 1976. – Vol. 33, N 2. – P. 219-229.
- 10 Халенов О.С., Юров В.М. // Вестник развития науки и образования. – 2007. – № 6. – С. 3-6.
- 11 Халенов О.С., Юров В.М. // Научное обозрение. – 2007. – № 6. – С. 15-19.
- 12 Халенов О.С., Юров В.М. // Вестник КарГУ. Сер. Физика. – 2009. – № 4(56). – С. 26-38.
- 13 Халенов О.С., Колесников В.А. // Вестник КарГУ. Сер. Физика. – 2011. – № 1(61). – С. 26-38.
- 14 Анимича И.Е. Исследование высокотемпературных оксидных протонных проводников с помощью стабильных изотопов: Дис. ... докт. хим. наук. – Екатеринбург: Институт высокотемпературной электрохимии УрО РАН, 2011. – 296 с.
- 15 Иванов-Шиц А.К., Мурын И.В. Ионика твердого тела. – Т. 1. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2000. – 616 с.
- 16 Иванов-Шиц А.К., Мурын И.В. Ионика твердого тела. – Т. 2. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2010. – 998 с.

REFERENCES

- 1 Zejtz F. Sovremennaja teorija tverdogo tela. – М.; Л.: Izd-vo tehniko-teoreticheskoj literatury, 1949. – 736 s.
- 2 Lid'ard A. Ionnaja provodimost' kristallov. – М.: IL, 1962. – 222 s.
- 3 Ukshe E.A., Bukun N.G. Tverdye jelektrolity. – М.: Nauka, 1977. – 175 s.
- 4 Liang C.C. // J. Electrochem. Soc. – 1973. – V. 120. – P. 1289-1292.
- 5 Uvarov N.F. Kompozicionnye tverdye jelektrolity. – Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2008. – 258 s.
- 6 Jaroslavcev A.B. // Uspehi himii. – 2009. – T. 78, № 11. – S. 1094-1112.
- 7 Jurov V.M., Halenov O.S., Zakamolkin V.A. // Vestnik razvitija nauki i obrazovanija. – 2010. – № 3. – S. 7-10.
- 8 Jurov V.M., Halenov O.S., Zakamolkin V.A. // Vestnik ENU im. L. N. Gumileva. Ser. Estestvenno-tehnicheskikh nauk. – 2010. – № 2(75). – S. 365-371.
- 9 O'Keeffe M., Hyde B.G. // Phil. Mag. – 1976. – Vol. 33, N 2. – P. 219-229.
- 10 Halenov O.S., Jurov V.M. // Vestnik razvitija nauki i obrazovanija. – 2007. – № 6. – S. 3-6.
- 11 Halenov O.S., Jurov V.M. // Nauchnoe obozrenie. – 2007. – № 6. – S.15-19.

12 Halenov O.S., Jurov V.M. // Vestnik KarGU. Ser. Fizika. – 2009. – № 4(56). – S. 26-38.

13 Halenov O.S., Kolesnikov V.A. // Vestnik KarGU. Ser. Fizika. 2011. № 1(61). S.26-38.

14 Animica I.E. Issledovanie vysokotemperaturnyh oksidnyh protonnyh provodnikov s pomoshh'ju stabil'nyh izotopov: Dis. ... dokt. him. nauk. – Ekaterinburg: Institut vysokotemperaturnoj jelektrohimii UrO RAN, 2011. – 296 s.

15 Ivanov-Shic A.K., Murin I.V. Ionika tverdogo tela. – Т. 1. – Spb.: Izd-vo S. Peterburg. un-ta, 2000. – 616 s.

16 Ivanov-Shic A.K., Murin I.V. Ionika tverdogo tela. – Т. 2. – Spb.: Izd-vo S. Peterburg. un-ta, 2010. – 998 s.

Резюме

О. С. Халенов¹, В. А. Колесников², В. М. Юров²

(¹Жоғары технологиялар институты, Алматы қ.);

²Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды қ.)

КОМПОЗИТТІК ҚАТТЫ ЭЛЕКТРОЛИТТЕРДІҢ ИОНДЫҚ ӨТКІЗГІШТІГІ

Тепе-теңдіксіз статистикалық термодинамиканың негізінде өткізгіштіктің ток тығыздығының формуласы алынып, оның температураға, қысымға, химиялық құрамға тағы басқа сыртқы және ішкі факторлардың қатты электролиттердің өткізгіштігіне әсерін бағалауға келетіндігі анықталған. Эксперименталдық және компьютерлік әдістердің көмегімен калий сульфатының өткізгіштігінің құрылымдық – сезімтал аумағында кіші радиусты гомолог иондардың негізгі рөл ойнайтындығы көрсетілген.

Кілт сөздер: қатты электролит, иондық өткізгіштік, композит, термодинамика.

Summary

O. S. Khalenov¹, V. A. Kolesnikov², V. M. Jurov²

(¹Institute of high technologies, Almaty

²Karaganda state university of E. A. Buketov, Karaganda)

IONIC CONDUCTIVITY OF COMPOSIT SOLID STATE ELECTROLITS

On the basis of nonequilibrium statistical thermodynamics the formula for density of a current of conductivity which allows to estimate influence of temperature, pressure, a chemical compound and other external and internal factors on conductivity of firm electrolits is received. Experimentally and a method of computer modelling it is shown, that in structurally-sensitive area the basic contribution to conductivity of kalium sulphate bring kationy-gomologi small radius.

Keywords: solid state electrolit, ionic conductivity, a composite, thermodynamics.

Поступила 27.03.2013г.

В. Ч. ЛАУРИНАС, О. Н. ЗАВАЦКАЯ, С. А. ГУЧЕНКО, В. М. ЮРОВ

(Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, г. Караганда)

ВЛИЯНИЕ ЛАЗЕРНОГО ОБЛУЧЕНИЯ НА СВОЙСТВА МНОГОФАЗНЫХ ПОКРЫТИЙ

Аннотация

В работе обсуждаются результаты исследования влияния лазерного облучения на механические свойства ионно-плазменных покрытий. Для получения покрытий использовались многокомпонентные плазменные потоки. Осаждение покрытий производилось в атмосфере аргона и азота. Свойства покрытий Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti, полученные в среде аргона и азота, после лазерного облучения изменяются различным образом. Это связано с особенностями поведения нитридной фазы при воздействии лазерного излучения. Свойства покрытий Fe – Al после лазерного облучения практически не изменяются. Это связано с особенностями структуры этих покрытий, которая представляет собой незамкнутую структуру.

Ключевые слова: лазерное облучение, покрытие, трение, микротвердость, микроструктура, наноструктура.

Кілт сөздер: лазерлік сәулелендіру, жабулар, үйкеліс, микроқатандық, микроқұрылым, наноқұрылым.

Keywords: a laser irradiation, a covering, a friction, microhardness, a microstructure, a nanostructure.

Введение. Лазерное излучение при воздействии на поверхность обрабатываемого материала позволяет быстро и дозированно передавать большую энергию. Возможность такого интенсивного подвода энергии к материалу обуславливает локальность тепловых и связанных с ними других физических процессов. Модификация свойств материалов лазерным излучением по физической сути сводится к локальному термическому воздействию. Поэтому оно определяется теплофизическими параметрами материала, плотностью мощности и временем воздействия излучения. Структура слоя, упрочненного лазерным излучением, характеризуется большой твердостью, пониженной химической активностью, меняются механические характеристики, термостойкость, величина и характер распределения остаточных напряжений [1-4].

Методика эксперимента. В качестве источника лазерного излучения в работе использовался лазер на алюмоиттриевом гранате, легированном неодимом ($\lambda = 1064$ нм). Длительность вспышки лампы накачки лазера, работавшим в режиме свободной генерации, составляла $2 \cdot 10^{-3}$ с. Энергия лазерного импульса составляла 1 Дж и перед проведением эксперимента измерялась с помощью ИМО-2Н, частота следования лазерных импульсов регулировалась от 0,1 до 35 Гц. Излучение лазера с помощью кварцевой сферической линзы с фокусным расстоянием 50 мм фокусировалось на поверхности образца в пятно, диаметр которого в зависимости от условий эксперимента мог составлять 60 мкм и более. Диаметр пятна измерялся с помощью оптической системы микротвердомера HVS-1000A. Частота следования импульсов подбиралась таким образом, чтобы при фиксированной и нерегулируемой скорости перемещения образца минимальное расстояние между центрами пятен лазерного света на поверхности объекта не превышало их диаметр, и составляла 5 Гц. На образцы в количестве 4-х штук было нанесено ионно-плазменное композиционное покрытие Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti в газовой среде аргона в течение 40 минут. Затем образцы № 2 и 4 были подвержены лазерной обработке лазером «Квант-17» с частотой $\nu = 5$ Гц и энергией $E = 0,95$ Дж, на расстоянии 70 мм и 60 мм соответственно.

Результаты эксперимента

На рисунках 1, 2 показана микроструктура покрытий до и после лазерной обработки покрытия. В таблице 1 приведены коэффициенты трения образцов Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti в среде аргона без лазерной обработки и после лазерной обработки. Определение коэффициентов трения производилось в паре: покрытие – покрытие; покрытие – алюминий; покрытие – медь.

В таблице 2 приведены значения микротвердости по Виккерсу (HV) образцов Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti в среде аргона без лазерной обработки и после лазерной обработки. Испытание на микротвердость проводилось при нагрузке 0,01 кг, что соответствует 0,098 Н, время выдержки 15 с.

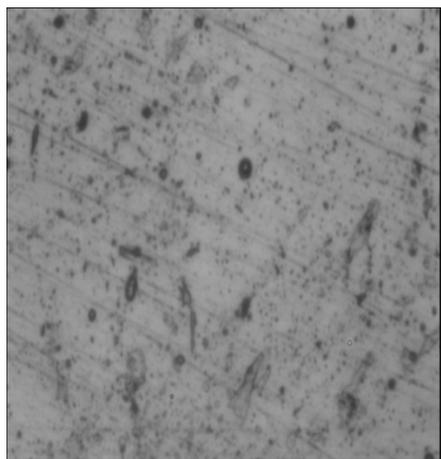


Рисунок 1 – Микроструктура покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в газовой среде аргона до лазерного облучения

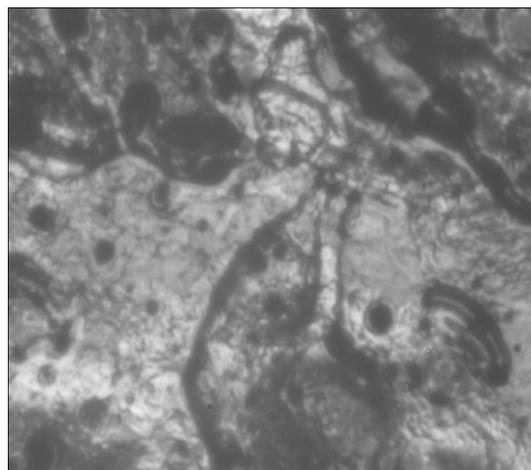


Рисунок 2 – Микроструктура покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в газовой среде аргона после лазерного облучения

Таблица 1 – Результаты трибологических исследований покрытия Cr –Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti, полученного в среде аргона

Образец	Коэффициент трения		
	покрытие – покрытие	покрытие – алюминий	покрытие – медь
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti до лазерной обработки	0,413	0,302	0,269
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti после лазерной обработки, R= 70 мм.	0,274	0,265	0,264

Таблица 2 – Результаты исследований микротвердости покрытия Cr –Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti, полученного в среде аргона

Образец	Нагрузка испытания, кг	Микротвердость, HV
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti до лазерной обработки	0,01	190,5
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti после лазерной обработки	0,01	328,0

При осаждении Cr –Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в атмосфере азота структура покрытия резко изменяется и образуется ячеистая наноструктура. Это явление рассмотрено нами в работе [5]. Полученные в этой работе экспериментальные данные укладываются во все рассмотренные модели образования ячеистой структуры: концентрационного переохлаждения, связанного с наличием радиального градиента концентрации примеси нитрида титана; ячеек Бенара, возникновение которых обусловлено наличием вертикального градиента температуры; ячеистой дислокационной структуры, связанной с наличием пластических деформаций в покрытии. Окончательный выбор модели и, соответственно, управляющего параметра пока еще не сделан. Возможно, что на процесс формирования покрытий оказывают влияние все механизмы в той или степени.

На рисунках 3, 4 показана микроструктура покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti, полученного в атмосфере азота.

В таблице 3 приведены коэффициенты трения образцов Cr –Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в среде аргона без и после лазерной обработки.

В таблице 4 приведены значения микротвердости по Виккерсу (HV) образцов Cr–Mg–Si–Cu–Fe–Al+Ti в среде аргона без лазерной обработки и после лазерной обработки.

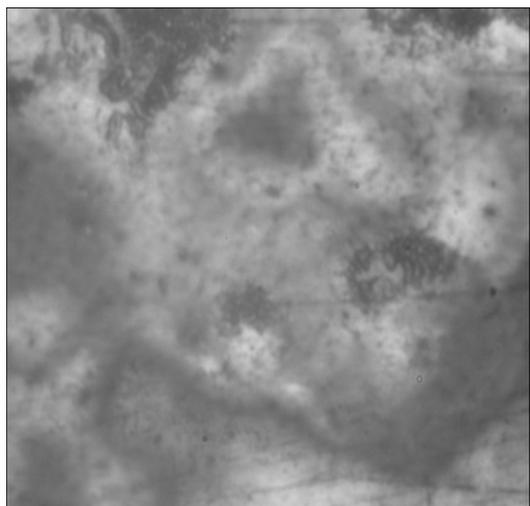


Рисунок 3 – Микроструктура покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в газовой среде азота после лазерного облучения, R= 67 мм

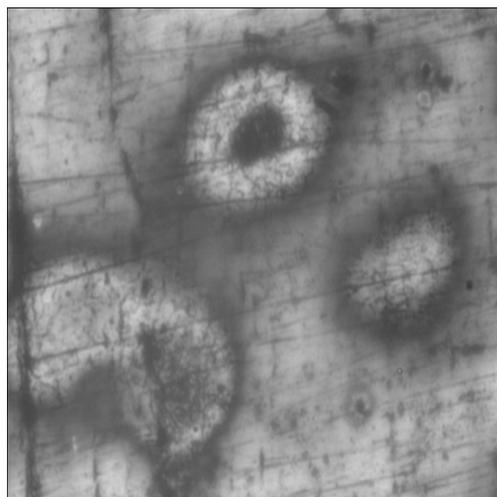


Рисунок 4 – Микроструктура покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в газовой среде азота после лазерного облучения, R= 65 мм

Таблица 3 – Результаты трибологических исследований покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti, полученного в среде азота

Образец	Коэффициент трения		
	покрытие – покрытие	покрытие – алюминий	покрытие – медь
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti в среде азота, до лазерной обработки	0,243	0,304	0,431
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti в среде азота, после лазерной обработки	0,229	0,370	0,320

Таблица 4 – Результаты исследований микротвердости покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti, полученного в среде азота

Образец	Нагрузка испытания, кг	Микротвердость, HV
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti до лазерной обработки	0,025	804,4
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti после лазерной обработки, R=67 мм	0,025	365,5
Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti после лазерной обработки, R=70 мм	0,025	297,2

Обсуждение результатов эксперимента

Сущность лазерного упрочнения железоуглеродистых сталей, как и обычных методов закалки, состоит в бездиффузионном превращении при быстром охлаждении гранцентрированной кубической решетки аустенита в искаженную объемно-центрированную решетку мартенсита [6]. Характерной чертой мартенсита является его высокая твердость, с одной стороны, и низкая пластичность и хрупкость, с другой стороны. В нашем случае, как это следует из данных РФЭС, исследуемые покрытия не содержат углерода, несмотря на высокое содержание железа.

Закалка цветных металлов не связана с фазовыми переходами в объеме вещества, а обусловлена «исправлением» искажений структуры металлов, возникших при их затвердевании [7]. Поэтому в нашем случае влияние лазерного излучения на свойства композиционных покрытий, основу которых составляет алюминий, не столь тривиально, как это может показаться с первого взгляда. К этому нужно добавить и наноструктурное состояние исследованных покрытий, теплофизические свойства которых значительно отличаются от объемных свойств вещества.

Как следует из таблиц 1 и 2, для покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в среде аргона коэффициент трения после лазерной обработки уменьшается, а микротвердость возрастает. Первый эффект мы связываем с уменьшением шероховатости покрытия при его оплавлении лазерным лучом. Второй эффект обусловлен формированием дислокационной структуры покрытия при резком нагреве-охлаждении, что отчетливо видно из сравнения рисунок 1 и 2. При нанесении покрытий Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al +Ti в среде азота в

последнем формируются области, содержащие нитриды титана и хрома, причем по данным РФЭС содержание обеих компонент примерно одинаково. Размер частиц нитрида титана и хрома по данным электронной микроскопии составляет 100–150 нм. Микрокристаллиты нитридов титана и хрома имеют преимущественную ориентацию (предположительно в направлении (200)), что отлично от сферической симметрии микрокристаллитов чистого титана. Все это, наряду с ячеистой структурой покрытия, приводит к высокой его микротвердости (таблица 4). После лазерной обработки покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al+Ti, полученного в среде азота, коэффициент трения изменяется незначительно, а микротвердость уменьшается более чем в 2 раза (табл.4). Это означает, что в этом случае мы имеем дело не с упрочнением покрытия, а с его отпусканием, как это наблюдается в закаленных сталях при высоких температурах.

Однако механизм разупрочнения в нашем случае отличен от механизма отпуска стали, где последний обусловлен фазовым переходом мартенсит→аустенит. Одной из вероятных причин разупрочнения покрытия Cr – Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti, полученного в среде азота, является коагуляция микрокристаллитов титана и хрома, отчетливо видная на рисунки 3 и 4 и происходящая при остывании расплава после лазерного облучения. Подобный эффект наблюдается при легировании титаном при бескислородной плавки металлов [8]. При этом включения нитридов титана значительно ухудшают свойства литья. Другой причиной разупрочнения может быть тот факт, что при высокой температуре, которая достигается при лазерном облучении, нитриды титана и хрома «разъедаются» окислами железа [8]. Образование окислов железа может происходить как за счет его значительного содержания в покрытии, так и за счет того, что лазерное облучение проводилось на воздухе. Этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Заключение. В настоящее время лазерные технологии получили «второе дыхание» и активно используются в различных областях науки, техники, медицины, экологическом мониторинге и т.д. Немаловажную роль они стали играть и в нанотехнологиях [9]. В настоящей работе показано, что эффект лазерного воздействия на наноструктурные покрытия может быть довольно разнообразен. Однако решающую роль при этом играет первоначальная структура покрытия, которая задает механизм и направление ее преобразования при внешних, в том числе и лазерных, воздействиях.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Калиниченко А.С., Бергман Г.В. Управляемое направленное затвердевание и лазерная обработка: теория и практика. – Минск: Технопринт, 2001. – 367 с.
- 2 Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюров А.И. Технологические процессы лазерной обработки. – М.: Изд-во МГТУ, 2006. – 664 с.
- 3 Вейко В.П., Петров А.А. Введение в лазерные технологии. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. – 143 с.
- 4 Лосев В.Ф., Морозова Е.Ю., Ципилев В.П. Физические основы лазерной обработки материалов. – Томск: ТПУ, 2011. – 199 с.
- 5 Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н. // Наноматериалы и нанотехнологии. – 2012. – № 2. – С. 17-24.
- 6 Майоров В.С. Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок / Под ред. В. Я. Панченко. – М.: Физматлит, 2009. – С. 439-469.
- 7 Меркулова Г.А. Металловедение и термическая обработка цветных сплавов. – Красноярск: СФУ, 2008. – 312 с.
- 8 Самсонов Г.В. Нитриды. – Киев: Наукова думка, 1969. – 312 с.
- 9 Булгаков А.В., Булгакова Н.М., Бураков И.М. и др. Синтез наноразмерных материалов при воздействии мощных потоков энергии на вещество. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2009. – 462 с.

REFERENCES

- 1 Kalinichenko A.S., Bergman G.V. Upravljajemoe napravlennoe zatverdevanie i lazernaja obrabotka: teorija i praktika. – Minsk: Tehnoprnt, 2001. – 367 s.
- 2 Grigor'janc A.G., Shiganov I.N., Misjurov A.I. Tehnologicheskie processy lazernoj obrabotki. – M.: Izd-vo MGTU, 2006. – 664 s.
- 3 Vejko V.P., Petrov A.A. Vvedenie v lazernye tehnologii. – SPb.: SPbGU ITMO, 2009. – 143 s.
- 4 Losev V.F., Morozova E.Ju., Cipilev V.P. Fizicheskie osnovy lazernoj obrabotki materialov. – Tomsk: TPU, 2011. – 199 s.
- 5 Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavackaja O.N. // Nanomaterialy i nanotehnologii. – 2012. – № 2. – S. 17-24.
- 6 Majorov V.S. Lazernye tehnologii obrabotki materialov: sovremennye problemy fundamental'nyh issledovanij i prikladnyh razrabotok / Pod red. V. Ja. Panchenko. – M.: Fizmatlit, 2009. – S. 439-469.
- 7 Merkulova G.A. Metallovedenie i termicheskaja obrabotka cvetnyh splavov. – Krasnojarsk: SFU, 2008. – 312 s.
- 8 Samsonov G.V. Nitridy. – Kiev: Naukova dumka, 1969. – 312 s.
- 9 Bulgakov A.V., Bulgakova N.M., Burakov I.M. i dr. Sintez nanorazmernih materialov pri vozdejstvii moshhnyh potokov jenerгии na veshhestvo. – Novosibirsk: Institut teplofiziki SO RAN, 2009. – 462 s.

Резюме

В. Ч. Лауринас, О. Н. Завацкая, С. А. Гученко, В. М. Юров

(Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды қ.)

**КӨПФАЗАЛЫ ЖАБУЛАРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІНЕ
ЛАЗЕРЛІК СӘУЛЕНІҢ ӘСЕРІ**

Жұмыста ионды-плазмалық жабулардың механикалық қасиеттеріне лазерлік сәулеленудің әсерін зерттеу нәтижелеріне талдау жүргізілген. Жабуларды жасау үшін көп компонентті плазмалық ағындар қолданылды. Жабулар аргон және азот атмосферасында жасалды. Аргон және азот ортасында алынған Cr –Mg – Si – Cu – Fe – Al + Ti жабуларының қасиеттері, лазерлік сәулелендіруден кейін әрқилы өзгереді. Оның себебі лазерлік сәулеленудің әсері кезіндегі нитридті фазалардағы ерекшеліктер. Fe – Al жабуларының қасиеттеріне лазерлік сәуле әсер етпейді. Оның себебі осындай жабулардың құрылымдық қасиеттері, олар тұйықталмаған құрылым болып табылады.

Кілт сөздер: лазерлік сәулелендіру, жабулар, үйкеліс, микроқатандық, микроқұрылым, нанокұрылым.

Summary

V. Ch. Laurinas, O.N. Zavatsky, S. A. Guchenko, V. M. Jurov

(Karaganda state university of E. A. Buketov, Karaganda)

**INFLUENCE OF A LASER IRRADIATION
ON PROPERTIES OF MULTIPHASE NANOSTRUCTURAL COVERINGS**

In work results of research of influence of a laser irradiation on mechanical properties of ionic-plasma coverings are discussed. For reception of coverings multicomponent plasma streams were used. Sedimentation of coverings was made in argon and nitrogen atmosphere. Properties of coverings Cr-Mg - Si - Cu - Fe - Al +Ti, received in the environment of argon and nitrogen, after a laser irradiation change in the various image. It is connected with features of behaviour of nitrides of the titan and chrome at influence of laser radiation. Properties of coverings Fe - Al after a laser irradiation practically do not change. It is connected with features of structure of these coverings which represents not closed structure.

Keywords: a laser irradiation, a covering, a friction, microhardness, a microstructure, a nanostructure.

Поступила 27.03.2013г.

В. М. ЮРОВ, В. Ч. ЛАУРИНАС, С. А. ГУЧЕНКО, О. Н. ЗАВАЦКАЯ

(Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, г. Караганда)

ПРОЦЕССЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ИОННО-ПЛАЗМЕННЫХ ПОКРЫТИЙ

Аннотация

В работе обсуждаются результаты исследования микротвердости ионно-плазменных покрытий. Для получения покрытий использовались однокомпонентные и многокомпонентные плазменные потоки. Осаждение покрытий производилось в атмосфере аргона и азота. Экспериментальные данные показывают, что микротвердость покрытий квазипериодически изменяется по поверхности образца. Предложена модель формирования периодической структуры покрытия. Модель основана на возникновении автоколебательных движений при формировании покрытия за счет концентрационных градиентов компонент осаждаемых потоков.

Ключевые слова: плазма, покрытие, микротвердость, микроструктура, автоволны.

Кілт сөздер: плазма, жабулар, микроқатандық, микроқұрылым, автотолқын.

Keywords: plasma, a covering, microhardness, a microstructure, autowaves.

Введение. В открытых системах неживой природы, которые постоянно получают из внешней среды отрицательную энтропию и вещество, могут возникать стационарные неравновесные состояния с высокой степенью упорядоченности [1, 2]. К процессам, при которых происходят явления самоорганизации, относятся и автоволновые процессы (АВП) [3], которые и являются предметом настоящей работы. Под АВП принято понимать самоподдерживающимся в активной нелинейной среде волновой процесс (включая стационарные структуры), сохраняющий свои характеристики постоянными за счет распределенного в среде источника энергии [3]. Эти характеристики – период, длина волны (или импульса), скорость распространения, амплитуда и форма – в установившемся режиме зависят только от локальных свойств среды и не зависят от начальных, а достаточно далеко от границ среды и от краевых условий. При этом в пространстве предполагается связь посредством переноса диффузионного типа.

Классы АВ-сред. Большой класс АВ-сред условно можно описать с помощью следующей схемы. В открытую распределенную систему извне поступает энергия или вещество, богатое энергией. Эти потоки управляются локальными свойствами регулирующей поверхности или, точнее, пограничного слоя малой толщины. В свою очередь локальные свойства поверхности зависят как от волн температуры, потенциала концентрации, распространяющихся вдоль тонкого пограничного слоя, так и от процессов, происходящих в подложке. К таким системам относятся волны окисления аммиака и углерода на платине и ряд других [3].

Во втором классе АВ-сред поверхностные эффекты не столь выражены. Локальная положительная обратная связь обеспечивает наличие N-образной характеристики среды с падающим участком «отрицательного» сопротивления в любом элементарном объеме. К таким средам и пространственно-временным структурам в них относятся автоколебательные реакции Белоусова-Жаботинского, домены в электронно-дырочной плазме полупроводников и ряд других [2].

К третьему классу можно отнести сложные многофазные среды, в которых неравновесность и АВП поддерживаются за счет энергии лазерного излучения, энергии ионной плазмы, как в наших экспериментах, термохимических реакций и других источников. Подобные явления определяются не только диффузией и теплопередачей, но и гидродинамическими потоками, в частности конвекцией, испарением, кипением, поверхностным натяжением. Образование структур с участием поверхностных явлений рассматривалось в [4] и нами в работе [5].

Экспериментальные результаты

Для нанесения покрытий использовались титановые катоды марки ВТ-1-00 по ГОСТ 1908 и катоды из стали марки 12Х18Н10Т. С помощью этих катодов наносились покрытия на установке ННВ-6.6И1 на стальную подложку в газовой среде аргона и азота в течение 40 мин при токе дуги $I_{и} = 80$ А, опорном напряжении $U_{оп} = 200$ В и давлении газа в камере $P = 5 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст. Микроструктура покрытий исследовалась на металлографическом микроскопе EPIQUANT. Микротвердость покрытия измерялась на микротвердомере HVS – 1000 А по методу Виккерса вдоль, поперек и по диагонали образцов. На 5 модельных образцах из

нержавеющей стали было нанесено ионно-плазменное покрытие нитрида титана в течение 40 мин. Микроструктура покрытий показана на рисунке 1. Измерения микротвердости проводились при нагрузке 0,1 кг, что соответствует 0,989 Н, и времени выдержки нагрузки 15 сек. Среднее значение микротвердости покрытия образцов составляет 483,2 HV.

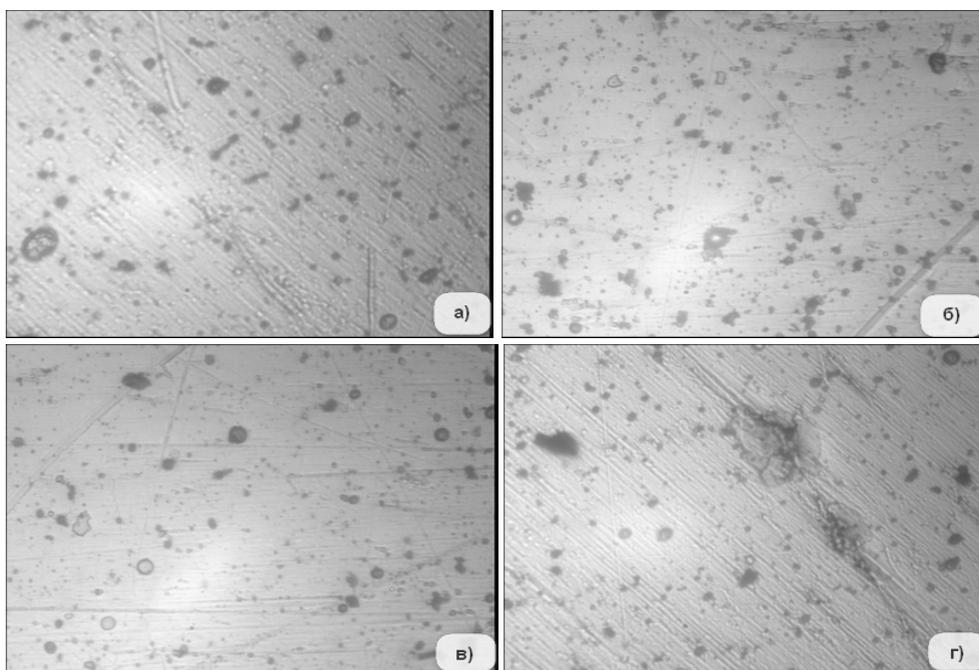


Рисунок 1 – Микроструктура нитрид титанового покрытия образца:
а, г – в середине образца; б, в – по краям образца

На рисунке 2 показано изменение микротвердости нитрид титанового покрытия поперек и вдоль образца. Как видно из рисунка 2, изменение микротвердости носит «квазипериодический» характер. В литературе мы не нашли подобного рода исследований. Следующим этапом наших исследований было нанесение многослойных покрытий. На четыре образца из нержавеющей стали послойно через каждые 10 мин в течение 40 мин было нанесено ионно-плазменное покрытие, состоящее из стали марки 12Х18Н10Т и титана в газовой среде аргона при токе испарения $I_{\text{и}} = 80$ А, опорном напряжении $U_{\text{оп}} = 200$ В и давлении газа в камере $P = 5 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст. Микроструктура полученных покрытий показана на рисунке 3.

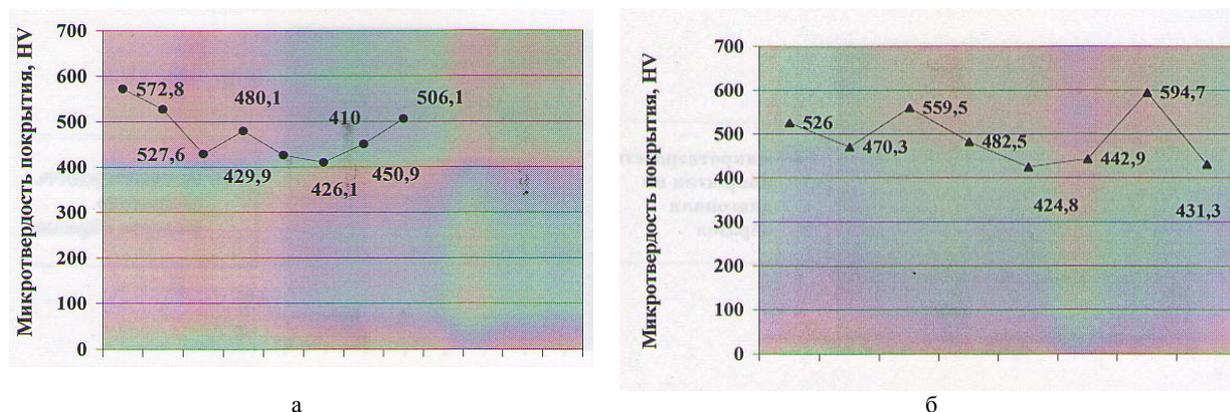


Рисунок 2 – Микротвердость нитрид титанового покрытия поперек (а) и по диагонали образца (б)

В отличие от предыдущего случая, здесь наблюдается более крупнозернистая структура покрытия. Среднее значение микротвердости покрытия образцов составляет 526,6 HV, что на 43 HV превышает предыдущий случай. В практическом плане это означает, что для повышения износостойкости деталей лучше использовать многослойные покрытия.

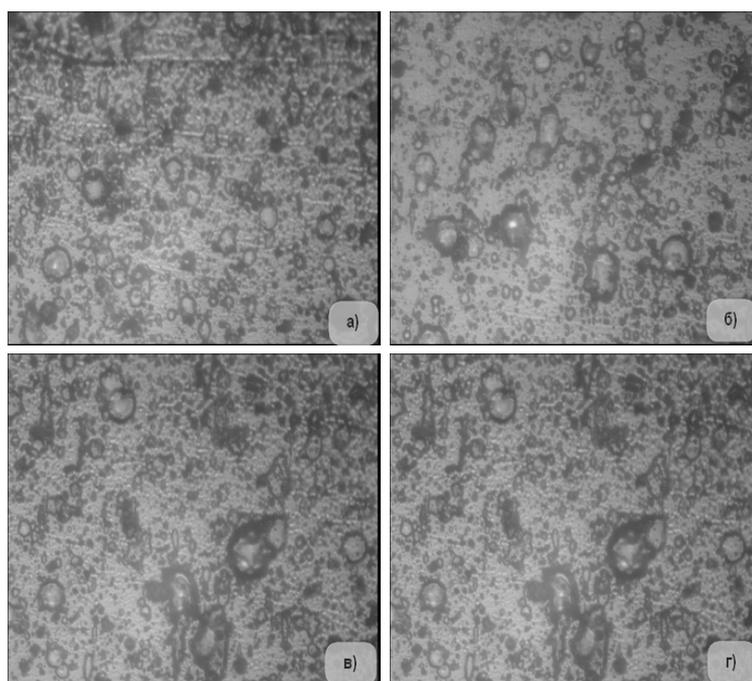


Рисунок 3 – Микроструктура многослойного покрытия 12X18H10T + Ti (10/10 мин) в газовой среде аргона на четырех образцах

На рисунке 4 показано изменение микротвердости покрытия поперек и по диагонали образца. В этом случае также наблюдается «квазипериодическое» изменение микротвердости.

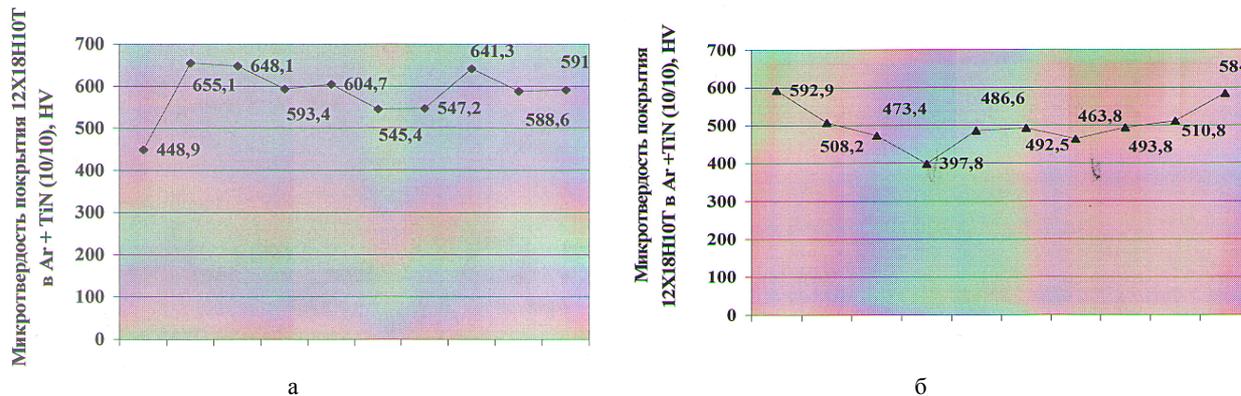


Рисунок 4 – Микротвердость многослойного покрытия 12X18H10T + Ti в газовой среде аргона поперек (а) и по диагонали (б) образца

Нами проведен также эксперимент при одновременном распылении катодов титана и 12X18H10T. В этом случае микроструктура покрытия имеет большое сходство с многослойным покрытием, но среднее значение микротвердости составляет 473,3 HV, что меньше, чем в предыдущем случае и практически совпадает с первым случаем. В этом случае также наблюдается «квазипериодическое» изменение микротвердости.

Проведен также эксперимент при одновременном распылении катодов титана и 12X18H10T в среде азота. В этом случае микроструктура покрытия также имеет сходство с предыдущими структурами. Среднее значение микротвердости покрытия образцов составляет 522,7 HV, что практически совпадает со значением микротвердости многослойного покрытия. В этом случае также наблюдается «квазипериодическое» изменение микротвердости.

АВП при формировании ионно-плазменных покрытий. Из приведенных выше экспериментальных исследований следует, что формирование ионно-плазменного покрытия в пространственных координатах следует «квазипериодическому» закону, т.е. отвечает некоторому автоволновому процессу (АВП).

Из приведенных результатов следует также, что класс рассматриваемых явлений, наблюдаемых в наших экспериментах, относится к третьему классу, хотя при определенных упрощениях его можно отнести и к первому.

Основой моделей, описывающих процессы в активной распределенной кинетической системе, служат уравнения материального баланса:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) - \operatorname{div} I_i. \quad (1)$$

Здесь x_i – взаимодействующие между собой компоненты, I_i – поток i -го компонента:

$$I_i = V x_i - \sum_{k=1}^n D_{ik} \operatorname{grad} x_k, \quad (2)$$

где V – направленная скорость движения компонента, а D_{ik} – матрица коэффициентов диффузии. В простейшем случае одномерного пространства уравнения (1)-(2) запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\sum_{k=1}^n D_{ik}(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial x_i}{\partial r} \right). \quad (3)$$

Краевые условия систем (1)–(3) определяются конкретными задачами, но наиболее часто используются условия «непроницаемости» границ конечного отрезка $[0, L]$:

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial x_i}{\partial t} \right|_{r=L} = 0. \quad (4)$$

При этих условиях система максимально автономна и характер АВП менее всего подвержен влиянию границ. Если перемешивание внутри «объема» $[0, L]$ происходит достаточно быстро, то в любой его части процессы синхронны и система описывается так называемыми «точечными» уравнениями [3]:

$$\frac{\partial x_i}{\partial t} = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (5)$$

Формально от системы (3) к (5) можно перейти при $D_{ik} \rightarrow \infty$. Физически это означает, что переход к (5) отвечает нулевому приближению по отношению характерных времен диффузии и химических процессов.

В наших экспериментах приближение (5) не может быть применено. Это отчетливо видно из рисунках 3, 5, 7, 9, где длина волны составляет порядка 10^{-4} м, т.е. скорость массопереноса составляет $\sim 10^{-4}$ м/с. Поскольку скорость массопереноса $V \approx \sqrt{D/t}$, то для коэффициента диффузии получаем оценку $D \sim 10^{-8}$ м²/с. Это отвечает режиму малой диффузии.

В недавней монографии [6] предпринимается попытка создания единой теории диссипативных структур Тьюринга-Пригожина для систем параболических и гиперболических уравнений с малой диффузией. В качестве модельной системы в [6] берется уравнение типа (3):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu D \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F(u). \quad (6)$$

Здесь параметр $\nu > 0$ отвечает за пропорциональное изменение коэффициентов диффузии. Основное предположение о краевой задаче (6) заключается в том, что $u=0$ – единственное ее пространственно однородное состояние равновесия, глобально экспоненциально устойчивое в рамках точечной модели (5). Однако такая модель содержит внутреннее противоречие, поскольку точечная модель (5) применима при $D_{ik} \rightarrow \infty$. Поэтому мы не будем останавливаться на модели (6). Отметим лишь, что теория диссипативных структур еще далека от своего завершения.

Нелинейные свойства среды, когда возникают условия для возникновения диссипативных структур, можно получить не только при предположении о нелинейности функции F в задачах (1)–(3) и (6), но и при наложении других условий на отрезке $[0, L]$. Например, задавая произвольный закон движения границы L . В этом случае мы приходим к нелинейным задачам Стефана, которые также допускают решения в виде АВП. Подобный подход осуществлен нами в работе [7]. Для плотности потока атомов или ионов, формирующих покрытие, мы получили следующее уравнение:

$$\rho(r, t) = \operatorname{const} \cdot J_0 \left(\frac{2r}{R} \right) \cdot \frac{1}{\beta(t)}, \quad (7)$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка; r – текущая координата; R – геометрический размер подложки; $\beta(t)$ – скорость движения раздела фаз.

Уравнение (7) неплохо описывает полученные нами экспериментальные данные при автотомельном законе движения границы L .

Заключение. Таким образом, в настоящей работе экспериментально обнаружено существование автоволновых процессов при формировании ионно-плазменных покрытий, приводящих к образованию диссипативных структур. Детальный теоретический анализ АВП в нашей системе вызывает пока определенные трудности, хотя общая картина процесса вытекает из всех описанных в нашей работе [5] моделей. Будущая модель должна не только предсказывать существование диссипативных структур, но и содержать параметры процесса с тем, чтобы управлять свойствами получаемых покрытий.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Карери Дж. Порядок и беспорядок в структуре материи. – М.: Наука, 1985. – 326 с.
- 2 Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. – М.: Мир, 1991. – 240 с.
- 3 Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
- 4 Kahrig E., Beberdich H. Dissipative Strukturen. – Leipzig: VEB Georg Thieme, 1977. – 342 p.
- 5 Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н. // Наноматериалы и нанотехнологии. – 2012. – № 2. – С. 17-24.
- 6 Мищенко Е.Ф., Садовничий В.А., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 395 с.
- 7 Юров В.М. // Вестник КарГУ. Сер. Физика. – 2009. – № 1(53). – С. 45-54.

REFERENCES

- 1 Kareri Dzh. Porjadok i besporjadok v strukture materii. – M.: Nauka, 1985. – 326 s.
- 2 Haken G. Informacija i samoorganizacija. Makroskopicheskiy podhod k slozhnym sistemam. – M.: Mir, 1991. – 240 s.
- 3 Vasil'ev V.A., Romanovskij Ju.M., Jahno V.G. Avtovolnovye processy. – M.: Nauka, 1987. – 240 s.
- 4 Kahrig E., Beberdich H. Dissipative Strukturen. – Leipzig: VEB Georg Thieme, 1977. – 342 p.
- 5 Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavackaja O.N. // Nanomaterialy i nanotehnologii. – 2012. – № 2. – S. 17-24.
- 6 Mishhenko E.F., Sadovnichij V.A., Kolesov A.Ju., Rozov N.H. Avtovolnovye processy v nelinejnyh sredah s diffuziej. – M.: FIZMATLIT, 2010. – 395 s.
- 7 Jurov V.M. // Vestnik KarGU. Ser. Fizika. – 2009. – № 1(53). – S. 45-54.

Резюме

В. М. Юров, В. Ч. Лауринас, С. А. Гученко, О. Н. Завацкая

(Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды қ.)

ИОНДЫҚ-ПЛАЗМАЛЫҚ ЖАБУЛАРДЫ ҚАЛЫПТАСТЫРҒАНДАҒЫ ӨЗДІК ҰЙЫМДАСУ ҮДЕРІСТЕРІ

Жұмыста ионды-плазмалық жабулардың микроқатандығын зерттеу нәтижелері талданады. Жабуларды жасау үшін бір камералы және көп камералы плазмалық ағындар қолданылды. Жабуларды жасағанда аргон және азот атмосферасы қолданылды. Эксперименттік мәліметтер бойынша, жабулардың микроқатандығы үлгі бетінде квазипериодты өзгертіні көрінеді. Жабулардың периодтық құрылымын қалыптастыруға арналған үлгі ұсынылады. Үлгі теориясының негізі, жабуларды қалыптастырған кезде буландырылатын ағындар компоненттерінің концентрациялық градиенті есебінен пайда болатын автотербелістік қозғалыстардың тууына негізделген.

Кілт сөздер: плазма, жабулар, микроқатандық, микроқұрылым, автотолқын.

Summary

V. M. Jurov, V. Ch. Laurinas, S. A. Guchenko, O. N. Zavatsky

(Karaganda state university of E. A. Buketov, Karaganda)

SELF-ORGANISING PROCESSES AT FORMATION IONIC-PLASMA COVERINGS

In work results of research of microhardness of ionic-plasma coverings are discussed. For reception of coverings unicomponent and multicomponent plasma streams were used. Sedimentation of coverings was made in argon and nitrogen atmosphere. Experimental data show, that microhardness of coverings квазипериодически changes on a surface of the sample. The model of formation of periodic structure of a covering is offered. The model is based on occurrence of self-oscillatory movements at formation of a covering at the expense of concentration gradients a component of besieged streams.

Keywords: plasma, a covering, microhardness, a microstructure, autowaves.

Поступила 27.03.2013г.

С. А. ГУЧЕНКО, В. М. ЮРОВ, В. Ч. ЛАУРИНАС, О. Н. ЗАВАЦКАЯ

(Карагандинский государственный университет им. Е. А. Букетова, г. Караганда)

МНОГОФАЗНЫЕ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ ПОКРЫТИЯ

Аннотация

В работе обсуждаются результаты исследования процесса формирования ионно-плазменных многофазных покрытий. Показано, что типы возникающих при этом структур не столь многообразны, как, например, при кристаллизации сплавов. В основном наблюдается глобулярная структура и реже незамкнутые диссипативные и ячеистые структуры. Показано, что физические свойства могут существенно отличаться в зависимости от элементного состава покрытий. Поскольку величина поверхностного натяжения (поверхностной энергии) в большинстве случаев есть величина аддитивная, то каждый элемент, входящий в состав покрытия, вносит свой вклад в общую поверхностную энергию. В случае одновременного распыления многофазных катодов формируются высокоэнтропийные покрытия, обладающие упорядоченной структурой и повышенными механическими свойствами.

Ключевые слова: покрытие, трение, микротвердость, микроструктура, наноструктура.

Кілт сөздер: жабулар, үйкеліс, микрокатандық, микроқұрылым, наноқұрылым.

Keywords: a covering, a friction, microhardness, a microstructure, a nanostructure.

Введение. Среди методов нанесения защитных покрытий, основанных на воздействии на поверхность детали потоков частиц и квантов с высокой энергией, большое внимание привлекают вакуумные ионно-плазменные методы [1-6]. Характерной их чертой является прямое преобразование электрической энергии в энергию технологического воздействия, основанной на структурно-фазовых превращениях в осажденном на поверхности конденсате или в самом поверхностном слое детали, помещенной в вакуумную камеру. Основным достоинством данных методов является возможность создания весьма высокого уровня физико-механических свойств материалов в тонких поверхностных слоях, нанесение плотных покрытий из тугоплавких химических соединений, а также алмазоподобных, которые невозможно получить традиционными методами. Кроме того, эти методы позволяют: обеспечивать высокую адгезию покрытия к подложке; равномерность покрытия по толщине на большой площади; варьировать состав в широком диапазоне, в пределах одного технологического цикла; получить высокую чистоту поверхности покрытия; экологическую чистоту производственного цикла.

В настоящей работе проведено обобщение полученных нами экспериментальных данных по структуре и свойствам многофазных наноструктурных ионно-плазменных покрытий [7-10].

Многофазные катоды и многофазные плазменные потоки. При проведении экспериментов нами использовались композиционные катоды, полученные методом индукционного плавления и титановые катоды марки ВТ-1-00. Количественный анализ элементного состава многофазных катодов проводился на электронном микроскопе JEOL JSM-5910.

Нами были проведены исследования микроструктуры катодов состава Zn – Cu – Al, Cr–Mn–Si–Cu–Fe–Al, Zn – Al, Zn – Cu – Al, Mn – Fe – Cu – Al, полученных на электронном микроскопе JEOL JSM-5910, работающего в режиме вторичной электронной эмиссии. Проведенный анализ показал, что катоды AlFe_{43,04} и AlFe_{90,56} представляют собой эвтектику, а остальные – твердые растворы. Исследование элементного состава покрытий, полученных при распылении перечисленных выше катодов, показало соответствие состава покрытия составу используемых катодов в пределах ошибки эксперимента.

Одна из ключевых проблем, которые следует решить при создании наноконпозиционных ионно-плазменных покрытий – генерация многокомпонентных потоков, осаждаемых на подложку. Основная идея настоящей работы заключается в следующем: для генерации многокомпонентных потоков ионов различных металлов, осаждаемых на подложку, мы используем многофазный композиционный катод на одной пушке вакуумной установки и однофазный катод из титана на другой пушке. В процессе одновременного распыления различных катодов ионы металлов перемешиваются в плазме и, после осаждения, формируют покрытие.

Формирование ионно-плазменных покрытий. Хотя способы получения наноструктурных материалов и покрытий довольно разнообразны, но все они основаны на механизме интенсивной диссипации энергии, обобщенной в трех стадиях формирования. На первой стадии идет процесс зародышеобразования, который из-за отсутствия соответствующих термодинамических условий, не переходит в массовую кристаллизацию. Вторая стадия представляет собой формирование вокруг нанокристаллических зародышей аморфных

кластеров, которые на третьей стадии объединяются в межкристаллитную фазу с образованием диссипативной структуры. Каждая из перечисленных стадий представляет собой сложный процесс. Достаточно указать на процесс образования зародышей новой фазы, теория которых развивается уже более 100 лет. Учет поверхностного натяжения на границе раздела фаз приводит к существенному изменению кинетики формирования покрытий. На рисунках 1 и 2 показана структура двух покрытий, имеющих различное поверхностное натяжение.

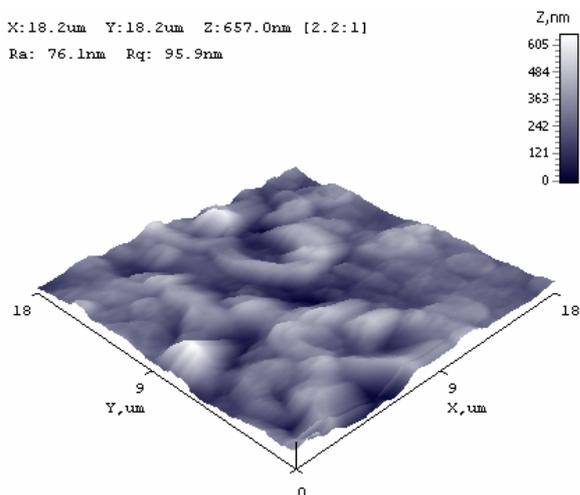


Рисунок 1 –

АСМ изображение поверхности покрытия Fe-Al

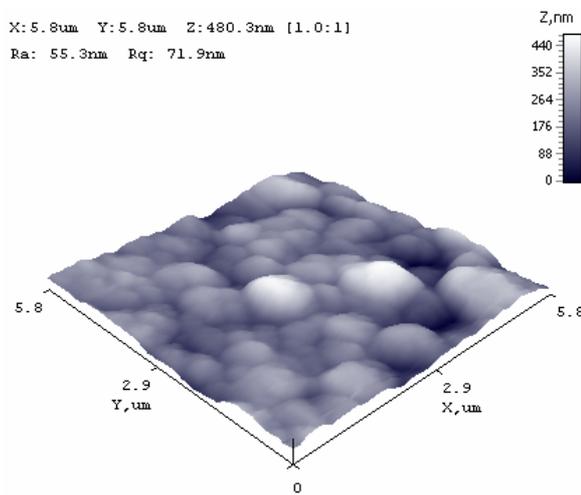
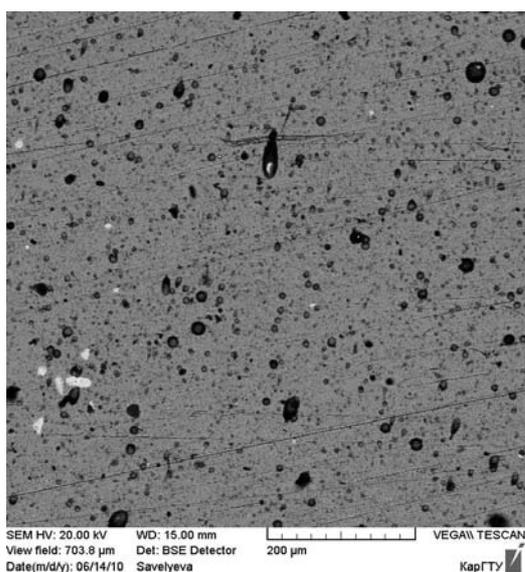


Рисунок 2 –

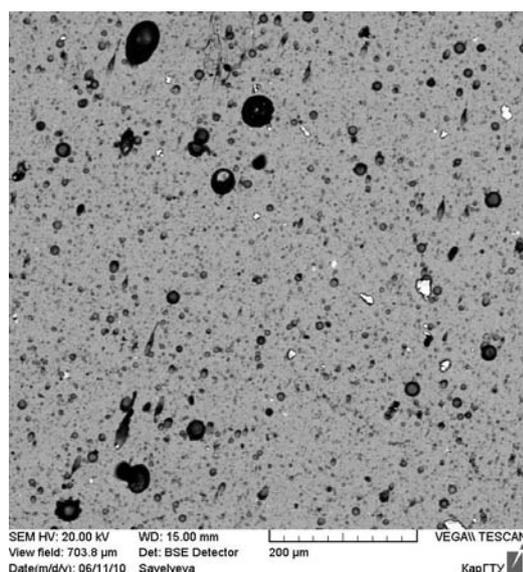
АСМ изображение поверхности покрытия Zn-Al

В первом случае (рисунок 1) мы наблюдаем незамкнутые диссипативные структуры, а во втором (рисунок 2) – глобулярную структуру.

Влияние технологических параметров на структуру ионно-плазменных покрытий. Непосредственное влияние на структуру и физические свойства покрытий, полученных методом ионно-плазменного осаждения, оказывают следующие параметры: давление реакционного газа в рабочей камере; потенциал основы; ток разряда дуги; свойства материала катода; температура подложки. На рисунок 3, в качестве примера, показаны электронно-микроскопические изображения композиционных покрытий при температурах подложки 350 и 450 °С. Из рисунка 3 видно, что при температуре 450 °С происходит коагуляция цинковой фазы в более крупные фрагменты, причем остальная (большая часть) становится более равномерной. Аналогичная ситуация наблюдается для других покрытий.



350 °С



450 °С

Рисунок 3 – Электронно-микроскопическое изображение покрытия Zn – Al

Оптимальная температура подложки для всех композиционных покрытий оказалась равной около 400 °С. Измельчение зерновой структуры материала покрытия с увеличением температуры подложки сопровождается ростом твердости до некоторого критического среднего размера нанозерна.

Увеличение тока разряда дуги приводит к увеличению толщины покрытия, однако при возрастании тока свыше 130 А снижается совершенство структуры и резко повышается количество капельной фазы, которая является причиной снижения прочности сцепления подложки с покрытием. Нами была исследована зависимость свойств композиционных покрытий от давления азота в рабочей камере. В таблице 1 представлены результаты по микротвердости.

Таблица 1 – Зависимость микротвердости покрытия от давления газа

Остаточное давление газа в камере	Микротвердость по Виккерсу, HV			
	Al – Fe	Zn – Cu – Al	Zn – Al	Al – Fe
10^{-8}	0,662			0509
10^{-7}	0,66			0,512
10^{-6}	0,60	0,573	0,569	0,514
10^{-5}	0,61	0,600	0,520	0,470

При давлении азота $P = 0,058\text{--}0,81$ Па формируется мелкая плотная текстура, близкая к стехиометрическому составу, которая характеризуется оптимальным, с точки зрения металлических свойств, соотношением металлической и ионной составляющих связи.

Фрактальные структуры многофазных покрытий. Фрактальные размерности нами рассчитывались по АСМ-изображениям на высоте средней плоскости (рисунок 4). В таблице 2 приведены измеренные нами значения модуля Юнга для покрытий с глобулярной структурой. Из таблицы 2 видно, что модуль Юнга уменьшается с уменьшением фрактальной размерности структуры покрытия.

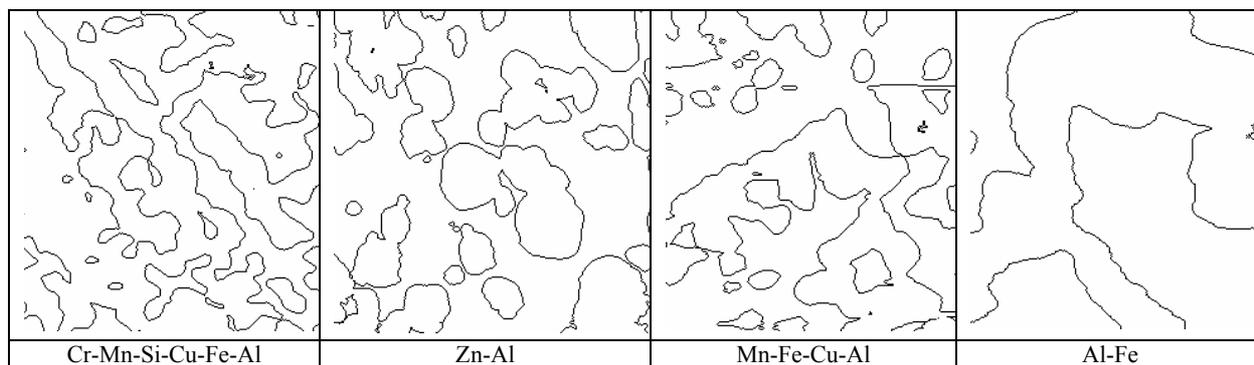


Рисунок 4 – Фрактальные структуры многофазных покрытий

Таблица 2 – Значения модуля упругости для покрытий с различной фрактальной размерностью

Композиционное покрытие	Модуль Юнга, ГПа	Фрактальная размерность структуры D_s
Cr-Mn-Si-Cu-Fe-Al	0,6	1,89
Zn-Al	0,5	1,81
Mn-Fe-Cu-Al	0,3	1,79

Роль поверхностного натяжения в формировании ионно-плазменных покрытий. Поверхностное натяжение (поверхностная энергия) играет определяющую роль в формировании структуры (рисунок 1 и 2) и физических свойствах покрытий. Экспериментальное определение поверхностного натяжения твердых тел затруднено тем, что их молекулы (атомы) лишены возможности свободно перемещаться. Нам впервые удалось разработать метод определения поверхностного натяжения осаждаемых покрытий [11], что дало возможность целенаправленно синтезировать покрытия с заданными свойствами. В таблице 3 показаны результаты эксперимента.

Таблица 3 – Зависимость поверхностного натяжения покрытия от давления газа

Остаточное давление газа в камере	Поверхностное натяжение покрытия, Дж/м ²		
	Zn – Cu – Al	Cr–Mn–Si–Cu–Fe–Al	Mn–Fe–Cu–Al
10 ⁻⁸	0,202	0,632	0,328
10 ⁻⁷	0,211	0,654	0,343
10 ⁻⁶	0,243	0,711	0,367
10 ⁻⁵	0,238	0,687	0,342

Заключение. Приведенные в настоящей работе результаты исследования процесса формирования ионно-плазменных многофазных покрытий показывают, что типы возникающих при этом структур не столь многообразны, как, например, при кристаллизации сплавов. В основном наблюдается глобулярная структура и, реже, незамкнутые диссипативные и ячеистые структуры. Однако физические свойства могут существенно отличаться в зависимости от элементного состава покрытий. В случае одновременного распыления многофазных катодов формируются высокоэнтропийные покрытия, обладающие упорядоченной структурой и повышенными механическими свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Watanabe H., Sato Y., Nie C. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2003. – Vol. 169-170. – P. 452-455.
- 2 Carvalho S., Ribeiro E., Rebouta L. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2003. – Vol. 174-175. – P. 984-991.
- 3 Flink A., Larson T., Sjolen J. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2005. – Vol. 200. – P. 1535-1542.
- 4 Li Z.G., Mori M., Miyake S. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2005. – Vol. 193. – P. 345-349.
- 5 Берлин Е., Двинин С., Сейдман Л. Вакуумная технология и оборудование для нанесения и травления тонких пленок. – М.: Техносфера, 2007. – 472 с.
- 6 Решетняк Е.Н., Стрельницкий В.Е. // Вопросы атомной науки и техники! – 2008. – № 2. – С. 119-130.
- 7 Юров В.М., Гученко С.А., Ибраев Н.Х. и др. // Вестник развития науки и образования. – 2011. – № 2. – С. 18-23.
- 8 Юров В.М., Ибраев Н.Х., Гученко С.А. // Вестник КазНУ им. аль-Фараби. Серия физ. – 2011. – № 2(37). – С. 38-44.
- 9 Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н. // Труды 8 Междунар. научной конф. «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент». – Караганда: КарГУ, 2012. – С. 288-294.
- 10 Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н. // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2012. – № 5. – С. 55-58.
- 11 Юров В.М., Гученко С.А., Ибраев Н.Х. Способ измерения поверхностного натяжения осаждаемых покрытий. – Патент РК № 66095. – Оpubл. 15.11.2010. – Бюл. № 11.

REFERENCES

- 1 Watanabe H., Sato Y., Nie C. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2003. – Vol. 169-170. – P. 452-455.
- 2 Carvalho S., Ribeiro E., Rebouta L. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2003. – V. 174-175. – P. 984-991.
- 3 Flink A., Larson T., Sjolen J. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2005. – Vol. 200. – P. 1535-1542.
- 4 Li Z.G., Mori M., Miyake S. et al. // Surf. and Coat. Technol. – 2005. – Vol. 193. – P. 345-349.
- 5 Berlin E., Dvinin S., Sejdman L. Vakuumnaja tehnologija i oborudovanie dlja nanesenija i travlenija tonkih plenok. – M.: Tehnosfera, 2007. – 472 s.
- 6 Reshetnjak E.N., Strel'nickij V.E. // Voprosy atomnoj nauki i tehnik. – 2008. – № 2. – S. 119-130.
- 7 Jurov V.M., Guchenko S.A., Ibraev N.H. i dr. // Vestnik razvitija nauki i obrazovanija. – 2011. – № 2. – S. 18-23.
- 8 Jurov V.M., Ibraev N.H., Guchenko S.A. // Vestnik KazNU im. al'-Farabi. Serija fiz. – 2011. – № 2(37). – S. 38-44.
- 9 Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavackaja O.N. // Trudy 8 Mezhdunar. nauchnoj konf. «Haos i struktury v nelinejnyh sistemah. Teorija i jeksperiment». – Karaganda: KarGU, 2012. – S. 288-294.
- 10 Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavackaja O.N. // Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamentalnyh issledovanij. – 2012. – № 5. – S. 55-58.
- 11 Jurov V.M., Guchenko S.A., Ibraev N.H. Sposob izmerenija poverhnostnogo natjazhenija osazhdaemyh pokrytij. – Patent RK № 66095. – Opubl. 15.11.2010. – Bjul. № 11.

Резюме

С. А. Гученко, В. М. Юров, В. Ч. Лауринас, О. Н. Завацкая

(Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қарағанды қ.)

КӨП ФАЗАЛЫ НАНОКРИСТАЛДЫ ЖАБУЛАР

Жұмыста көп фазалы ионды-плазмалық жабуларды қалыптастыру процесін зерттеу нәтижелеріне талдау жүргізілген. Қалыптасатын құрылымдар арасында айырмашылық шамалы екені көрсетілген. Көбінесе байқалатын құрылым ол глобулярлық құрылым, ал диссипативті және ұяшықты құрылымдар сирек байқалады. Жабулардың физикалық қасиеттері элементтік құрамына байланысты қатты өзгередіні көрсетілген. Көп жағдайда беттік керілу (беттік энергия) шамасы аддитивті шама болғандықтан, жабудың құрамындағы әрбір элемент жалпы беттік энергияға өз үлесін қосады. Егер бір мезгілде көп фазалы катодтарды қосатын болсақ, энтропиясы жоғары жабулар қалыптасады, олар құрылым бойынша реттелген және механикалық қасиеттері жоғары болып шығады.

Кілт сөздер: жабулар, үйкеліс, микроқатаңдық, микроқұрылым, наноқұрылым.

Summary

S. A. Guchenko, V. M. Yurov, V. C. Laurinas, O. N. Zavatskaja

(Karaganda state university of E. A. Buketov, Karaganda)

MULTIPHASE CRYSTAL COVERINGS

In work results of research of process of formation of ionic-plasma multiphase coverings are discussed. It is shown, that types of structures arising thus are not so diverse, as, for example, at crystallisation of alloys. Basically the globular structure and, less often, not closed and cellular structures is observed. It is shown, that physical properties can essentially differ depending on element structure of coverings. As the size of a superficial tension (superficial energy) in most cases is size additive each element which is a part of a covering, brings the contribution to the general superficial energy. In case of simultaneous dispersion of multiphase cathodes are formed of the highly entropy coverings possessing ordered structure and raised mechanical properties.

Keywords: a covering, a friction, microhardness, a microstructure, a nanostructure.

Поступила 27.03.2013г.

УДК 551.2+517.2

З. К. КУРАЛБАЕВ, А. А. ТАУРБЕКОВА

(Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы)

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАНТИЙНОГО ДИАПИРИЗМА

Аннотация

Проведен анализ геофизических и геологических данных о тектонических процессах, происходящих в периферийных слоях Земли, под воздействием локальных поднятий разогретых мантийных веществ из нижней мантии. Используется предположение о том, что возникает разность плотностей веществ, поступающих из нижней мантии, и веществ вышележащего астеносферного слоя. Здесь этот процесс рассмотрен как процесс гидродинамической неустойчивости. Для описания этого процесса использована физическая модель сильновязкой жидкости при малых числах Рейнольдса. На основании анализа имеющихся в литературе данных о мантийном и соляном диапиризме, предложена механико-математическая модель процесса поднятия мантийных веществ из-за разности плотностей между вышележащим и нижележащим слоями. В результате механико-математического моделирования процесса мантийного диапиризма получено аналитическое решение математической задачи. Сравнение полученных результатов аналитического решения показывает хорошее совпадение с данными, полученными из проведенных экспериментов и наблюдений за соляными куполами.

Ключевые слова: мантийные вещества, модель, диапиризм.

Кілт сөздер: мантиялық заттар, үлгі, диапиризм.

Keywords: m

Введение. В изучении Земли одной из важных задач является определение зависимости наблюдаемых на поверхности земной коры процессов и явлений от процессов, происходящих в глубинных недрах Земли. Эта задача важна и ее решение актуально при изучении структуры и развитии земной коры.

По данным геофизических и геологических исследований, существует слабый (астеносферный) слой, ограниченный сверху твердой литосферой и снизу также твердой мезосферой [1-8]. И здесь появляется проблема о том, как учитывать влияние нижележащих областей Земли на движения и процессы, происходящие в астеносферном и литосферном слоях, и как оно отражается на земной поверхности.

Ограниченность объема информации о физических свойствах веществ нижележащей мантии и о процессах, происходящих в ней, вынуждают сделать некоторые допущения.

В исследованиях последних лет [9-15] авторы в основном предполагают существование локальных поднятий разогретых легких веществ из нижней мантии, что является источником движений веществ астеносферы как в вертикальном направлении, так и растекания их в горизонтальных направлениях. Этот подход используется также для объяснения происхождения так называемых «горячих пятен» [13, 14]. Было замечено, что кроме срединно-океанических хребтов, островных дуг и активных континентальных окраин, интенсивный магматизм проявляется также в отдельных районах внутри плит; типичный пример этого – Гавайи [9-15]. Такие аномальные области («горячие пятна») на срединно-океанических хребтах имеются в Исландии и на Азорских островах. Согласно теории тектоники литосферных плит «горячие пятна» связаны со

струями, исходящими из горячих глубин земной мантии, видимо, при большой интенсивности потока магматических веществ и проницаемости тектоносферы.

Исходя из вышесказанного, можно предполагать, что существуют локальные поднятия и опускания подастеносферного основания. Как было отмечено выше, здесь ставится задача об определении аналитической формы этих поднятий и опусканий, т.е. требуется определить вид функции, описывающей изменение подастеносферного основания.

Итак, здесь ставится следующая проблема: как можно определить влияние активных процессов, происходящих в нижележащей мантии, на астеносферу и литосферу, на процесс образования земных структур? Одним словом, необходимо определить граничные условия астеносферы и мезосферы, т.е. на подастеносферном основании.

В литературе о Земле [1-4] рассматриваются различные гипотезы и предположения о механизмах взаимодействия астеносферного слоя с нижележащей мантией. В большинстве случаев тектоническая активность связывается с поднятием вверх сильно нагретых расплавленных мантийных веществ, и это рассматривается как основная причина многих тектонических процессов. Как отмечено выше, мантийные вещества поступают в астеносферу через ограниченные участки подастеносферного основания. В зависимости от интенсивности процессов, происходящих в нижележащей мантии, а также проницаемости тектоносферы, возможны различные варианты механизма взаимодействия астеносферы с нижележащим слоем. К таковым относятся механизм мантийного диапиризма, адвекции, появления плюма и другие.

В связи с этим для решения поставленной здесь проблемы можно рассматривать различные граничные условия на подастеносферном основании, вытекающие из допущений и предположений о механизмах рассматриваемых процессов.

Один из механизмов подъема мантийных веществ и проникновения их в астеносферу предполагает, что мантийные вещества накапливаются в нижней части астеносферы, растекаясь в горизонтальных направлениях, вследствие чего появляется новый слой сильновязкой жидкости. В этом случае движения в астеносферном слое необходимо моделировать как движения двухслойной жидкости, когда плотность нижележащего слоя меньше, чем плотность вышележащего слоя. Очевидно, возникает задача о гидродинамической неустойчивости в двухслойной сильновязкой жидкости. Здесь возможны, в свою очередь, следующие варианты: когда продолжается поступление новых мантийных веществ из нижележащего слоя и когда прекращается такая «подпитка».

В случае, когда объем накопленной массы мантийного вещества значителен или продолжается «подпитка» новыми поступлениями этого вещества из нижней мантии, происходит подъем веществ нижнего слоя вверх и опускание более тяжелых веществ верхнего слоя. В результате этого процесса вершина границы между этими слоями может достичь верхнюю границу астеносферы, т.е. подошву литосферы, вследствие чего могут возникнуть в теле литосферы крупные разломы, рифтовые зоны, сопровождаемые такими явлениями, как вулканизм, магматизм, сейсмическая активность и другие.

Возможен вариант, когда интенсивность этих процессов является недостаточной или проницаемость тектоносферы поднимающимися мантийными веществами будет незначительной, то на каком-то уровне может произойти остановка поднятия границы между слоями. Происходит неполная конвекция. Такое явление в геотектонике получило название «адвекция». При таком механизме также возможны различные процессы, оказывающие влияние на движения в астеносфере и литосфере.

В случае, когда в астеносферу попадает ограниченный объем мантийных веществ и прекращается процесс поступления их, то может быть появление т.н. плюма. Плюм представляет собой отдельную сплошную массу мантийных веществ, ограниченную со всех сторон астеносферными веществами. Из-за разности плотностей плюма и окружающей среды это тело двигается вверх, создавая определенные условия появлению различных процессов. Плюм обнаруживается геофизическими методами как в тектонически активных областях, так и под относительно стабильными континентальными плитами. Изучение плюма стало актуальным в связи с исследованием таких тектонически активных областей, как рифтовые зоны, в частности, Байкальской рифтовой зоны (Н. Л. Добрецов, А. Г. Кирдяшкин, А. А. Кирдяшкин, С. А. Тычков и другие).

Описанные выше механизмы проникновения мантийных веществ в астеносферу возможны в тех случаях, когда они не перемешиваются с веществами астеносферы.

Если мантийные вещества, поступающие в астеносферу из нижней мантии, перемешиваются с веществами астеносферы, то процесс будет иметь совершенно иной вид. Тогда задача об астеносферных движениях будет поставлена по-другому. В этом случае будут рассматриваться движения в вязком слое, когда в какой-либо локальной области на нижней его границе задана скорость поднятия или опускания (или расход жидкости). И здесь возможны различные варианты: либо этот процесс непрерывный, когда за длительное геологическое время происходит «обмен веществами» между астеносферой и нижележащей мантией (конвективный механизм), либо этот процесс связан с кратковременным «выбросом» мантийных веществ в астеносферу («пульсационный» механизм).

В отличие от традиционных представлений конвективных движений в мантии (McKenzie D.P., Roberts J.M., Weiss N.O., Nakada Masao, Григорьев А.С., Толкунова Т.Л. и др.) Ержанов Ж.С. предлагал рассматривать модель, в которой предполагается существование под астеносферой «стоков» и «источников» мантийных веществ. Такой механизм течений мантийных веществ мог бы дать возможность описанию таких интересных явлений, как раздвижения (спрединг) и субдукция литосферных плит. Интерес к этой проблеме связан в связи с всевозрастающим проявлением интересов к исследованиям океанических окраин (Ю. М. Пушаровский, Е. Н. Меланхолина, А. В. Пейве, С. В. Руженцев и др.) и срединно-океанических хребтов. Решение таких задач было бы полезным и для описания тектоники литосферных плит, что дало бы возможность оценить многие утверждения гипотезы о дрейфе континентов.

Сделан краткий обзор возможных механизмов тектонических движений под действием эндогенных процессов, предполагаемых в различных геологических гипотезах. Это показало широту спектра задач, возникающих при решении поставленной здесь проблемы, особенно задач механики сплошных сред.

В дальнейшем в данной работе будут рассмотрены вопросы о формулировке граничных условий задач о взаимодействии астеносферы с нижележащей мантией для некоторых вариантов, описанных выше механизмов.

1. ФИЗИЧЕСКАЯ СУЩНОСТЬ МЕХАНИЗМА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Теперь возникает вопрос: как происходит процесс взаимного проникновения веществ жидких слоев с большими динамическими коэффициентами вязкости и когда плотность нижнего слоя меньше, чем плотность верхнего слоя? Здесь приведено описание процесса, происходящего на границе таких двух слоев сильновязкой жидкости.

Пусть рассматривается декартова система координат xOz (рисунок) и в некоторый начальный момент времени $t = 0$ в окрестности некоторой точки (для определенности при $x = 0$) на границе между слоями жидкости произошло нарушение равновесного состояния. Это означает, что функция $\xi(x,t)$, которая описывает эту границу, получает приращение в окрестности точки $x = 0$, т.е. при $\Delta x > 0$ изменение функции $\Delta \xi = \xi(\Delta x, t) - \xi(0, t)$.

Тогда создается перепад давления в нижнем слое $\Delta p = p_1(\Delta x, t) - p_1(0, t)$.

Из-за малости толщин слоев жидкости считалось, что безразмерное давление в нижнем слое определяется формулой [19]:

$$p_1 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1} \cdot \xi_1 - z + \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \xi_2,$$

где $\xi_1 = \xi_1(x, t)$, а ξ_2 считается пока постоянной величиной. В этом случае перепад давления равен $\Delta p = (\rho_1 - \rho_2) \cdot [\xi_1(\Delta x, t) - \xi_1(0, t)]$.

Если считать, что при $x = 0$ функция $\xi(x, t)$ достигает своего максимума, то при положительном значении приращения аргумента ($\Delta x > 0$) приращение функции равно $\Delta \xi_1 = \xi_1(\Delta x, t) - \xi_1(0, t)$.

Отсюда следует, что при $\rho_1 > \rho_2$ перепад давления $\Delta p < 0$ для области $x > 0$. Из-за такого отрицательного перепада давления возникает движение в нижнем слое жидкости, горизонтальная скорость которой направлена от центра поднятия границы ($x = 0$) в сторону ее опущенных областей, т.е. происходит перетекание жидкости для восстановления равновесного состояния. Этот процесс изучен достаточно хорошо, и механизм его считается во многом понятным. Результаты

решения подобной задачи использованы для описания поднятия земной коры после дегляциации, в частности, послеледникового поднятия Фенноскандии [5].

Пусть теперь $\rho_1 < \rho_2$, тогда для области $x > 0$ перепад давления $\Delta p > 0$. Это означает, что из-за положительного значения перепада давления возникает движение в обратном направлении, т.е. вещества нижнего слоя из близлежащих областей двигаются к центру поднятия границы ($x = 0$), а вещества верхнего слоя, находящиеся над областью поднятия границы между слоями, перемещаются в области ее опускания.

В достаточно удаленных от центра поднятия точках перепад давления практически равен нулю, следовательно, там и горизонтальная скорость жидкости должна быть пренебрежимо малой. Поэтому поднимающиеся вещества нижнего слоя компенсируются за счет веществ, близлежащих к центру поднятия областей и там происходит опускание границы $z = \xi_1(x, t)$; эти области будут заполнены веществами верхнего слоя. Этот процесс, в свою очередь, увеличивает перепад давления, ускоряющий подъем веществ в точках окрестности центра поднятия.

Опускание более плотных веществ верхнего слоя в центре рассматриваемой области противодействует перетеканию веществ из удаленных от центра областей. Это обеспечивает локальность поднятия веществ нижнего слоя. Увеличивающийся перепад давления может вызывать при благоприятных условиях появление новых локальных поднятий веществ нижнего слоя в областях, расположенных в достаточно большом расстоянии от рассматриваемого локального поднятия границы между слоями.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГРАНИЦЫ МЕЖДУ ВЯЗКИМИ СЛОЯМИ

Вышесказанное показывает физическую сущность изучаемого процесса, происходящего на границе двух слоев с разными плотностями. Для количественного анализа этого процесса необходимо попытаться получить закон изменения этой границы в виде аналитической формулы. Для этого должны быть поставлены и решены математические задачи, полученные в результате механико-математического моделирования рассматриваемого здесь процесса.

Очевидно, что математические задачи, которые будут здесь поставлены и решены, связаны с дифференциальными уравнениями в частных производных. Для поиска частных решений этих уравнений, а также для анализа полученных при этом результатов, должны быть заданы начальные и граничные условия. В отличие от обычных задач уравнений математической физики здесь имеются некоторые особенности в постановке этих задач, а также в формулировке условий их решения.

Как было отмечено ранее, процесс поднятия веществ нижнего слоя и опускания веществ верхнего слоя сильновязкой жидкости является очень медленным и продолжительным. Поэтому здесь могут быть рассмотрены задачи «без начальных условий» [20]. Предполагается, что при $t \rightarrow -\infty$ граница между слоями жидкости находилась в первоначальном равновесном состоянии и началось медленное поднятие некоторого малого участка этой границы из-за нарушения равновесного состояния. Тогда задача должна быть рассмотрена в промежутке времени $-\infty < t < t_1$, где t_1 – момент времени, соответствующий достижению вершины границы до верхней границы верхнего слоя жидкости. После этого момента происходит «разрыв» верхнего слоя и нарушение условия неразрывности, которое предполагалось в постановке задачи.

Здесь целесообразно обратиться к физической сущности рассматриваемой задачи. В данной задаче движение самой жидкости и изменение границы между ее слоями будут свободными. Влияние всех факторов, кроме сил тяжести и вязкости, пренебрегается. Движения происходят из-за разности плотностей слоев. Тогда можно считать справедливым следующее утверждение: при свободном движении тяжелой несжимаемой сильновязкой жидкости в поле сил тяжести, под воздействием разности плотностей ее слоев изменение их границы в любой точке приведет к соответствующим изменениям в других ее точках.

Из этого утверждения следует, что при решении задачи об изменении границы между слоями жидкости достаточно рассматривать ее положение только в одной характерной точке. Это означает, что можно зафиксировать (измерить) значения высоты поднятия вершины (при $x = 0$) локаль-

ного поднятия для любых моментов времени. Например, для $t = 0$ (начало отсчета времени) или для $t = 1$ (конец рассматриваемого промежутка времени). Заметим, что выбор моментов времени является условным.

Такой подход полезен и для практики. В большинстве случаев при исследовании процессов, происходивших в земной коре, определяются данные за последние периоды или положения на настоящий момент времени. Затем ставится задача об определении их в ранние геологические периоды времени. Этот подход будет использован в дальнейшем, при решении частных задач.

Теперь необходимо рассматривать вопрос о граничных условиях. Как уже предполагалось, рассматривается отдельное локальное поднятие границы между слоями жидкости. Из-за изотропности рассматриваемых слоев положение границы считается симметричным относительно вертикальной оси z . Это позволяет ограничиваться рассмотрением полубесконечной области $0 \leq x < \infty$, считая центром поднятия точку при $X = 0$. Тогда функция $\xi(x, t)$, определяющая рассматриваемую границу, удовлетворяет условию $\xi(-x, t) = \xi(x, t)$.

Так как в точке $x = 0$ функция $\xi(x, t)$ достигает своего максимума, поэтому можно использовать здесь следующее граничное условие:

$$\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} = 0.$$

На правой границе промежутка $[0, \infty]$ задано условие равенства нулю искомой функции $\xi(\infty, t) = 0$.

Следует заметить, что для аналитического решения данной задачи условие в бесконечной точке не вызывает никаких проблем. Однако численное решение задачи с таким граничным условием вызывает определенную трудность. Во многих случаях условие в бесконечности заменяется условием в конечной точке $x = x_N$, для которой и для значений $x > x_N$ искомая функция имеет достаточно малые значения или производная функции будет считаться равной нулю.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРХНЕЙ КУПОЛООБРАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ВОСХОДЯЩЕГО МАНТИЙНОГО ПОТОКА

Пусть считается, что в нижней части астеносферного слоя в локальной области появился некоторый слой менее плотных мантийных веществ. Вещества обоих слоев не перемешиваются. Здесь возникает задача об определении границы между этими слоями, когда плотность веществ нижнего слоя меньше, чем плотность верхнего слоя. Следует обратить внимание на тот факт, что эта граница является подвижной.

Задачу, поставленную в предыдущем пункте, об определении аналитической функции, описывающей изменение подастеносферного основания, можно решить двумя способами. В одном случае нужно ставить задачу о гидродинамической неустойчивости, когда слой нижележащей жидкости имеет меньшую плотность, чем плотность вышележащего слоя жидкости. Другим способом определения искомой функции может быть аппроксимация имеющихся данных экспериментов и наблюдений за подобными явлениями.

Вначале рассматривается второй способ определения общего вида искомой функции на основе анализа данных о таком известном явлении, как процесс поднятия соляных толщ и образования соляных куполов. В геологии этот процесс называется соляным диапиризмом [17, 18]. Проблеме изучения соляных толщ посвящено достаточно большое количество исследований и актуальность ее не вызывает сомнения. Она связана прежде всего с разведкой и добычей нефти и газа. В данной статье непосредственно эти вопросы не рассматриваются. Однако используются результаты исследования этих процессов, выполненные различными исследователями тектоники соляных толщ и опубликованные в печати. Причиной этому является аналогия между процессом соляного диапиризма и мантийного диапиризма, предполагаемого как одна из причин тектонических движений в системе «литосфера – астеносфера».

Согласно распространенному среди геологов мнению о появлении соляных куполов [17], механизм поднятия соли, плотность которой меньше, чем плотность горных пород, окружающих ее, аналогичен мантийному диапиризму, когда расплавленные легкие мантийные вещества поднимаются вверх. Имеются экспериментальные исследования, в частности, Рамберга [18], где

показана форма границы поднимающихся веществ. А Ховард [17] с помощью моделирования на ЭВМ результатов наблюдений за поднятием соляных толщ получил графический вид этой границы (рисунок).

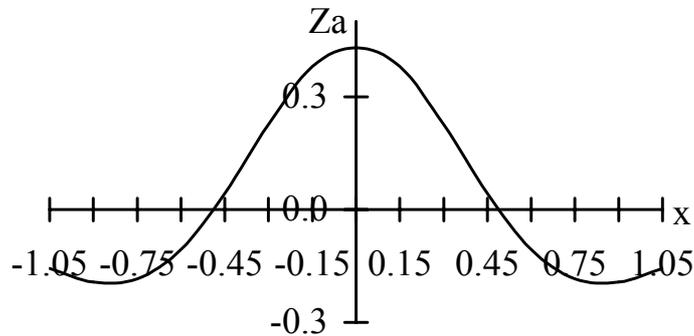


График функции $Z_a(x,t)$ при $n=1$

Сравнение результатов, полученных Ховардом [17] и Рамбергом [18], показывает, что график функции, приведенный на рисунке, достаточно хорошо согласуется с результатами экспериментов, проведенных Рамбергом. Однако этот график показывает только общую графическую форму границы. По нему нельзя определить аналитическую формулу для ее описания и динамику процесса, т.е. изменение искомой функции по времени t .

Несмотря на это, можно принять этот график функции, как аппроксимирующую кривую экспериментальных данных Рамберга и наблюдений за поднятием соляных куполов. Следует отметить, что Ховардом были отмечены ряд свойств функции, которые могут быть использованы при построении аналитической формулы этого графика.

Пусть искомая функция обозначена $z = Z_a(x,t)$. Время t пока будет рассматриваться как параметр, а зависимость искомой функции $z = Z_a(x,t)$ от этого параметра будет пока неизвестной. Потому что по графическим данным Ховарда и Рамберга нельзя установить такую зависимость от времени t .

Необходимо отметить, что рассматривается некоторое отдельное (локальное) поднятие веществ нижележащего слоя. Из-за сильной вязкости данного слоя предполагается, что другое поднятие удалено от первого на достаточно большое расстояние.

Здесь возникает задача об определении аналитической формулы, описывающей границу между поднимающейся жидкостью и окружающей ее средой, приведенной на рисунке 1, где z – вертикальная, x – горизонтальная ось, t – время.

Исходя из анализа, проведенного Ховардом [17] и Рамбергом [18], вначале необходимо сформулировать те условия, которым должна удовлетворить искомая функция $z = Z_a(x,t)$, т.е. сформулировать основные ее свойства. Они таковы:

1) функция $z = Z_a(x,t)$ должна иметь некоторую точку локального максимума (минимума). Это означает, что вещества нижнего слоя поднимаются вверх по некоторым, сравнительно небольшим размерам, «каналам». Не ограничивая общность можно допустить, что локальный максимум (минимум) достигается в точке $x=0$, и ее можно называть центром поднятия (опускания);

2) функция $z = Z_a(x,t)$ должна быть определена и непрерывна везде, $x \in (-\infty, +\infty)$;

3) функция $Z_a(x,t)$ является четной и симметричной относительно ординат z , т.е. выполняется условие $Z_a(-x,t) = Z_a(x,t)$.

4) в точках, достаточно удаленных от центра поднятия ($x=0$), функция имеет очень $Z_a(x,t)$ малые значения, т.е. при $x \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow -\infty$ предел $\lim Z_a(x,t) = 0$;

5) из условия сохранения массы (объема) веществ следует условие равенства нулю следующих интегралов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Z_a(x,t) dx = \int_0^{+\infty} Z_a(x,t) dx = \int_{-\infty}^0 Z_a(x,t) dx = 0;$$

б) площади областей поднятия и опускания равны, т.е.

$$\left| \int_{-x_0}^{+x_0} Z_a(x,t) dx \right| = 2 \cdot \left| \int_0^{+\infty} Z_a(x,t) dx \right|,$$

где $x = \pm x_0$ – точки пересечения графика функций с осью абсцисс, т.е.

$$Z_a(\pm x_0, t) = 0.$$

Все вышеназванные свойства функции относятся к кинематике рассматриваемой задачи о медленном поднятии легких веществ – вверх, а тяжелых – вниз.

Общий вид искомой функции $Z_a(x,t)$, удовлетворяющий всем вышеперечисленным условиям, может быть записан в следующем виде:

$$Z_a(x,t) = \psi(t) \cdot \exp(-\varphi(t) \cdot x^2) \cdot [1 - b(t) \cdot x^{2n}], \quad (1)$$

где $\psi(t)$, $\varphi(t)$, $b(t)$ – неизвестные пока функции времени t , а n – целое число ($n = 1, 2, 3, \dots$); причем $\varphi(t) > 0$. Функция (1) справедлива для локального поднятия. Если рассматривается локальное опускание, то знак перед ней будет отрицательным.

Из условия равенства нулю интегралов (условия 5) можно получить взаимозависимость между функциями $\varphi(t)$, $b(t)$ и параметром n :

$$b(t) = \frac{[2 \varphi(t)]^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)} \quad (2)$$

Тогда формула (1) может иметь другой вид:

$$Z_a(x,t) = \psi(t) \cdot \exp[-\varphi(t) \cdot x^2] \cdot \left\{ 1 - \frac{[2 \cdot \varphi(t) \cdot x^2]^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)} \right\} \quad (3)$$

и искомая функция будет зависеть от двух неизвестных функций $\psi(t)$, $\varphi(t)$, а также от параметра n .

Функция $\psi(t)$ определяет закон движения центра поднятия (при $x = 0$) и амплитуду поднятия вершины ее графика. Если рассматривается поднятие, то $\psi(t) > 0$ и, наоборот, если опускание, то $\psi(t) < 0$.

Из формулы (1) следует, что нулевое значение функции $Z_a(x,t)$ достигается в двух симметрично расположенных относительно ординаты точках $-x_0$ и $+x_0$:

$$x_0 = \frac{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)]^n}{\sqrt{2 \cdot \varphi(t)}} \quad (4)$$

Отсюда видно, что точки $x = \pm x_0$ являются «подвижными», т.е. они зависят от значения функции $\varphi(t)$. Чем меньше значение $\varphi(t)$, тем больше значение x_0 и, наоборот. Это означает, что функция $\varphi(t)$ характеризует «ширину» графика функции $Z_a(x,t)$ в горизонтальном направлении.

Вышесказанное означает, что между функциями $\psi(t)$ и $\varphi(t)$ существует определенная связь, которая должна быть определена из динамических условий задачи о гидродинамической неустойчивости сильновязких жидкостей, когда нижний слой имеет меньшую плотность, чем плотность вышележащего слоя.

4 НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $Z_a(x,t)$ ДЛЯ СЛУЧАЯ $n = 1$

Пусть параметр $n = 1$. В этом случае первая функция $Z_a(x,t)$ из семейства (3) будет иметь следующий вид

$$Z_a(x,t) = \psi(t) \cdot \exp[-\varphi(t) \cdot x^2] \cdot [1 - 2 \cdot \varphi(t) \cdot x^2]. \quad (5)$$

Первая частная производная этой функции по времени t будет определена в виде:

$$\frac{\partial Z_a}{\partial t} = \exp[-\varphi(t) \cdot x^2] \cdot \{ [\psi'(t) - \psi(t) \cdot \varphi'(t) \cdot x^2] \cdot [1 - 2 \cdot \varphi(t) \cdot x^2] - 2 \cdot \psi(t) \cdot \varphi'(t) \cdot x^2 \} \quad (6)$$

Теперь необходимо найти ее первую и вторую производные по x :

$$\frac{\partial Z_a}{\partial x} = 2 \cdot \psi(t) \cdot \varphi(t) \cdot \exp[-\varphi(t) \cdot x^2] \cdot [2 \cdot \varphi(t) \cdot x^2 - 3 \cdot x];$$

$$\frac{\partial^2 Z_a}{\partial x^2} = 2 \cdot \psi(t) \cdot \varphi(t) \cdot \exp[-\varphi(t) \cdot x^2] \cdot [-4 \cdot \varphi^2(t) \cdot x^4 + \varphi(t) \cdot x^2 - 3]. \quad (7)$$

Можно показать, что данная функция $Z_a(x,t)$ удовлетворяет перечисленным ниже свойствам.

Свойство 1. В точке $x_1 = 0$ достигается максимум функции $Z_a(x,t)$. Здесь ее максимальное значение равно

$$\max Z_a(0,t) = \psi(t).$$

Действительно, условия максимума в этой точке выполняются. На самом деле, в этой точке первая ее производная по x равна нулю (необходимое условие), а вторая производная имеет отрицательное значение, если $\psi(t) > 0$ (достаточное условие).

Свойство 2. Аналогично можно показать, что в точках $x_{2,3} = \pm \sqrt{1,5 \cdot \varphi(t)}$ достигается минимум функции $\min Z_a(x,t) = 0,431 \cdot \psi(t)$.

Свойство 3. Функция $Z_a(x,t)$ имеет нулевое значение в двух точках:

$$x_{4,5} = \pm \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \varphi(t)}} \approx \pm \frac{0,71}{\sqrt{\varphi(t)}}.$$

Свойство 4. Функция $Z_a(x,t)$ имеет четыре точки перегиба:

$$x_{6,7} = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{6}}{2 \cdot \varphi(t)}} \approx \pm \frac{1,65}{\sqrt{\varphi(t)}}; \quad x_{8,9} = \pm \sqrt{\frac{3 - \sqrt{6}}{2 \cdot \varphi(t)}} \approx \pm \frac{0,5246}{\sqrt{\varphi(t)}}.$$

Итак, график функции характеризуется девятью точками. Координаты этих точек зависят от времени t и значения их изменяются одновременно с течением времени (рисунок).

5 АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

На основе анализа результатов исследований Рамберга [17] и Ховарда [18] был получен вид функции $Z_a(x,t)$, которая достаточно близко описывает границу между поднимающимися (легкими) веществами и более тяжелыми вышележащими веществами. Однако результаты этих исследований не могут учитывать динамику процесса, поэтому переменная t в функции $Z_a(x,t)$ играла роль некоторого параметра. При этом зависимость данной функции от времени в явном виде не определена. Вследствие этого функция $Z_a(x,t)$ определена в зависимости от неизвестных функций $\varphi(t)$ и $\psi(t)$. Эти функции могут определить динамику рассматриваемого процесса, однако из имеющейся в литературе информации нельзя судить о характере этих функций. Для определения неизвестных функций $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ требуется поставить и решить задачу о гидродинамической устойчивости в двухслойной сильновязкой жидкости, когда плотность нижнего слоя меньше плотность верхнего слоя.

Пусть рассматривается два слоя сильновязкой жидкости, для которой числа Рейнольдса будут малы. Предполагается, что плотность нижнего слоя ρ_1 меньше, чем плотность верхнего слоя ρ_2 . Верхняя поверхность верхнего слоя считается свободной, а дно (основание) нижнего слоя неподвижной поверхностью. На граничной между слоями поверхности выполняются условия непрерывности и равенства скорости движения.

Для этих слоев предполагается допущение «мелкой воды», когда амплитуды локальных поднятий и опусканий границ слоев соизмеримы со средними их толщинами (вертикальными размерами) и они малы в сравнении с горизонтальными размерами. Любое нарушение равновесного состояния на границе между слоями является причиной движения в слоях. Движение в этих слоях происходит под действием разности плотностей слоев. В работе [22] была получена система дифференциальных уравнений для определения граничных поверхностей: $z = \xi_1(x,t)$ – граница между слоями; $z = \xi_2(x,t)$ – свободная поверхность верхнего слоя. Она представляет собой систему двух частных дифференциальных уравнений второго порядка параболического типа:

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial t} = -a_1^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x^2} + a_3^2 \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial t} = -\frac{a_1^2}{2} \cdot (3h_2 - h_1) \cdot \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x} + a_2^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2}. \quad (8)$$

Здесь введены следующие обозначения постоянных величин:

$$a_1^2 = \frac{ER}{3} \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \cdot h_1^3,$$

$$a_2^2 = \frac{ER}{3} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot [h_2^3 + (h_2 - h_1)^3 \cdot (\frac{\eta_1}{\eta_2} - 1)],$$

$$a_3^2 = \frac{ER}{6} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot (3h_2 - h_1) \cdot h_1^2.$$

В этой формуле h_1 – безразмерная первоначальная мощность (толщина) нижнего слоя; $h_2 - h_1$ – толщина верхнего слоя; η_1, η_2 – соответственно динамические коэффициенты вязкости нижнего и верхнего слоев; $ER = \frac{\rho_1 g H^3}{\eta_1 U L}$ – безразмерный параметр (число Ержанова); U, H, L – принятые характерные величины: соответственно скорость, толщина и горизонтальный размер; g – ускорение силы тяжести.

В этой же работе предложено аналитическое решение данной системы уравнений, которое имеет следующий вид:

$$\xi_1(x, t) = \frac{A}{\sqrt{(B^2 - 4 \cdot a^2 \cdot t)^3}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{B^2 - 4 \cdot a^2 \cdot t}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x^2}{B^2 - 4 \cdot a^2 \cdot t}\right). \quad (9)$$

В данной формуле a^2 – постоянный параметр, зависящий от свойств рассматриваемых слоев сильновязкой жидкости. Он определен с помощью следующей формулы [22]:

$$a^2 = \frac{a_1^2 - a_2^2 + \sqrt{(a_1^2 + a_2^2)^2 - 2a_1^2 a_3^2 (3h_2 - h_1)}}{2}, \quad (10)$$

Данное решение записано в общем виде; оно зависит от неизвестных постоянных интегрирования A и B . Нетрудно убедиться в том, что функция (9) удовлетворяет всем свойствам функции $Z_a(x, t)$, приведенным в предыдущем пункте. Поэтому с точностью до постоянной величины может быть написано следующее равенство: $Z_a(x, t) = \xi_1(x, t)$.

Выполнение этого равенства позволяет определить функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$:

$$\varphi(t) = \frac{1}{B^2 - 4 \cdot a^2 \cdot t}, \quad \psi(t) = \frac{A}{\sqrt{(B^2 - 4 \cdot a^2 \cdot t)^3}}. \quad (11)$$

Итак, получено решение задачи об определении вида функции, описывающей поднятие легких мантийных веществ под действием разности плотностей, возникающей из-за большой температуры в нижней мантии.

Из анализа полученного решения задачи вытекают следующие выводы:

1. При увеличении относительной разности плотностей рассматриваемых слоев $\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1}$ поднимающиеся вверх вещества нижнего слоя будут активно влиять на движение верхнего слоя и способствует поднятию свободной поверхности верхнего слоя. В зависимости от значений этой величины амплитуда поднятия свободной поверхности составляет примерно от 3 до 10% амплитуды граничной между слоями поверхности.

2. При увеличении отношения динамического коэффициента вязкости нижнего слоя к динамическому коэффициенту верхнего слоя $\frac{\eta_1}{\eta_2}$ (при малой вязкости верхнего слоя) вещества верхнего слоя успевают растекаться в горизонтальном направлении и свободная поверхность этого слоя изменится незначительно.

3. Полученная функция $Z_a(x,t) = \xi_1(x,t)$ определяет закономерность локальных поднятий подастеносферной границы как следствие подъема мантийных веществ из глубинных недр Земли в «начальный период» мантийного диапиризма.

Выводы:

В данной работе осуществлено решение проблемы, связанной с определением процесса изменения верхней границы восходящего мантийного потока под воздействием разницы плотностей, приведшей к гидродинамической неустойчивости в астеносферном слое Земли. Из анализа информации, имеющейся в геологической и геофизической литературе [1-18], определены основные свойства функции $Z_a(x,t)$, описывающей рассматриваемый процесс. Аналитическое решение математической задачи, полученной при механико-математическом моделировании, позволило получить функцию, свойства которой полностью соответствуют физической сущности рассматриваемого процесса гидродинамической неустойчивости в двухслойной сильновязкой жидкости. Функция $Z_a(x,t)$, полученная в результате аналитического решения данной задачи, достаточно хорошо согласуется с результатами, опубликованными в работах [17, 18].

Практическая ценность полученной здесь функции заключается в том, что она достаточно хорошо описывает кинематику процесса появления и эволюции соляных куполов или мантийного диапиризма. Использование такой функции может быть полезным при изучении динамики подобных процессов. Функция может быть использована для описания как отдельного локального купола, так и для описания восходящего мантийного потока под рифтами или срединно-океаническими хребтами. Возможность определения данной функции по некоторым характерным точкам облегчает измерение современных движений земной коры в областях поднятия или опускания земной поверхности. Предложенная функция будет полезной для аппроксимации результатов наблюдений или экспериментальных данных при исследовании явления гидродинамической неустойчивости. Она может быть также использована для объяснения механизма поднятия соляных куполов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Хаин В.Е. Основные проблемы современной геологии. – М.: Научный мир, 2003. – 348 с.
- 2 Белоусов В.В. Тектоносфера Земли: взаимодействие верхней мантии и коры. – М.: Недра, 1991. – 428 с.
- 3 Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Глубинная геодинамика. – Новосибирск, 2001. – 409 с.
- 4 Ержанов Ж.С. Теория ползучести горных пород и ее приложения. – Алма-Ата: Наука, 1964. – 200 с.
- 5 Кропоткин П.Н. Тектонические напряжения в земной коре // Геотектоника. – 1996. – № 2. – С. 9-42.
- 6 Пуцаровский Ю.М., Меланхолина Е.Н. Тектоническое развитие Земли. Тихий океан и его обрамление. – М.: Наука, 1992. – 263 с.
- 7 Тычков С.А., Василевский А.Н., Рычкова Е.В. Эволюция плюма под континентальной литосферой с резкими вариациями толщины // Геология и геофизика. – 1999. – Т. 40, № 8. – С. 1182-1196.
- 8 Харбух Дж., Бонэм-Картер Г. Моделирование на ЭВМ в геологии. – М.: Мир, 1974. – 319 с.
- 9 Рамберг Х. Сила тяжести и деформации в земной коре. – М.: Недра, 1985. – 399 с.
- 10 Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1972. – 416 с.
- 11 Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
- 12 Ладыженская С.А., Солонникова В.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.
- 13 Куралбаев З.К. Модельное исследование влияния локального поднятия мантийных веществ на тектоносферу // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2005. – № 1(19). – С. 37-49.
- 14 Куралбаев З.К. Проблемы механико-математического моделирования тектонических процессов в периферийных слоях Земли // Механика и машиноведение. – 2007. – № 1. – С. 67-72.

REFERENCES

- 1 Walcott R.J. Flexural rigidity, thickness and viscosity of the lithosphere // Journal of Geophysical Research. – 1970b. – Vol. 75. – P. 3941-3954.
- 2 Ranalli G. Viscosity of the asthenosphere // Nature (Gr. Br.). – 1993. – Vol. 361, N 6409. – P. 211.
- 3 Bills Bruce G., Gurrey Donald R., Marshall Grant A. Viscosity estimates for the crust and upper mantle from patterns of lacustine shoreline deformation in the Eastern Great Basin // Journal of Geophysical Research, B. – 1994, 99. – Vol. 11. – P. 46-58.
- 4 De Bremacher J-C. Is the oceanic lithosphere elastic or viscous // Journal of Geophysical Research. – 1977. – Vol. 82, N 14. – P. 234-245.
- 5 Harper J.F. Asthenosphere flow and plate motion // Geophysical Roy. Astron. Soc. – 1978. – Vol. 5, N 1. – P. 123-134.

6 Manglik A., Gliko A.O., Singh R.N. Movement of the lithosphere-asthenosphere interface in response to erosion of thickened continental lithosphere: a moving boundary approach // *Geophysical Journal Int.* – 1995. – Vol. 122. – P. 479-488.

7 Lopez David E. Mantle plumes // *Tectonophysics.* – 1991. – Vol. 187, N 4. – P. 373-384.

8 Nakado Masao, Takeda Yoshitaka. Roles of mantle diapir and ductile lower crust on island-arc tectonics // *Tectonophysics* – 1995. – Vol. 246. – P. 1-3.

9 Nalpas T., Brem J.P. Salt flowered diapirism related to extension at crystal scale // *Tectonophysics.* – 1993. – Vol. 228. – P.3-4.

Резюме

З. К. Құралбаев, А. А. Тәуірбекова

(Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ.)

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАНТИЙНОГО ДИАПИРИЗМА

Төменгі мантиядан жергілікті көтерілімдер жерімен қыздырылған мантиялық заттардың Жердің сыртқы қабатында жүріп жатқан геофизикалық және геологиялық мәліметтерінің тектоникалық үдерістері туралы талдау жасалған. Төменгі мантиялар мен астеносфералық қабаттың жоғары жағында орналасқан заттардың тығыздығының әртүрлі екені туралы болжамдар пайдаланылған. Бұл жерде осы үдеріс геодинамикалық тұрақсыз үдеріс ретінде қарастырылған. Бұл үдерісті сипаттау үшін Рейнольдстың саны аз тұтқырлығы жоғары сұйықтықтың физикалық үлгісі пайдаланылған. Мантиялық және тұзды диапиризм туралы әдебиеттерде келтірілген мәліметтерді негізге ала отырып жоғары және төмен орналасқан тығыздығы әртүрлі қабаттардың ортасынан мантиялық заттардың көтерілу үдерісінің механикалық-математикалық үлгісі ұсынылған. Мантиялық диапиризм үдерісін механикалық-математикалық үлгілеу нәтижесінде математикалық есептің талданған шешімі алынды. Талданған шешімнен алынған нәтижелерді салыстыру тұзды күмбездерде жүргізілген тәжірибелер мен бақылауларға өте сәтке келетінін көрсетті.

Кілт сөздер: мантиялық заттар, үлгі, диапиризм.

Summary

Z. K. Kuralbayev, A. A. Taurbekova

(Almaty University of Power Engineering & Telecommunications)

MECHANICAL-MATHEMATICAL MODELING OF MANTLE DIAPIRISM

The analysis of geophysical and geological data on the tectonic processes occurring in the peripheral layers of the Earth, under the influence of local elevations of heated mantle material from the lower mantle. The assumption was that there is a difference in density of substances originating from the lower mantle and the overlying asthenosphere layer materials. Here, this process is considered as the process of hydrodynamic instability. For a description of the process used by the physical model high-viscosity liquids at low Reynolds numbers. Based on the analysis of published data on the mantle and salt diapirism, offered Mechanics and mathematical model of mantle uplift substances because the density difference between the overlying and underlying layers. As a result, mechanical-mathematical modeling of mantle diapirism to obtain an analytic solution of a mathematical problem. Comparison of the analytical solution results shows good agreement with the data obtained from the experiments and observations of the salt domes.

Keywords: mantle material, model, diapirism.

Поступила 3.04.2013г.

А. А. КОПЖАСАРОВА, А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент)

«СПЕКТРАЛЬНОЕ» РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ С НЕУСИЛЕННО РЕГУЛЯРНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Аннотация

В настоящей работе получены спектральные разложения решений задачи Штурма–Лиувилля с не усиленно регулярными краевыми условиями.

Ключевые слова: неусиленно регулярные краевые условия, оператор Штурма–Лиувилля.

Клт сздер: шарттары онша колайлы емес жағдайлар, Штурм–Лиувилль операторы.

Keywords: not strongly regular regional conditions, the operator of Sturm-Liouville.

1. Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ краевую задачу Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x); x \in (0,1), \quad (1)$$

$$U_i(y) = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2), \quad (2)$$

с двумя линейно независимыми граничными условиями.

Известно, что если краевые условия (2) являются усиленно регулярными [1], то система собственных и присоединенных функций задачи (1)-(2) будет образовать базис Рисса. Если краевые условия (2) неусиленно регулярны, то, вообще говоря, собственные и присоединенные функций задачи (1)-(2) не образуют базиса Рисса [2; 92]. Поэтому представляет интерес методы регуляризации задачи (1)-(2).

Приемам регуляризации решения некорректных краевых задач посвящена обширная литература. В частности, широко используются методы, основанные на изменении типа или порядка уравнения при помощи малых сингулярных возмущений (см. [3]).

В данной работе, мы предлагаем регуляризовать оператор L с помощью симметризации, т.е. найдем такой оператор преобразования T , что оператор TL окажется симметрическим на своей области определения. Далее воспользуясь компактностью и самосопряженностью обратного оператора $(TL)^{-1}$, получим «спектральное» разложение решений краевой задачи. Поводом для написания настоящей работы послужила работа [4].

2. Вспомогательные предложения

Лемма 1. Граничные условия (2) краевой задачи Штурма-Лиувилля неусиленно регулярны тогда и только тогда, когда имеют место соотношения

$$1) \Delta_{24} = 0; \quad 2) \Delta_{14} + \Delta_{32} \neq 0; \quad 3) \Delta_{12}^2 + \Delta_{34}^2 = \Delta_{14}^2 + \Delta_{32}^2, \quad (3)$$

где $\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2i} - a_{1j}a_{2i}$ ($i, j = 1, 2, 3, 4$).

Лемма 2. Если функция экспонциального типа $f(z)$ не имеет нулей на всей комплексной плоскости, то

$$f(z) = e^{az+b},$$

где a, b – некоторые комплексные постоянные [4; 31].

Лемма 3. Если

$$\Delta_{ij} = \begin{vmatrix} a_{1i} & a_{1j} \\ a_{2i} & a_{2j} \end{vmatrix} = a_{1i} \times a_{2j} - a_{1j} a_{2i} \quad (i, j = 1, 2, 3, 4),$$

то имеет место формула

$$\Delta_{13} \Delta_{24} + \Delta_{14} \times \Delta_{32} - \Delta_{12} \times \Delta_{34} = 0, \quad (4)$$

которая является следствием леммы 1. Ее можно доказать и непосредственно с помощью прямых вычислений. Соотношения (3) используются при выводе граничных условий (6), (8), формула (4) упрощает многие вычисления.

3. Основные результаты

Теорема 1. Если граничные условия краевой задачи Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x); x \in (0,1), \quad (1)$$

$$U_i(y) = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2), \quad (2)$$

линейно независимы и неусиленно регулярны, то они приводимы к одному из двух видов

$$L^+y = -y''(x); x \in (0,1), \quad (5)$$

$$\Delta_{13}y(0) - \Delta_{32}y'(0) - \Delta_{14}y'(1) = 0, \quad (6)$$

$$y(0) + y(1) = 0.$$

$$L^-y = -y''(x); x \in (0,1), \quad (7)$$

$$\Delta_{13}y(0) - \Delta_{32}y'(0) + \Delta_{14}y'(1) = 0, \quad (8)$$

$$y(0) - y(1) = 0,$$

или им сопряженным, где $\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2i} - a_{1j} \times a_{2i} \quad (i, j = 1,2,3,4)$.

Теорема 2. Если $\Delta_{32}^2 - \Delta_{14}^2 \neq 0$, то операторы

$$L^+y = -y''(x); x \in (0,1), \quad (5)$$

$$\Delta_{13}y(0) - \Delta_{32}y'(0) - \Delta_{14}y'(1) = 0, \quad (6)$$

$$y(0) + y(1) = 0.$$

$$\hat{L}^+u = -u''(x), x \in (0,1), \quad (5')$$

$$\begin{cases} u'(0) - \alpha u(0) = 0, \\ u(0) + u(1) = 0 \end{cases} \quad \alpha = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{32} + \Delta_{14}}, \quad (6')$$

подобны между собой. Оператор подобия T имеет вид

$$u(x) = Ty(x) = (\Delta_{32}I - \Delta_{14}S)y(x), \quad (9)$$

где $Sy(x) = y(1-x)$.

Теорема 3. Если $\Delta_{32}^2 - \Delta_{14}^2 \neq 0$, то операторы

$$L^-y = -y''(x); x \in (0,1), \quad (7)$$

$$\Delta_{13}y(0) - \Delta_{32}y'(0) + \Delta_{14}y'(1) = 0, \quad (8)$$

$$y(0) - y(1) = 0,$$

$$\hat{L}^-v = -v''(x), x \in (0,1), \quad (7')$$

$$v'(0) - \alpha v(0) = 0 \quad \alpha = \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{32} + \Delta_{14}}, \quad (8')$$

$$v(0) - v(1) = 0,$$

подобны между собой, и оператор подобия имеет вид

$$v(x) = Ty(x) = \Delta_{32}y(x) + \Delta_{14}y(1-x) = (\Delta_{32}I + \Delta_{14}S)y(x) \quad (10)$$

где $Sy(x) = y(1-x)$.

Теорема 4. Если $\alpha = \bar{\alpha}$ и $\alpha \neq -2$, то имеет место «спектральные» разложения

$$1. f = \sum_{n=1}^{\infty} (f, \varphi_n) \varphi_n, \quad \forall f \in L^2(0,1); \quad (11)$$

$$2. (L^+)^{-1}g = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(g, T\varphi_n)}{\lambda_n} \varphi_n, \quad TL^+\varphi_n = \lambda_n \varphi_n; \quad (12)$$

$$3. [(L^+)^*]^{-1}f = T \circ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(f, \varphi_n)}{\lambda_n} \varphi_n \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(f, \varphi_n)}{\lambda_n} T\varphi_n, \quad (13)$$

где $\{\varphi_n\}$ – ортонормированный базис пространств $H = L^2(0,1)$, составленный из собственных векторов оператора TL^+ , f и g произвольные элементы этого же пространства, а оператор T имеет следующий вид

$$\begin{aligned} Tu(x) &= u'(1-x) - \alpha u(1-x), \\ u(0) + u(1) &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Теорема 5. Если $\alpha = \bar{\alpha}$, $\alpha \neq 0$, то имеет место «спектральные» разложения

$$1. f = \sum_{m=1}^{\infty} (f, \psi_m) \psi_m; \quad (15)$$

$$2. (L^-)^{-1} g = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(g, T\psi_m)}{\mu_m}, \quad TL^- \psi_m = \mu_m \psi_m; \quad (16)$$

$$3. [(L^-)^*]^{-1} f = T \circ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(f, \psi_m)}{\mu_m} \psi_m \approx \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(f, \psi_m)}{\mu_m} T\psi_m, \quad (17)$$

где $\{\psi_m\}^{\infty}$ – ортонормированный базис пространства $H = L^2(0,1)$, составленный из собственных векторов оператора TL^- , f и g произвольные элементы этого же пространства, оператор T имеет следующий вид.

$$\begin{aligned} Tu(x) &= u'(1-x) - \alpha u(1-x), \quad \alpha = \bar{\alpha}, \\ u(0) - u(1) &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Михайлов В.П. О базисах Рисса в $L^2(0,1)$ // ДАН СССР. – 1962. – Т. 144, № 5. – С. 981-984.
- 2 Кесельман Г.М. О безусловной сходимости разложений по собственным функциям некоторых дифференциальных операторов // Известия высших учебных заведений. Математика. – 1964. – № 2. – 39 с.
- 3 Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиинверсии и его приложения. – М.: Мир, 1970. – 336 с.
- 4 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма – Лиувилля на конечном отрезке времени // Известия НАН РК. Серия физ.-мат. – 2000. – С. 29-34.

REFERENCES

- 1 Mihailov V.P. On Riesz bases in $L^2(0,1)$ // Reports of the Academy of Sciences of the USSR. – 1962. – Vol. 144, N 5. – P. 981-984. (Russian).
- 2 Keselman G.M. On the unconditional convergence of eigenfunction expansions of certain differential operators // Proceedings of Institutes of Higher Education. – 1964. – Vol. 2, N 39. – P. 82-93. (Russian).
- 3 Lattes R., Lions J.-L. Method of quasiinversion and its appendixes. – M.: Mir, 1970. – 336 p. (Russian).
- 4 Kalmenov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. About the structure of the spectrum for Sturm boundary value problem – Liouville at the finishing time interval // Izvestia RK NAS. Series phys.-math. – Almaty, 2000. – P. 29-34. (Russian).

Резюме

А. А. Көпжасарова, А. Ш. Шалданбаев

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ.)

ШЕКАРАЛЫҚ ШАРТТАРЫ ОНША ҚОЛАЙЛЫ ЕМЕС, ШТУРМ–ЛИУВИЛЛЬ ЕСЕБІ ШЕШІМІНІҢ «СПЕКТРАЛЬДЫҚ» ҒЫДЫРАУЫ

Бұл еңбекте, шекаралық шарттары онша қолайлы емес, Штурм–Лиувилль есебі шешімінің спектральдық ғыдырауы алынған.

Кілт сөздер: шарттары онша қолайлы емес жағдай, Штурм–Лиувилль операторы.

Summary

A. A. Kopzhasarova, A. Sh. Shaldanbayev

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent)

THE «SPECTRAL» SOLUTION EXPANSION OF THE STRUM–LIOUVILLE PROBLEM WITH NOT STRONGLY REGULAR BOUNDARY CONDITIONS

In this paper, the spectral received of the solutions of the Sturm-Liouville problem with not strongly regular boundary conditions.

Keywords: не усиленно регулярны краевые условия, оператора Штурма–Лиувилля.

Поступила 3.04.2013г.

Д. Н. НУРГАБЫЛ¹, А. КАЛИБАЙ¹, А. Б. УАИСОВ²

(¹Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, г. Талдыкорган;
²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ, ОБЛАДАЮЩИЕ ЯВЛЕНИЯМИ НАЧАЛЬНОГО СКАЧКА ПО НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Аннотация

В данной работе рассмотрена двухточечная сингулярно возмущенная краевая задача для нелинейного дифференциального уравнения второго порядка, правая часть которого не удовлетворяет условиям С. Н. Бернштейна. Доказана теорема об асимптотических оценках решения и его производных. Определены начальные скачки по независимой переменной.

Ключевые слова: малый параметр, сингулярно возмущенный, начальный скачок, обыкновенное дифференциальное уравнение, краевая задача.

Кілт сөздер: кіші параметр, сингулярлық ауытқу, бастапқы секіріс, қарапайым дифференциальдық теңдеу, шекаралық есеп.

Keywords: small parameter, singularly the indignant, initial jump, the ordinary differential equation, a regional task.

Введение. Началом математического решения вопроса о явлении начального скачка можно считать работы М. И. Вишика и Л. А. Люстерника [1, 2] и К.А. Касымова [3, 4], где был разработан метод позонного интегрирования для нелинейных сингулярно возмущенных начальных задач с неограниченными начальными данными при стремлении малого параметра к нулю. Исследования М. И. Вишика и Л. А. Люстерника, К. А. Касымова были продолжены в [5-7]. Были разработаны и другие методы, каждый из которых решал определенный круг задач. Однако для широкого класса сингулярно возмущенных краевых задач выбор надлежащего метода для построения решений или их асимптотических приближений оказывается весьма затруднительным. Анализ показывает, что к таким задачам можно отнести и сингулярно возмущенные краевые задачи [8-10], для которых характерно наличие явления начального скачка. Однако в этих работах рассмотрены сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения, удовлетворяющие известным условиям С. Н. Бернштейна [11]. Следовательно, краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка, правые части которых не удовлетворяют условиям С. Н. Бернштейна, требуют дополнительного математического исследования.

1. Постановка задачи. Рассмотрим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение с малым параметром при старшей производной

$$\varepsilon (d^2x/dy^2) = (dx/dy)^{n-1} f_1(x; y) + (dx/dy)^{n-1} g_1(x; y) = P(y, x, x') \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$x(\alpha; \varepsilon) = a, \quad x(\beta; \varepsilon) = b \quad (2)$$

где a и b – некоторые известные величины; $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $1 < n < 2$.

Очевидно, что представление

$P(y, x, z) = (z_1)^{n-1} (g_1(x; y) + o(\frac{1}{z}))$, $(\frac{dx}{dy} = z_1 \rightarrow \infty)$ указывает на то, что правая часть урав-

нения (1) не удовлетворяет условиям С. Н. Бернштейна [11]. Следовательно, краевая задача (1), (2) неразрешима в $C^2(A, B)$ для произвольных a, b, α и β при $\varepsilon > 0$.

Наша задача – определить, при каких значениях a, b, α и β краевая задача (1), (2) будет разрешима при достаточно малых $\varepsilon > 0$, исследовать вопросы предельного перехода решения возмущенной задачи при $\varepsilon \rightarrow 0$ к решению невозмущенной задачи.

Предположим, что выполнены следующие условия:

I. Пусть функция $P(y, x, x')$ определена и непрерывна в области

$$G = \{y, x, x': -\infty < x, y < +\infty, 0 < x' < +\infty\};$$

II. Пусть функции $f_1(x; y), g_1(x; y)$ достаточно гладкие функции в области

$$D = \{x, y: -\infty < x, y < +\infty\};$$

I. Уравнение $f_1(x; y) + \frac{dx}{dy} g_1(x; y) = 0$, получающиеся из вырожденного уравнения

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)^{2-n} f_1(x; y) + \left(\frac{dx}{dy}\right)^{4-n} g_1(x; y) = 0 \text{ такое, что задача}$$

$$f_1(x; y) + \frac{dx}{dy} g_1(x; y) = 0, \quad x(\beta) = b, \quad (3)$$

на отрезке $\alpha \leq y \leq \beta$ имеет единственное решение $x(y)$;

II. Существуют постоянные $\gamma_i > 0, \quad i = \overline{1; 4}$ такие, что

$$0 < \gamma_1 < f_1(x(y), y) < \gamma_2, \quad 0 < \gamma_3 < -g_1(x(y), y) < \gamma_4, \quad \alpha \leq y \leq \beta. \quad (4)$$

Для исследования вопросов существования, единственности и предельного перехода в (1), (2) примем x в качестве независимой переменной, а $y = y(x)$. Тогда задача (1), (2) примет вид

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^n f(x; y) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{n-1} g(x; y) = F(x, y, y'), \quad (5)$$

$$y(a; \varepsilon) = \alpha, \quad y(b; \varepsilon) = \beta, \quad (6)$$

где $f(x; y) = -f_1(x; y); \quad g(x; y) = -g_1(x; y), \quad 1 < n < 2$; функция $F(x, y, y')$ достаточно гладкая функция в области

$$D = \{x, y, y': -\infty < x, y < +\infty, \quad 0 < y' < +\infty\}.$$

В силу условия III и IV, вырожденная задача

$$\frac{dy}{dx} f(x; y) + g(x; y) = 0, \quad y(b) = \beta \quad (7)$$

на отрезке $a \leq x \leq b$ имеет единственное решение $\bar{y}(x)$.

2. Асимптотическое разложение решения вспомогательной задачи. С целью исследования асимптотического поведения и построения асимптотики решения задачи (5), (6) предварительно рассмотрим следующую задачу Коши:

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^n f(x; y) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{n-1} g(x; y), \quad (8)$$

$$y(a; \varepsilon) = \alpha, \quad y'(a; \varepsilon) = \frac{C(\varepsilon)}{\varepsilon^\lambda}, \quad (9)$$

где $\lambda = \frac{1}{2-n}$; $1 < n < 2$; $c(\varepsilon)$ – представимо в виде асимптотического ряда $c(\varepsilon) = c_0(\varepsilon) + \varepsilon c_1(\varepsilon) + \dots$, c_k – неизвестные параметры, которые определяется так, чтобы решение задачи (8), (9) удовлетворяло краевым условиям (6).

Для решения задачи (8), (9) произведем следующее разбиение:

$$a \leq x \leq a + \varepsilon \tau_0, \quad a + \varepsilon \tau_0 \leq x \leq b,$$

где $\tau_0 > 0$ – достаточно малое фиксированное при $\varepsilon \rightarrow 0$ число, не зависящее от ε . Зону $a \leq x \leq x_0$, $x_0 = a + \varepsilon \tau_0$ назовем зоной начального скачка решения $y(x, \varepsilon)$ начальной задачи (8), (9), а зону $a + \varepsilon \tau_0 \leq x \leq b$ – зоной вырожденного решения. В каждом из этих зон асимптотику решения задачи (8), (9) строим по отдельности.

2.1. Построение асимптотики в зоне начального скачка. В зоне начального скачка $a \leq x \leq a + \varepsilon\tau_0$ произведем следующее замены $\frac{dy}{dx} = z$, $x = a + \varepsilon\tau$. Тогда в новых переменных уравнение (8) с начальными условиями (9) можно записать в виде

$$\frac{dz}{d\tau} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^n f(a + \varepsilon\tau; y) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{n-1} g(a + \varepsilon\tau; y) = F(a + \varepsilon\tau, y, y').$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \varepsilon \cdot z. \tag{10}$$

$$y(0, \varepsilon) = \alpha, \quad z(0, \varepsilon) = \frac{c(\varepsilon)}{\varepsilon^\lambda}; \quad \lambda = \frac{1}{2-n}; \quad 0 < n < 1. \tag{11}$$

при этом зона начального скачка $a \leq x \leq a + \varepsilon\tau_0$ отображается в зону $0 \leq \tau \leq \tau_0$.

Асимптотическое разложение решения задачи (10), (11) будем искать в виде ряда [4, 5]:

$$z = z_0(\tau, \varepsilon) + \varepsilon z_1(\tau, \varepsilon) + \dots, \quad y = y_0(\tau, \varepsilon) + \varepsilon y_1(\tau, \varepsilon) + \dots. \tag{12}$$

Подставляя (12) в (10) и разлагая правые части системы (10) в ряды по степеням ε , получим последовательность задач для определения коэффициентов разложения (1.13).

Главные члены $z_0(\tau, \varepsilon)$; $y_0(\tau, \varepsilon)$ разложения (12) определяются из следующей задачи

$$\frac{dz_0}{d\tau} = F(a, y_0, z_0), \quad \frac{dy_0}{d\tau} = \varepsilon \cdot z_0(\tau, \varepsilon) \tag{13}$$

$$z_0(0, \varepsilon) = \frac{c_0(\varepsilon)}{\varepsilon^{\frac{1}{2-n}}}, \quad y_0(0, \varepsilon) = \alpha,$$

а остальные члены $z_k(\tau, \varepsilon)$; $y_k(\tau, \varepsilon)$, $k = 1, 2, \dots$ определяются из следующей линейной системы уравнений:

$$\frac{dz_k}{d\tau} = \frac{\partial F(a, y_0, z_0)}{\partial z} z_k + \frac{\partial F(a, y_0, z_0)}{\partial y} y_k + F_k(\tau, \varepsilon), \quad \frac{dy_k}{d\tau} = \varepsilon z_k \tag{14}$$

с начальными условиями

$$z_k(0, \varepsilon) = \frac{c_k(\varepsilon)}{\varepsilon^{\frac{1}{2-n}}}; \quad y_k(0, \varepsilon) = 0, \tag{15}$$

где $F_k(\tau, \varepsilon)$ выражается через $z_i, y_i (i < k)$:

Для исследования поведения решения задачи (13) зону начального скачка $0 \leq \tau \leq \tau_0$ разобьем на следующие два участка: $0 \leq \tau \leq \tau^0$, $\tau^0 \leq \tau \leq \tau_0$, где $\tau^0 = \xi_0 \varepsilon^{r(\alpha-1)}$;
 $r = \frac{1-\sigma}{2-n}$, $0 < \sigma < \frac{1}{2}$; $\xi_0 > 0$ – достаточно малое, но фиксированное при $\varepsilon \rightarrow 0$ число.

Отметим некоторые свойства решения этой задачи в виде лемм 1 и 2.

Лемма 1. Для решения $y_0(\tau, \varepsilon)$, $z_0(\tau, \varepsilon)$ задачи (13) в участке $0 \leq \tau \leq \tau^0$ зоны начального скачка справедливы следующие неравенства:

$$\frac{\varepsilon^\sigma \cdot \Delta\alpha}{\left(m_1 \cdot \frac{\tau}{\varepsilon^{r(\alpha-1)}} + \varepsilon^{\beta(\alpha-1)}\right)^{\frac{2-n}{n-1}}} \leq \bar{y}(\alpha) - y_0(\tau, \varepsilon) \leq \frac{\varepsilon^\sigma \cdot \Delta\alpha}{\left(m_2 \cdot \frac{\tau}{\varepsilon^{r(\alpha-1)}} + \varepsilon^{\beta(\alpha-1)}\right)^{\frac{2-n}{n-1}}}. \tag{16}$$

где $\Delta\alpha = \bar{y}(\alpha) - \alpha$ при $0 \leq \tau \leq \tau^0$, $r = \frac{1-\sigma}{2-n}$, $\beta = \frac{\sigma}{2-n}$, $m_k - const > 0, k = 1, 2$.

Доказательство проводится методом дифференциальных неравенств.

Из неравенств (16) видно, что значения $[[v_0|_{\tau=\xi_0}]]_{\xi=\xi_0}$ и $[[u_0|_{\tau=\xi_0}]]_{\xi=\xi_0}$ ограничены при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это значение обозначим через $[[u_0|_{\tau=\xi_0}]]_{\xi=\xi_0} = z(\varepsilon)$ и $[[v_0|_{\tau=\xi_0}]]_{\xi=\xi_0} = y(\varepsilon)$.

Обратимся теперь к неравенствам (16). Откуда следует, что функция $z_0(\tau, \varepsilon)$ на промежутке $0 \leq \tau \leq \tau^0$ изменяется от величины порядка $O\left(\varepsilon^{\frac{1}{2-n}}\right)$ до величины $O\left(\varepsilon^{\frac{1-\varepsilon}{2-n}}\right)$, а функция $y_0(\tau, \varepsilon)$ на отрезке $0 \leq \tau \leq \tau^0$ возрастает и изменяется скачком от величины α до величины порядка $\bar{y}(\alpha) + O(\varepsilon^\sigma)$. Используя эти свойства из (13), находим, что

(17)

Из (17) можно определить неизвестный параметр Пусть

Кроме того, при достаточно малых $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство

$$\gamma_1 < -f(a, y(\varepsilon)) < \gamma_2, \quad (18)$$

что очевидно (см. (4)).

Теперь систему из (13) исследуем в промежутке $\tau^0 \leq \tau \leq \tau_0$ при следующих условиях

$$y_0(\tau^0, \varepsilon) = y(\varepsilon), \quad z_0(\tau^0, \varepsilon) = z(\varepsilon) \cdot \varepsilon^{-\alpha}. \quad (19)$$

Лемма 2. Для решения $z_0(\tau, \varepsilon)$, $y_0(\tau, \varepsilon)$ задачи (13) при $\tau^0 \leq \tau \leq \tau_0$ справедливы неравенства

$$\bar{z}_4(\tau, \varepsilon) \leq z_0(\tau, \varepsilon) \leq \bar{z}_3(\tau, \varepsilon), \quad \bar{y}_4(\tau, \varepsilon) \leq y_0(\tau, \varepsilon) \leq \bar{y}_3(\tau, \varepsilon) \quad (20)$$

$$\text{где } \bar{z}_i = \left[\frac{(\varepsilon^\alpha)^{n-1}}{(z(\varepsilon))^{n-1}} + (n-1)\gamma_i(\tau - \tau^0) \right]^{\frac{1}{n-1}}, \quad i = 3, 4.$$

$$\bar{y}_i = y(\varepsilon) + \frac{\varepsilon^\sigma}{(2-n)\gamma_i} \left[(z(\varepsilon))^{2-n} - \varepsilon^{1-\sigma} \cdot \bar{z}_i^{2-n} \right].$$

Доказательство проводится методом сравнения и дифференциальных неравенств.

Таким образом, из лемм 1 и 2 следует, что в зоне $0 \leq \tau \leq \tau_0$ происходит явление начального скачка, причем функция $z_0(\tau, \varepsilon)$ при $\tau = \tau_0$ принимает конечное значение, когда $\varepsilon \rightarrow 0$; а функция $y_0(\tau, \varepsilon)$ при $\tau = \tau_0$ имеет следующее представление

$$y_0(\tau_0, \varepsilon) = \overline{y(a)} + O(\varepsilon^\sigma). \quad (21)$$

Обратимся теперь к задаче (14), (15), определяющей следующие члены $y_k(\tau, \varepsilon)$, $z_k(\tau, \varepsilon)$, $k \geq 1$ разложения (1.13).

Лемма 3. В зоне начального скачка $0 \leq \tau \leq \tau_0$ для решения $y_k(\tau, \varepsilon)$, $z_k(\tau, \varepsilon)$ задачи (14), (15), справедливы оценки

$$|z_k(\tau, \varepsilon)| \leq K \cdot z_0(\tau, \varepsilon), \quad |y_k(\tau, \varepsilon)| \leq K, \quad (22)$$

где $K - const > 0$, $k=1, 2, 3, \dots$

Доказательство проводится методом интегральных уравнений.

Теорема 1. Пусть выполнены условия I-IV. Тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ в зоне скачка $0 \leq \tau \leq \tau_0$ существует единственное решение $y(\tau, \varepsilon)$, $z(\tau, \varepsilon)$ задачи (13) и это решение допускает асимптотическое представление

$$z(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^N \varepsilon^k z_k(\tau, \varepsilon) + R_1(\tau, \varepsilon), \quad y(\tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^N \varepsilon^k y_k(\tau, \varepsilon) + R_2(\tau, \varepsilon), \quad (23)$$

где R_1 и R_2 удовлетворяют неравенствам

$$|R_1(\tau, \varepsilon)| \leq K \cdot \varepsilon^{N+1} \cdot z_0(\tau, \varepsilon), \quad |R_2(\tau, \varepsilon)| \leq K \cdot \varepsilon^{N+1}. \quad (24)$$

Доказательство проводится методом интегральных уравнений.

Далее введем обозначения

$$[y| \square]_{x=a} = \alpha^+(\varepsilon), \quad [z| \square]_{x=a} = \beta(\varepsilon).$$

где $\alpha^+(\varepsilon)$, $\beta(\varepsilon)$ – точные значения решения $y(x, \varepsilon)$, $z(x, \varepsilon)$ задачи (8), (9) при $x = a$, причем они в силу теоремы 1 представимы в виде

$$\begin{aligned} [Y|_{\square}]_{x=a} &= \alpha(\varepsilon) = y_0(\varepsilon) + \varepsilon \cdot y_1(\varepsilon) + \dots + \varepsilon^N \cdot y_N(\varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}), \\ [Z|_{\square}]_{x=a} &= \beta(\varepsilon) = z_0(\varepsilon) + \varepsilon \cdot z_1(\varepsilon) + \dots + \varepsilon^N \cdot z_N(\varepsilon) + O(\varepsilon^{N+1}), \end{aligned} \quad (25)$$

где $y_k(\varepsilon) = y_k(t_0, a_0, c_0, \varepsilon)$, $z_k(\varepsilon) = z_k(t_0, a_0, c_0, \varepsilon)$ конечны при $\varepsilon \rightarrow 0$ и $y_k(\varepsilon)$, $z_k(\varepsilon)$ линейно зависят от a_k и c_k , $k = 1, 2, \dots$

2.2. Построение асимптотики в зоне вырожденного решения. Зона вырожденного решения $y(t)$ занимает часть $[x_0, b]$ отрезка $[a, b]$. В этой зоне уравнение (8) перепишем в виде

$$\varepsilon \cdot \frac{dz}{dx} = F(x, y, z), \quad \frac{dy}{dx} = z(x, \varepsilon) \quad (26)$$

и определим решение этой системы в правой зоне $x_0 \leq x \leq b$ при начальных условиях

$$z(x_0, \varepsilon) = \beta^+(\varepsilon), \quad y(x_0, \varepsilon) = \alpha^+(\varepsilon), \quad (27)$$

где $\alpha^+(\varepsilon)$, $\beta^+(\varepsilon)$ точные значения решение $y(x, \varepsilon)$, $z(x, \varepsilon)$ задачи (8), (9) при $x = x_0$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия I-IV, тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ задача (26), (27) при $x_0 \leq x \leq b$ имеет единственное решение $z(x, \varepsilon)$, $y(x, \varepsilon)$, причем это решение допускает следующее асимптотическое представление:

$$z(x, \varepsilon) = \sum_{k=0}^N \varepsilon^k (z_k(x, \varepsilon) + v_k(\tau, \varepsilon)) + s_1(x, \varepsilon),$$

(28)

где функции удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} |p_k(\tau, \varepsilon)| &\leq K \cdot e^{-\nu\tau}, \quad |v_k(\tau, \varepsilon)| \leq K \cdot e^{-\nu\tau}, \quad \tau \geq 0, \\ |s_1(x, \varepsilon)| &\leq K \cdot \varepsilon^{N+1}, \quad |s_2(x, \varepsilon)| \leq K \cdot \varepsilon^{N+1}, \end{aligned}$$

где $k \geq 1; K, \nu$ – постоянные величины.

Доказательство проводится методом интегральных уравнений.

3. Асимптотика решения краевой задачи. Рассмотрим краевую задачу (5),(6). Как уже показано, вспомогательная задача (8),(9) имеет единственное решение $y(x, c, \varepsilon)$. Выберем теперь параметр c так, чтобы $y(x, c, \varepsilon)$ удовлетворяло краевым условиям (6). Это приводит к следующему уравнению относительно c :

$$y(b, c, \varepsilon) = \beta. \quad (29)$$

Докажем, что уравнение (29) разрешима относительно c . Точка c_0^0 из (17) удовлетворяет уравнению (29) с точностью $O(\varepsilon^\sigma)$:

$$y(b, c_0^0, \varepsilon) = \beta + O(\varepsilon^\sigma).$$

Можно убедиться, что $\frac{dy(b, c_0^0, \varepsilon)}{dc_0} \neq 0$. Тогда, в достаточно малой окрестности точки c_0^0

найдется единственная точка $c(\varepsilon)$ такая, что будет иметь место

$$y(a, c(\varepsilon), \varepsilon) = \alpha, \quad y(b, c(\varepsilon), \varepsilon) = \beta.$$

Теорема 3. Пусть выполнены условия I-IV. Тогда в некоторой малой окрестности точки $c = c_0^0$ существует единственная точка $c = c(\varepsilon)$ такая, что решение $y(x, c(\varepsilon), \varepsilon)$ задачи (8),(9) является единственным решением $y(x, \varepsilon)$ краевой задачи (5),(6) и для решения $y(y, \varepsilon)$ краевой задачи (5),(6) имеет место представления (23) и (28).

Рассмотрим исходную краевую задачу (1),(2). Из теорем 1-3 следует существование и единственность решения $x(y,\varepsilon)$ задачи (1), (2) и, что решение $x(y,\varepsilon)$ задачи (1), (2) из малой окрестности прямой $x = a$ медленно попадает в малую окрестность вырожденного решения $\bar{x}(y)$ задачи (3). Таким образом, предельный переход

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} x(y, \varepsilon) = \bar{x}(y), \quad a < y \leq b$$

имеет место только в том случае, если параметры ε_0 , α и $\bar{y}(a)$ связаны между собой формулой (17).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вишик М.И., Люстерник Л.А. Об асимптотике решения краевых задач для квазилинейных дифференциальных уравнений // ДАН СССР. – 1958. – Т. 121, № 5. – С. 778-781.
- 2 Вишик М.И., Люстерник Л.А. О начальном скачке для нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр // ДАН СССР. – 1960. – Т. 132, № 6. – С. 1242-1245.
- 3 Касымов К.А. Об асимптотике решения задачи Коши с большими начальными условиями для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр // УМН. – 1962. – Т. 17, № 5. – С. 187-188.
- 4 Касымов К.А. О задаче с начальным скачком для нелинейных систем дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр // ДАН СССР. – 1968. – Т. 179, № 2. – С. 275-278.
- 5 Жакупов Ж.Н. Асимптотическое поведение решений краевой задачи для некоторого класса систем нелинейных уравнений, содержащих малый параметр // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1971. – № 5. – С. 42-49.
- 6 Биядилов Н.Б. Сингулярно возмущенное квазилинейное дифференциальное уравнение второго порядка с внутренним начальным скачком // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1990. – № 5. – С. 42-49.
- 7 Дауылбаев М.К. Об асимптотике решения одной задачи для интегро- дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной // Вестник АН КазССР. – 1990. – № 11. – С. 21-22.
- 8 Нургабылов Д.Н. Асимптотическое разложение решения краевой задачи с внутренним начальным скачком для нелинейных систем дифференциальных уравнений // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. – 1984. – № 3. – С. 62-65.
- 9 Касымов К.А., Нургабылов Д.Н. Асимптотическое разложение решения краевой задачи с внутренним начальным скачком // Материалы II Всесоюз. конф. по асимптотическим методам. – Алма-Ата: Наука, 1979. – Т. 1. – С. 97-99.
- 10 Касымов К.А., Нургабылов Д.Н. О краевых задачах с внутренним начальным скачком // Вестник АН КазССР. – 1984. – № 1. – С. 56-69.
- 11 Бернштейн С.Н. Sur les equations du calculi des variations // Ann. Ec. Norm. 29 (1912), 431-485.

REFERENCES

- 1 Vishik M.I., Ljusternik L.A. Ob asimptotike reshenija kraevykh zadach dlja kvazilinejnykh differencial'nykh uravnenij // DAN SSSR. – 1958. – Т. 121, № 5. – S. 778-781.
- 2 Vishik M.I., Ljusternik L.A. O nachal'nom skachke dlja nelinejnykh differencial'nykh uravnenij, sodержashhih malyj parametr // DAN SSSR. – 1960. – Т. 132, № 6. – S. 1242-1245.
- 3 Kasymov K.A. Ob asimptotike reshenija zadachi Koshi s bol'shimi nachal'nymi uslovijami dlja nelinejnykh obyknovennykh differencial'nykh uravnenij, sodержashhih malyj parametr // UMN. – 1962. – Т. 17, № 5. – S. 187-188.
- 4 Kasymov K.A. O zadache s nachal'nym skachkom dlja nelinejnykh sistem differencial'nykh uravnenij, sodержashhih malyj parametr // DAN SSSR. – 1968. – Т. 179, № 2. – S. 275-278.
- 5 Zhakupov Zh.N. Asimptoticheskoe povedenie reshenij kraevoj zadachi dlja nekotorigo klassa sistem nelinejnykh uravnenij, sodержashhih malyj parametr // Izv. AN KazSSR. Ser. fiz.-mat. nauk. – 1971. – № 5. – S. 42-49.
- 6 Bijadilov N.B. Singuljarno vozmushhennoe kvazilinejnoe differencial'noe uravnenie vtorigo porjadka s vnutrennim nachal'nym skachkom // Izv. AN KazSSR. Ser. fiz.-mat. nauk. – 1990. – № 5. – S. 42-49.
- 7 Dauylbaev M.K. Ob asimptotike reshenija odnoj zadachi dlja integro- differencial'nykh uravnenij s malym parametrom pri starshej proizvodnoj // Vestnik AN KazSSR. – 1990. – № 11. – S. 21-22.
- 8 Nurgabylov D.N. Asimptoticheskoe razlozhenie reshenija kraevoj zadachi s vnutrennim nachal'nym skachkom dlja nelinejnykh sistem differencial'nykh uravnenij // Izv. AN KazSSR. Ser. fiz.-mat. – 1984. – № 3. – S. 62-65.
- 9 Kasymov K.A., Nurgabylov D.N. Asimptoticheskoe razlozhenie reshenija kraevoj zadachi s vnutrennim nachal'nym skachkom // Materialy II Vsesojuz. konf. po asimptoticheskim metodam. – Alma-Ata: Nauka, 1979. – Т. 1. – S. 97-99.
- 10 Kasymov K.A., Nurgabylov D.N. O kraevykh zadachah s vnutrennim nachal'nym skachkom // Vestnik AN KazSSR. – 1984. – № 1. – S. 56-69.
- 11 Bernshtejn S.N. Sur les equations du calculi des variations // Ann. Ec. Norm. 29 (1912), 431-485.

Резюме

Д. Н. Нұрғабұл¹, А. Қалибай¹, А. Б. Уайсов³

(¹І. Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ.;
²әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

**ТӘУЕЛСІЗ АЙНЫМАЛЫ БОЙЫНША БАСТАПҚЫ СЕКІРІС ҚҰБЫЛЫСЫ БАР
ЕРЕКШЕ АУЫТҚЫҒАН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТЕР**

Жұмыста оң жағы С. Н. Бернштейннің шартын қанағаттандырмайтын екінші ретті бейсызықты жай дифференциалдық теңдеулер үшін ерекше ауытқыған шекаралық есеп қарастырылған. Шешімнің және оның туындыларының асимптотикалық бағамдары туралы теорема дәлелденген. Тәуелсіз айнымалы бойынша бастапқы секірістер анықталған.

Кілт сөздер: кіші параметр, сингулярлық ауытқу, бастапқы секіріс, қарапайым дифференциалдық теңдеу, шекаралық есеп.

Summary

D. N. Nurgabyl¹, A. Kalibay¹, A. B. Uaissov²

(¹I. Zhansugurova Zhetisu State University, Taldikorgan;
²Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

**SINGULARLY PERTURBED BOUNDARY-VALUE PROBLEMS POSSESSING
THE PHENOMENA OF INITIAL JUMP ON INDEPENDENT OF THE VARIABLE**

In this work is considered the point-to-point singularly perturbed boundary-value problem for the nonlinear differential equation of the second order, in which right part don't satisfy S. N. Bernshtein's conditions. In article considered theorem about asymptotically estimations of solution and its derivatives, and also determined initial jumps on independent of the variable.

Keywords: small parameter, singularly the indignant, initial jump, the ordinary differential equation, a regional task.

Поступила 26.03.2013 г.

А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ, А. А. ТЕНГАЕВА

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент)

КРИТЕРИЙ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ОПЕРАТОРА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ

Аннотация

В настоящей работе установлены различные критерий самосопряженности регулярного оператора Штурма–Лиувилля.

Ключевые слова: оператор Штурма–Лиувилля, самосопряженный оператор, критерий самосопряженности.

Кілт сөздер: Штурм–Лиувилл операторы, өзара байланысты оператор, өзара байланыстылықтың критерийлері.

Keywords: operator Sturm–Liouville, self-adjoint operator, the criterion of self-adjointness.

Рассмотрим в пространстве $H = L^2(0,1)$ оператора Штурма–Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x); \quad x \in (0,1) \quad (1)$$

$$U_i[y] = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2) \quad (2)$$

с двумя ($i = 1,2$) линейно независимыми краевыми условиями, где a_{ij} ($i = 1,2; j = 1,2,3,4$) – произвольные комплексные постоянные.

Задача

$$Ly = \lambda y, \quad U_i[y] = 0 \quad (i = 1,2) \quad (3)$$

называется задачей на собственные значения. Она называется самосопряженной, если

$$(Lu, v) = (u, Lv) \quad (4)$$

для всех $u, v \in C^2$ на $[0,1]$, которые удовлетворяют краевым условиям

$$U_i[u] = U_i[v] = 0 \quad (i = 1,2).$$

Если здесь $f, g \in L^2(0,1)$, то

$$(f, g) = \int_0^1 f(t) \bar{g}(t) dt.$$

Число (f, g) называется скалярным произведением функций f и g , и $\|f\| = \sqrt{(f, f)}$ есть норма функций в $L^2(0,1)$.

Если коэффициенты граничных условий (2) действительные величины, то задача Штурма–Лиувилля самосопряженна, тогда и только тогда, когда, имеет место равенство $\Delta_{1,2} = \Delta_{3,4}$ [1, с. 293], где $\Delta_{i,j}$ -миноры, составленные из i -го и j -го столбцов матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Если коэффициенты a_{ij} комплекснозначны, то критерий самосопряженности, как нам кажется, имеет громоздкий вид [2, с. 323].

Постановка задачи. Найти легко проверяемые критерии самосопряженности оператора Штурма–Лиувилля (1)-(2).

Работа состоит из трех частей, основные результаты изложены без доказательств, в третьей части, во второй части изложены вспомогательные утверждения, с помощью которых получены основные результаты. Доказательство этих утверждений элементарны, хотя несколько громоздки.

2. Вспомогательные предложения

Лемма 1. Если

$$\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34} \neq 0, \quad (6)$$

то краевая задача Штурма–Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = f(x); \quad x \in (0,1) \quad (7)$$

$$U_i[y] = 0 \quad (i = 1,2) \quad (8)$$

разрешима для любой непрерывной функции $f(x)$ на интервале $[0,1]$ и решение имеет вид

$$y(x) = L^{-1}f(x) = \int_0^x \frac{-\Delta_{13}x \times t - (\Delta_{12} + \Delta_{32})x + (\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14})t + \Delta_{32} + \Delta_{42}}{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}} f(t) dt + \int_x^1 \frac{-\Delta_{13}x \times t - (\Delta_{32} + \Delta_{34})t + (\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{34})x + \Delta_{32} + \Delta_{42}}{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}} f(t) dt,$$

где L^{-1} -обратный оператор к оператору L .

Лемма 2. Если имеет место неравенство (6), то сопряженный оператор к обратному оператору L^{-1} имеет следующий вид

$$(L^{-1})^*g(x) = \int_0^1 G^*(x,t)g(t) dt,$$

где

$$G^*(x,t) \begin{cases} \frac{\Delta_{13}x \times t - (\Delta_{34} + \Delta_{32})x + (\Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{34})t + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{42}}{\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34}}, & 0 \leq t \leq x \\ \frac{-\Delta_{13}x \times t - (\Delta_{12} + \Delta_{32})t + (\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14})x + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{42}}{\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34}}, & x \leq t \leq 1 \end{cases}$$

где Δ_{ij} -миноры матрицы (5).

Лемма 3. Если оператор Штурма-Лиувилля (1)-(2) является обратимым в пространстве H , то сопряженный оператор L^* имеет следующий вид:

$$L^*z = -z''(x); \quad x \in (0,1)$$

$$U_1^*[z] = \bar{\Delta}_{13}z(0) + (\bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34})z'(0) - \bar{\Delta}_{13}z(1) - (\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{14})z'(1) = 0,$$

$$U_2^*[z] = (\bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{34})z(0) + (\bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{42})z'(0) + (\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{32})z(1) - (\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{24})z'(1) = 0,$$

где Δ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$)-миноры, составленные из i -го и j -го столбцов граничной матрицы (5).

3. Основные результаты

Теорема 1. Если имеет место неравенство (6), то задача Штурма-Лиувилля (3) самосопряжена тогда и только тогда, когда

$$\frac{\Delta_{13}}{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}} = \frac{\bar{\Delta}_{13}}{\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34}},$$

$$\frac{\Delta_{12} + \Delta_{32}}{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}} = \frac{\bar{\Delta}_{34} + \bar{\Delta}_{32}}{\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34}},$$

$$\frac{\Delta_{32} + \Delta_{42}}{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}} = \frac{\bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{42}}{\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{13} + \bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32} + \bar{\Delta}_{34}}$$

Теорема 2. Если имеет место неравенство (6) и равенства:

$$1) \bar{\Delta}_{13} = \Delta_{13}; \quad 2) \bar{\Delta}_{32} = \Delta_{32}; \quad 3) \bar{\Delta}_{14} = \Delta_{14}; \quad 4) \bar{\Delta}_{24} = \Delta_{24}; \quad 5) \bar{\Delta}_{12} = \bar{\Delta}_{34},$$

то задача Штурма-Лиувилля (3) самосопряжена.

Теорема 3. Если задача Штурма-Лиувилля (3) самосопряжена в пространстве H , то

$$|\Delta_{42}| + |\Delta_{14} + \Delta_{32}| + |\Delta_{13}| \neq 0.$$

при этом:

а) если $\Delta_{42} \neq 0$, то

$$\frac{\Delta_{14} + \Delta_{32}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}{\overline{\Delta_{42}}}, \quad \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{13}}}{\overline{\Delta_{42}}}, \quad \frac{\Delta_{12} + \Delta_{34}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{12} + \Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{42}}};$$

б) если $\Delta_{14} + \Delta_{32} \neq 0$, то

$$\frac{\Delta_{42}}{\Delta_{14} + \Delta_{32}} = \frac{\overline{\Delta_{42}}}{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}, \quad \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{14} + \Delta_{32}} = \frac{\overline{\Delta_{13}}}{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}, \quad \frac{\Delta_{12} + \Delta_{34}}{\Delta_{14} + \Delta_{32}} = \frac{\overline{\Delta_{12} + \Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}};$$

в) если $\Delta_{13} \neq 0$, то

$$\frac{\Delta_{42}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{42}}}{\overline{\Delta_{13}}}, \quad \frac{\Delta_{14} + \Delta_{32}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}{\overline{\Delta_{13}}}, \quad \frac{\Delta_{12} + \Delta_{34}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{12} + \Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{13}}}.$$

Теорема 4.

(а) если $\Delta_{42} \neq 0$, то для самосопряженности обратимого оператора Штурма–Лиувилля необходимо и достаточно выполнение следующих условий

$$\frac{\Delta_{12}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{42}}}, \quad \frac{\Delta_{13}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{13}}}{\overline{\Delta_{42}}}, \quad \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{14}}}{\overline{\Delta_{42}}}, \quad \frac{\Delta_{32}}{\Delta_{42}} = \frac{\overline{\Delta_{32}}}{\overline{\Delta_{42}}};$$

(б) если $\Delta_{42} = 0$ и $\Delta_{13} \neq 0$, то для самосопряженности обратимого оператора Штурма–Лиувилля необходимо и достаточно выполнение условий

$$\frac{\Delta_{32}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{32}}}{\overline{\Delta_{13}}}, \quad \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{14}}}{\overline{\Delta_{13}}}, \quad \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{13}} = \frac{\overline{\Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{13}}};$$

(в) если $\Delta_{42} = 0$, $\Delta_{13} = 0$ и $\Delta_{14} + \Delta_{32} \neq 0$, то для самосопряженности обратимого оператора Штурма–Лиувилля необходимо и достаточно выполнение условий

$$\frac{\Delta_{12}}{\Delta_{14} + \Delta_{32}} = \frac{\overline{\Delta_{34}}}{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}, \quad \frac{\Delta_{32}}{\Delta_{14} + \Delta_{32}} = \frac{\overline{\Delta_{32}}}{\overline{\Delta_{14} + \Delta_{32}}}.$$

Теорема 5. Если имеет место неравенство (6), то задача Штурма–Лиувилля (3) самосопряжена в пространстве H , тогда и только тогда, когда

- 1) $\overline{\Delta_{13}} = e^{-2i\varphi} \Delta_{13}$; 2) $\overline{\Delta_{12}} = e^{-2i\varphi} \Delta_{34}$; 3) $\overline{\Delta_{32}} = e^{-2i\varphi} \Delta_{32}$; 4) $\overline{\Delta_{24}} = e^{-2i\varphi} \Delta_{24}$;
5) $\overline{\Delta_{14}} = e^{-2i\varphi} \Delta_{14}$

где $e^{-2i\varphi} = \frac{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}}{\overline{\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34}}}$.

Теорема 6. Задача Штурма–Лиувилля (3) самосопряжена в пространстве H тогда и только тогда, когда

- 1) $|\Delta_{24}| + |\Delta_{14} + \Delta_{32}| + |\Delta_{13}| \neq 0$;
2) $\overline{\Delta_{12}} = e^{i\alpha} \Delta_{34}$; 3) $\overline{\Delta_{13}} = e^{i\alpha} \Delta_{13}$; 4) $\overline{\Delta_{14}} = e^{i\alpha} \Delta_{14}$;
5) $\overline{\Delta_{24}} = e^{i\alpha} \Delta_{24}$; 6) $\overline{\Delta_{32}} = e^{i\alpha} \Delta_{32}$, где $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, Δ_{ij} -миноры матрицы (5).

ЛИТЕРАТУРА

1 Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков, 1939. – 717 с.
2 Коддингтон Э.Л., Левинсон Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ИЛ, 1958. – 474 с.

REFERENCES

1 Ince E.L. Ordinary Differential Equations. – Kharkov, 1939. – 717 p.
2 Coddington E.L., Levinson N. Ordinary differential equations. – M.: IL, 1958. – 474 p.

Резюме

А. Ш. Шалданбаев, А. А. Тенгаева

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент қ.)

ШТУРМ–ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ ӨЗ-ӨЗІНЕ ТҮЙІНДЕСТІГІНІҢ ҮЗІЛДІ-КЕСІЛДІ ШАРТТАРЫ

Бұл еңбекте Штурм–Лиувилл тұрақты операторының өзара байланыстылығының критерийлері табылды.

Кілт сөздер: Штурм–Лиувилл операторы, өзара байланысты оператор, өзара байланыстылықтың критерийлері.

Summary

A. Sh. Shaldanbaev, A. A. Tengaeva

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent)

CRITERION OF SELF-ADJOINT STURM–LIOUVILLE

In the present paper, different criteria of self-adjoint regular Sturm-Liouville problem.

Keywords: operator Sturm–Liouville, self-adjoint operator, the criterion of self-adjointness.

Поступила 3.04.2013г.

I. Kh. ZHAREKESHEV

(al-Farabi Kazakh National University, Almaty, E-mail: isa2020@mail.ru)

LEVITATION OF THE ELECTRON SPECTRUM AND GLOBAL PHASE DIAGRAM OF THE QUANTUM HALL EFFECT

Summary

The discrete energy spectrum of a two-dimensional electron gas under magnetic field is considered. The dynamics of the energy levels of the extended states in the limit of vanishing disorder and low magnetic field is studied. A global phase diagram of the quantum Hall effect is constructed. Possibilities of transitions from lowest plateau towards the insulator due to mixing of Landau bands are discussed. An identification method for current-carrying states is analyzed.

Key words: electron conductivity, quantum Hall effect, phase diagram, quantum localization, critical phenomena, two-dimensional electron gas.

Кілт сөздер: электрондық өткізгіштік, Холлдың кванттық эффектісі, фазалық диаграмма, кванттық локализация, критикалық құбылыстар, екі өлшемдегі электрондық газ.

Ключевые слова: электропроводность, квантовый эффект Холла, фазовая диаграмма, квантовая локализация, критические явления, двумерный электронный газ.

Much attention has been paid to the fate of the current-carrying states in a vanishing magnetic field in two dimensions [1-6]. According to the one-parameter scaling theory [7,8] all states in a two-dimensional system of non-interacting electrons in the absence of magnetic field are localized no matter how small the disorder. In contrast, it is well-known that in the limit of strong magnetic fields B (or equivalently, at weak disorder) there is a single critical (or extended) wave states with the energy E_c lying in each Landau level, whose localization length diverges [9].

However in the opposite limit, i.e. at weak magnetic field (or stronger randomness) when Landau levels start to mix with each other, these extended states do not disappear discontinuously, but rather “levitate”, moving up in energy to infinity in the limit of $B=0$ [10]. If the magnetic field low enough, then all extended states lie above the Fermi energy E_F . Therefore the system becomes insulator. When the last critical state at E_c from the lowest Landau band travelling upwards, crosses the Fermi energy, the system undergoes the transition from the quantum Hall liquid to the complete insulator. This scenario is a key point for students for understanding the global phase diagram of the integer quantum Hall effect [10]. Some numerical experiments [11-13] have shown datas resulting in the discrepancy from the widely-accepted global phase diagram. At sufficiently strong magnetic field, such that the distance between the Landau levels $h\omega_c$ is much larger than the broadening of the separated bands, the critical electron states are close to the centers of the Landau bands.

If a periodic potential does not exist or the lattice model have no artifacts, which could provide the opposite Hall conductivity (with the negative Chern-Simons numbers), a critical state can not definitely merge by intersecting another critical state. Therefore Laughlin [14] has suggested that the existence of critical states at high magnetic field can be combined with the disappearance of the critical states at vanishing magnetic fields, if the critical states float up in energy, when B decreasing to zero.

The scaling theory of the integer quantum Hall effect agrees that the Hall conductivity σ_{xy} is quantized at ne^2/h between the critical energies and to be $(n+1/2)e^2/h$ exactly at the critical energies. Here e is the elementary charge and h is the Planck’s constant. Longitudinal components of the tensor σ_{xx} (dissipative conductivity) are equal zero at Landau plateaus, while at the critical energies E_c it takes on values e^2/h . Thus the dynamics of the critical electron (current-carrying) states can be described by the following formula [11]:

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\omega_c \left[\frac{1 + \omega_c^2 \tau^2}{\omega_c^2 \tau^2} \right], \quad (1)$$

where $\omega_c = eB/mc$ is the cyclotron frequency, τ is the classical elastic collision time. The latter is appropriate for characterizing the system when its size is of the order of the magnetic length

$$\lambda = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}, \quad \text{and} \quad \sigma_{xy} = nec/B = ve^2/h, \quad (2)$$

where $\nu \equiv nhc/eB$ is the filling factor, n is the electron density per unit magnetic flux quantum $\Phi_0 = ch/e$. The levitation scenario corresponding to the Eq. (1) is illustrated in the figure 1.

The phase of the insulator corresponds to the region $n=0$. The phase of the first quantum Hall plateau corresponds to region $n=1$, i.e. $\sigma_{xy} = 1/2 \cdot e^2/h$. The phase of the second quantum Hall plateau corresponds to region $n=2$, i.e. $\sigma_{xy} = 3/2 \cdot e^2/h$. The quantum-Hall-to-insulator transition corresponds to the crossover $n=1 \rightarrow n=0$.

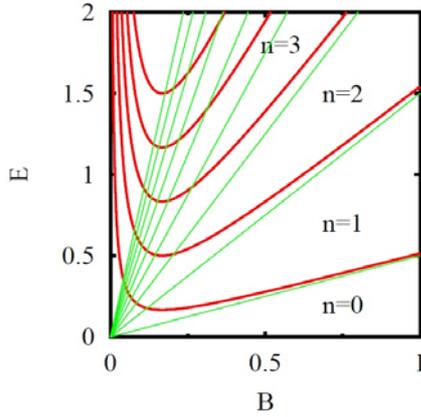


Figure 1 – The field dependence of the energy spectrum (the Landau fan). The discrete energy Landau levels of the two dimensional systems are shown by red curves. Straight green lines are Landau levels of the harmonic oscillator $E = \hbar\omega_c$

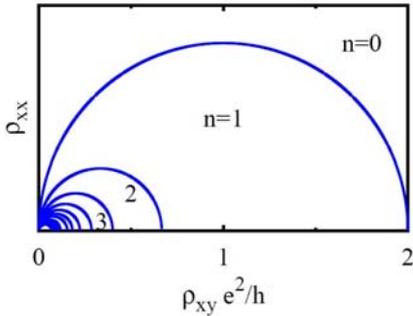


Figure 2 – The global phase diagram of the integer quantum Hall effect spanned by the axes ρ_{xy} and ρ_{xx} . The semicircle form of the boundary lines between different phases corresponds to the equation (3). The transverse resistance in units of the fundamental resistance h/e^2 is quantized by the inverse of integer number $1/q$. The phase of the insulator is $n=0$. The phase of the first quantum Hall plateau is $n=1$. The quantum-Hall-to-insulator transition corresponds to the crossover from $n=1$ to $n=0$

The figure 2 shows the global phase diagram in the plane spanned by the coordinates of the ρ_{xy} and ρ_{xx} . The former is responsible for the value of the magnetic field, and the latter corresponds to the strength of the disorder. For various n we have a series of semicircles described by the following equation:

$$\sigma_{xy} = \frac{\rho_{xy}}{[\rho_{xy}^2 + \rho_{xx}^2]} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{e^2}{h}, \quad (3)$$

where ρ_{xy} and ρ_{xx} are the components of the tensor of the resistivity. It is seen that the only way to reach the insulating state $n=0$, it to pass over unavoidably the state $n=1$, which corresponds to the quantum Hall liquid. No possibilities exist to cross over from higher Landau bands directly to insulating phase. So, the following transitions are forbidden: $n=2 \rightarrow n=0$, $n=3 \rightarrow n=0$ and so on.

The points on the abscissa $\rho_{xy}/(h/e^2) = 1/(n+1/2)$, where $\rho_{xx}=0$, are stable nodes. So, the phase trajectories starting from the positions $L \sim l$ should flow towards them and terminate there at $L \rightarrow \infty$. In the scaling theory of the integer quantum Hall effect the accuracy of the quantization of the Hall conductivity is guaranteed by the existence of the topological invariant. Maxima of the semicircles are the saddle points, because the trajectories along boundaries (shown by blue) run away from these points, while the trajectories at the constant $\rho_{xy}/(h/e^2) = 1/2(n+1/2)$ run towards the saddle points.

As an example of probing the global phase diagram we have performed the computer simulations on a two-dimensional square lattice of various linear sizes L . The Anderson model with disorder has been chosen. In the second-order quantization its Hamiltonian has the following form:

$$H = I \left[\sum_i \varepsilon_i a_i^+ a_i + \sum_{i \neq j} (t_{ij} a_j^+ a_i + h.c.) \right], \quad (3)$$

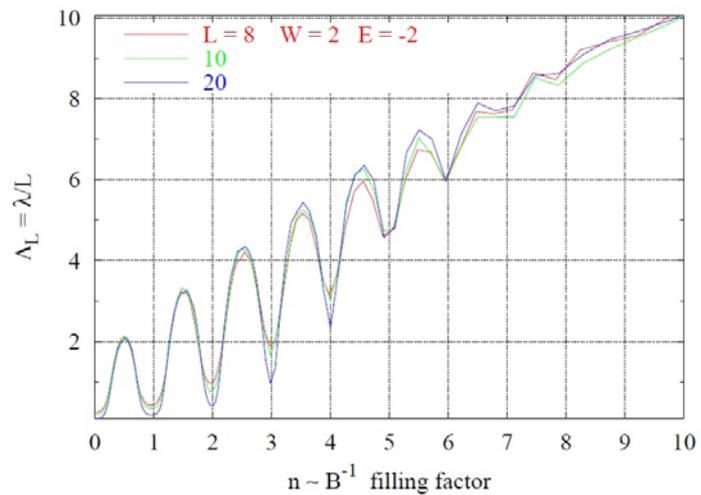
where a_i^+ and a_i are creation and annihilation operators on a site i of the square lattice; j are numbers of the four neighboring sites of the site; ε_i is the site random energy; I is the modulus of the hopping integral between adjacent sites; t_{ij} contains the Peierls factor [15], which is responsible for the proper inclusion of the magnetic field into the model. For the disorder we apply homogeneous distribution of the local energies of the sites within the interval from $-W/2$ to $W/2$.

The computer code and the method of the calculation of the localization length using the diagonalization technique and the transfer-matrix approach, respectively, have been implemented on the basis of the earlier work of the author [16].

Figure 3 shows the results of our numerical computation for various degrees of disorder and energy. The magnetic field is fixed at the value, such that the number of magnetic flux quanta per unit square is integer. So we have $\alpha = \frac{eB}{hc} = 0.1$.

Figure 3 –The dependence of the normalized localization length Λ_L on the filling factor n for different sizes of the two-dimensional square lattice $L = 8, 10$ and 20 (shown by different colors).

The results are obtained from the Anderson model (4) with disorder and the magnetic field introduced via the Peierls phase α



One can see the periodic form of the localization length Λ_L when changing the filling factor. Again the period is equal to the integer number according to the global phase diagram of the integer quantum Hall effect (cp. Figure 2). The maxima lie on the half-integers ($n+1/2$), while the minima are situated at integers n . These results are consistent with the scaling theory of the quantum Hall effect.

LITERATURE

- 1 Huo Y., Bhatt R.N. Current carrying states in the lowest Landau level // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 68, N 2. – P. 1375-1378.
- 2 Yang K., Bhatt R.N. Floating of extended states and localization transition in a weak magnetic field // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 63. – P. 1345-1349.
- 3 Potempa H., Schweitzer L. Floating of critical states and the QH to insulator transition // Electronic journal. arXiv:cond-mat/0102486 27 Feb 2001.
- 4 Sheng D.N., Weng Z.Y. Two-dimensional metal-insulator transition in smooth random magnetic field // Europhys. Lett. – 2000. – Vol. 50, N 6. – P. 776-780.
- 5 Koschny Th., Schweitzer L. Zharekeshev I.Kh. Levitation of the quantum Hall extended states in the $B \rightarrow 0$ limit // Electronic journal. arXiv:cond-mat/0407584 v2 6 Oct 2004.
- 6 Koschny Th., Potempa H., Schweitzer L. Levitation of current-carrying states in the lattice model for the integer quantum Hall effect // Electronic journal. arXiv:cond-mat/0102394 22 Feb 2001.
- 7 Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions // Phys. Rev. Lett. – 1979. – Vol. 42, N 10. – P. 673-676.
- 8 Kramer B., MacKinnon A. Localization: theory and experiment // Rep. Prog. Phys. – 1993. – Vol. 56. – P. 1496-1564.
- 9 Huckestein B. Quantum Hall effect at low magnetic fields // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 84, N 14. – P. 3141-3144.
- 10 Kivelson S., Lee D.-H., Zhang S.-C. Global phase diagram of the quantum Hall effect // Phys. Rev. B. – 1992. – Vol. 46. – P. 2223-2238.

- 11 Sheng D.N., Weng Z.Y. Phase diagram of the integer quantum Hall effect // *Phys. Rev. B.* – 2000-I. – Vol. 62, N 23. – P. 15363-15366.
- 12 Sheng D.N., Weng Z.Y. Disappearance of the integer quantum Hall effect // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – Vol. 78, N 2. – P. 318-321.
- 13 Sheng D.N., Weng Z.Y., Wen X.G. Float-up picture of extended levels in the integer quantum Hall effect: A numerical study // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 64. – P. 165317-1-165317-5.
- 14 Laughlin R. Levitation of extended states bands in a strong magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* – 1984. – Vol. 52. – P. 2304-2304.
- 15 Peierls R. Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen // *Z. Phys.* 1933. – Vol. 80. – P. 763-788.; Пайерлс Р. Квантовая теория твердых тел / Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1956. – 476 с.
- 16 Жарекешев И.Х. Кроссовер между критическими ансамблями на переходе металл-диэлектрик, управляемый магнитным потоком // *Вестник Карагандинского университета. Серия Физика.* – 2012. – Т. 65, № 1. – С. 20-25.

REFERENCES

- 1 Huo Y., Bhatt R.N. Current carrying states in the lowest Landau level // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – Vol. 68, N 2. – P. 1375-1378.
- 2 Yang K., Bhatt R.N. Floating of extended states and localization transition in a weak magnetic field // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 63. – P. 1345-1349.
- 3 Potempa H., Schweitzer L. Floating of critical states and the QH to insulator transition // *Electronic journal.* arXiv:cond-mat/0102486 27 Feb 2001.
- 4 Sheng D.N., Weng Z.Y. Two-dimensional metal-insulator transition in smooth random magnetic field // *Europhys. Lett.* – 2000. – Vol. 50, N 6. – P. 776-780.
- 5 Koschny Th., Schweitzer L. Zharekeshev I.Kh. Levitation of the quantum Hall extended states in the $B \rightarrow 0$ limit // *Electronic journal.* arXiv:cond-mat/0407584 v2 6 Oct 2004.
- 6 Koschny Th., Potempa H., Schweitzer L. Levitation of current-carrying states in the lattice model for the integer quantum Hall effect // *Electronic journal.* arXiv:cond-mat/0102394 22 Feb 2001.
- 7 Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrishnan T.V. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions // *Phys. Rev. Lett.* – 1979. – Vol. 42, N 10. – P. 673-676.
- 8 Kramer B., MacKinnon A. Localization: theory and experiment // *Rep. Prog. Phys.* – 1993. – Vol. 56. – P. 1496-1564.
- 9 Huckestein B. Quantum Hall effect at low magnetic fields // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 84, N 14. – P. 3141-3144.
- 10 Kivelson S., Lee D.-H., Zhang S.-C. Global phase diagram of the quantum Hall effect // *Phys. Rev. B.* – 1992. – Vol. 46. – P. 2223-2238.
- 11 Sheng D.N., Weng Z.Y. Phase diagram of the integer quantum Hall effect // *Phys. Rev. B.* – 2000-I. – Vol. 62, N 23. – P. 15363-15366.
- 12 Sheng D.N., Weng Z.Y. Disappearance of the integer quantum Hall effect // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – Vol. 78, N 2. – P. 318-321.
- 13 Sheng D.N., Weng Z.Y., Wen X.G. Float-up picture of extended levels in the integer quantum Hall effect: A numerical study // *Phys. Rev. B.* – 2001. – Vol. 64. – P. 165317-1-165317-5.
- 14 Laughlin R. Levitation of extended states bands in a strong magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* – 1984. – Vol. 52. – P. 2304-2304.
- 15 Peierls R. Zur Theorie des Diamagnetismus von Leitungselektronen // *Z. Phys.* 1933. – Vol. 80. – P. 763-788.; Пайерлс Р. Квантовая теория твердых тел / Пер. с англ. – М.: ИЛ, 1956. – 476 с.
- 16 Zharekeshev I.H. Krossover mezhdu kriticheskimi ansambljami na perehode metall-dijelektrik, upravljajemyj magnitnym potokom // *Vestnik Karagandinskogo universiteta. Serija Fizika.* – 2012. – Т. 65, № 1. – С. 20-25.

Резюме

И. Х. Жарекешев

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЭЛЕКТРОНДЫҚ СПЕКТОРДЫҢ ЛЕВИТАЦИЯСЫ ЖӘНЕ ХОЛЛДЫҢ КВАНТТЫҚ ЭФФЕКТИСІНІҢ ЖАҢАНДЫҚ ФАЗАЛЫҚ ДИАГРАММАСЫ

Магниттік кеңістікте жатқан екі өлшемді электрондық газдағы дискреттік энергетикалық спектр қарастырылған. Нөлдік магниттік кеңістік пен жойылып бара жатқан тәртіпсіздіктің шегінде энергияның көп тараған кезіндегі деңгейлерінің динамикасы зерделенген. Холлдың кванттық эффектісінің жаһандық фазалық диаграммасы құрылған. Ландау зоналарын араластыру есебінен төменгі платодан изоляторға ауысулардың мүмкіндігі талқыланады. Ток жүретін кездерді сәйкестендіру әдісі сарапталған.

Кілт сөздер: электрондық өткізгіштік, Холлдың кванттық эффектісі, фазалық диаграмма, кванттық локализация, критикалық құбылыстар, екі өлшемдегі электрондық газ.

Резюме

И. Х. Жарекешев

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

**ЛЕВИТАЦИЯ ЭЛЕКТРОННОГО СПЕКТРА И
ГЛОБАЛЬНАЯ ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА**

Рассматривается дискретный энергетический спектр двумерного электронного газа в магнитном поле. Изучается динамика уровней энергии распространенных состояний в пределе нулевого магнитного поля и исчезающего беспорядка. Построена глобальная фазовая диаграмма квантового эффекта Холла. Обсуждается возможность переходов от нижнего плато к изолятору за счет перемешивания зон Ландау. Анализируется способ идентификации токонесущих состояний.

Ключевые слова: электропроводность, квантовый эффект Холла, фазовая диаграмма, квантовая локализация, критические явления, двумерный электронный газ.

Поступила 20.03.2013г.

Г. Д. МУСАПИРОВА, А. С. ТЕРГЕУСИЗОВА

(Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОМЕХ В НИЗКОВОЛЬТНЫХ PLC СЕТЯХ

Аннотация

В низковольтных электрических сетях при передаче информации могут возникать аддитивные помехи, за счет подключения различных электрических приборов. В данной статье приведены результаты исследования, которые проводились при передаче информации с использованием сетевого моста NewerWire 14. В результате исследования изучено влияние помех в разные временные интервалы на скорость передачи информации.

Ключевые слова: сетевой мост, электрическая сеть, нагрузка, внешние возмущения, скорость передачи.

Кілт сөздер: желілік көпір, электр желісі, жүктеме, сыртқы кедергілер, жіберу жылдамдығы.

Keywords: network bridge, electrical network, load, external disturbances, the transmission rate.

Условия эксперимента

Для проведения экспериментальных исследований было использовано оборудование компании Phonex Broadband, сетевые мосты NewerWire 14 в количестве 4 штук. В организации структуры сети, обеспечения канала связи использовались производственные мощности кафедры «Компьютерных технологий».

Для чистоты эксперимента и получения достоверных данных тестирования работа в сети проводилась в разные временные рамки (утро, день, вечер), в разные дни недели (будни, выходные), с использованием дополнительных нагрузок под воздействием внешних возмущений.

В результате полученных данных были построены следующие временные диаграммы.

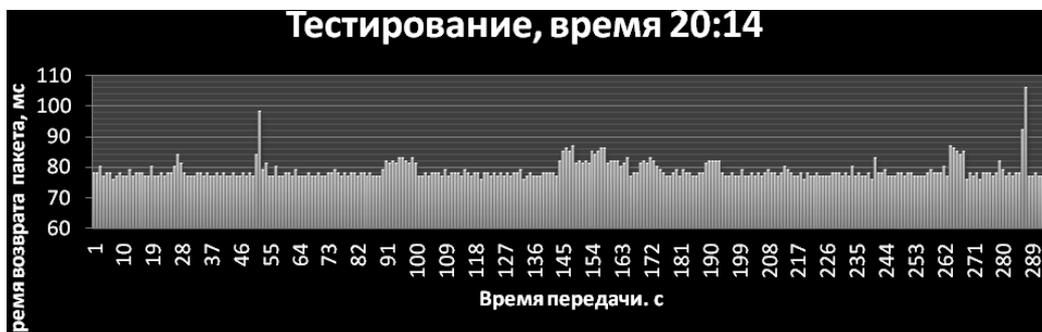


Рисунок 1.1

Тестирование проводилось вечером, в рабочий день, нагрузки не вводились, работали 2 хоста, в аудитории был включен свет, напряжение в сети 200,5 В.



Рисунок 1.2

Тестирование проводилось утром (начало рабочего дня). В сети подключено 2 хоста. Напряжение в сети 215,4В. Наблюдаются единичные всплески – реакция на включение световых источников на этаже.



Рисунок 1.3

Тестирование проводилось в обед. Время 13:30. Напряжение в сети 208,8В. Наблюдаются периодические всплески. В дальнейшем был определен вид внешнего возмущения – стройплощадка, использование оборудования для резки арматуры, электросварки; номинальная мощность 4кВт.



Рисунок 1.4

Тестирование проводилось в 11:24. Подключение дополнительной нагрузки в 2,5кВт (электрочайник + мкв. печь) в сети наблюдается понижение напряжения. Без нагрузок – 210В, с нагрузкой – 202,7В, передача стабильная.



Рисунок 1.5

Тестирование проводилось в 9:40. Подключение внешней нагрузки (кондиционер). Напряжение в сети 203,3В. Используются периодические включения, выключения света и нагрузки. Прием-передача стабилизировалась. Работа полного макета системы.

Методика тестирования производительности. Для исследования производительности сети было проведено три варианта тестирования.

Схема подключения теста №1 выглядела следующим образом:

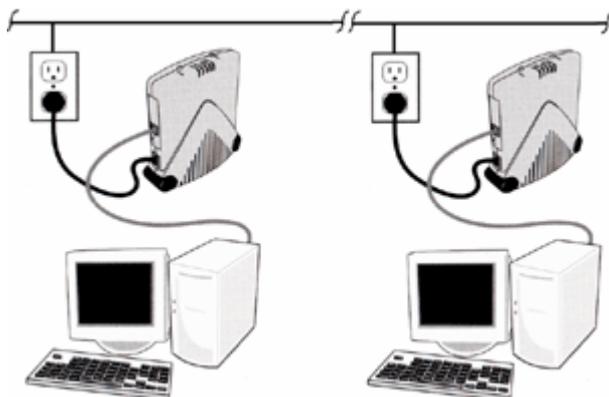


Рисунок 1.6 – Схема подключения теста №1

Два компьютера посредством устройств NeverWire14 через сеть электропитания образуют локальную сеть точка-точка. Точки подключения к сети ~220В располагаются на расстоянии 15 метров. Таким образом оценивается пропускная способность канала NeverWire ↔ сеть~220В ↔ NeverWire. Поскольку в тестировании в компьютерах используются сетевые карты 10/100Mbit/s, то они заведомо не могут быть узким местом канала и оказывать влияния на полосу пропускания.

Далее запускается генератор трафика на одной машине (PC1 → PC2) и снимаются показания средней скорости передачи и максимального значения скорости передачи. Тестирование проводилось как в режиме DSE, так и ASE. Таким образом проверяется режим half-duplex.

При тесте №2 схема включения использована прежняя. На обеих машинах запускаются генераторы трафика (PC1 → PC2 и PC2 → PC1) и снимаются их значения средней и максимальной скоростей передачи для режимов DSE и ASE. Таким образом, проверяется режим full-duplex.

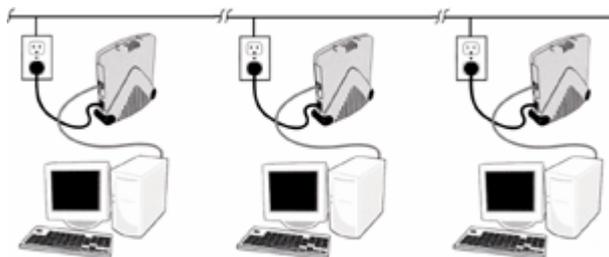


Рисунок 1.7 – Схема подключения теста №3

В тесте №3 в схему включения добавляется компьютер 3 с NeverWire14.

На каждой машине включается генератор трафика (PC1→PC2; PC2→PC3; PC3→PC1), снимаются их значения средней и максимальной скоростей передачи для режимов DSE и ASE.

Таким образом, проверяется режим, максимально приближенный к режиму работы крупной сети.

Для генерации трафика и снятия результатов использовался пакет iperf версии 1.7, а также приложение Commview версии 5.4. Каждый тест (продолжительностью 30 секунд) запускается 20 раз, после чего выбирался как лучший (по скорости) результат, так и усредненный. Параметры запуска Iperf:

- клиент: iperf -c \$IP -w 64K -l 24K -t 30
- сервер: iperf -s -m -w 64K -l 24K

Результаты тестирования производительности:

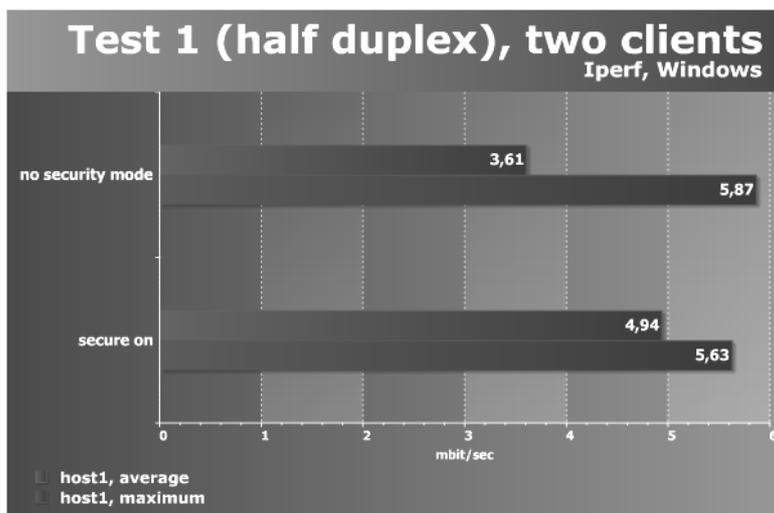


Рисунок 1.8 – Диаграмма test 1

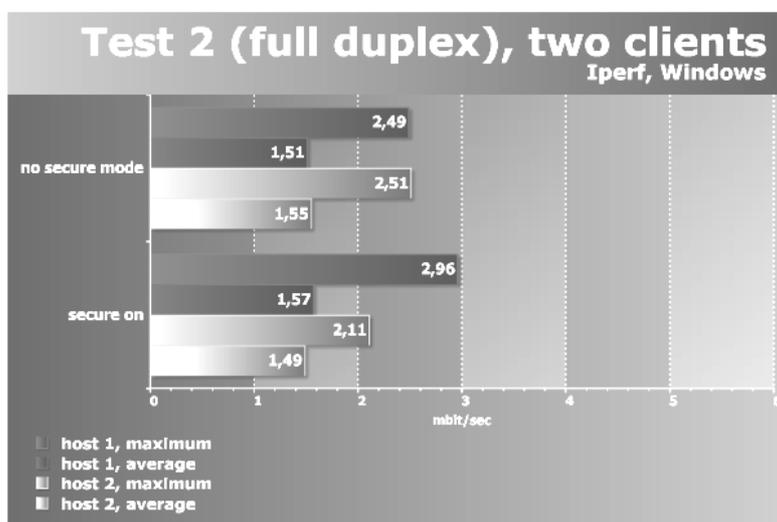


Рисунок 1.9 – Диаграмма test 2

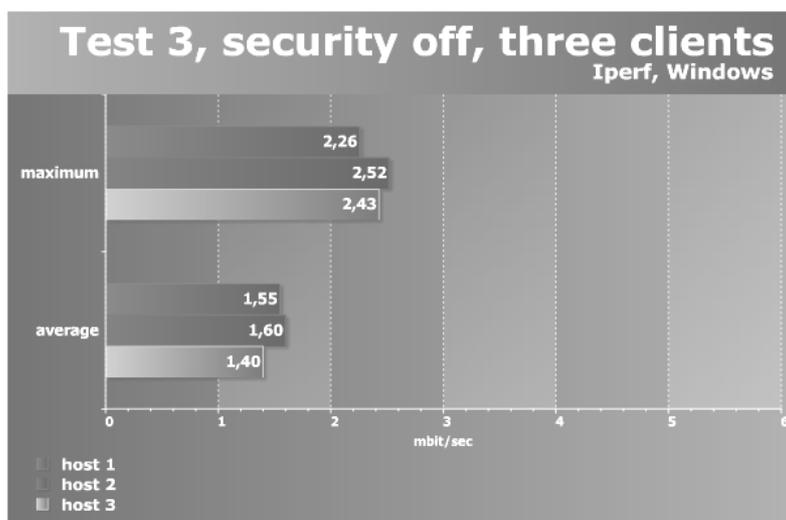


Рисунок 1.10 – Диаграмма test 3

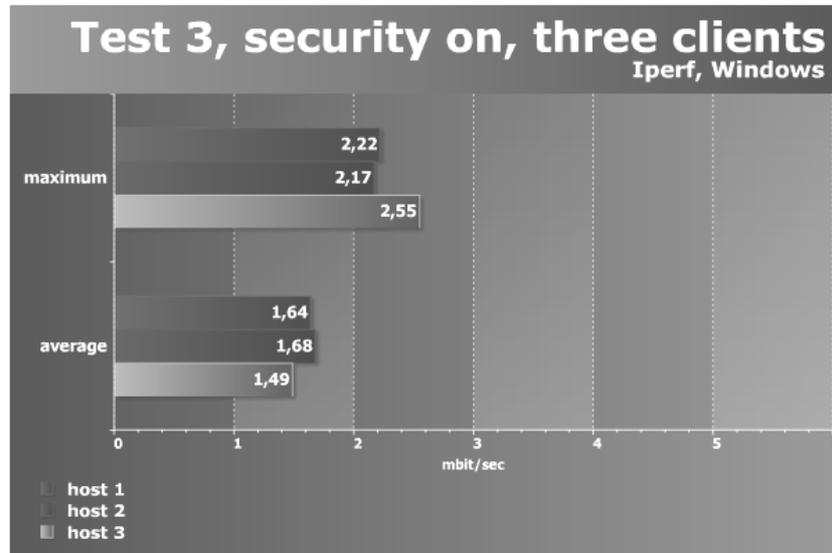


Рисунок 1.11 – Диаграмма test 3. Включение функции безопасности

Анализ полученных результатов. В первом тесте (в режиме полудуплекса: вещание только одним хостом) при максимальной возможной скорости в 10 Mbps устройство работает лишь на ~5 Mbps. Объяснить причину этого не представляется возможным. При этом включение режима Secure не повлияло отрицательно на результат, даже наоборот. Объяснить это можно тем, что для коммуникационной среды не важно, что передавать: открытые данные или зашифрованные, а блок шифрования в устройстве явно разработан на совесть и в итоговую производительность он своего отрицательного вклада не вносит. Это мы видим и в последующих тестах.

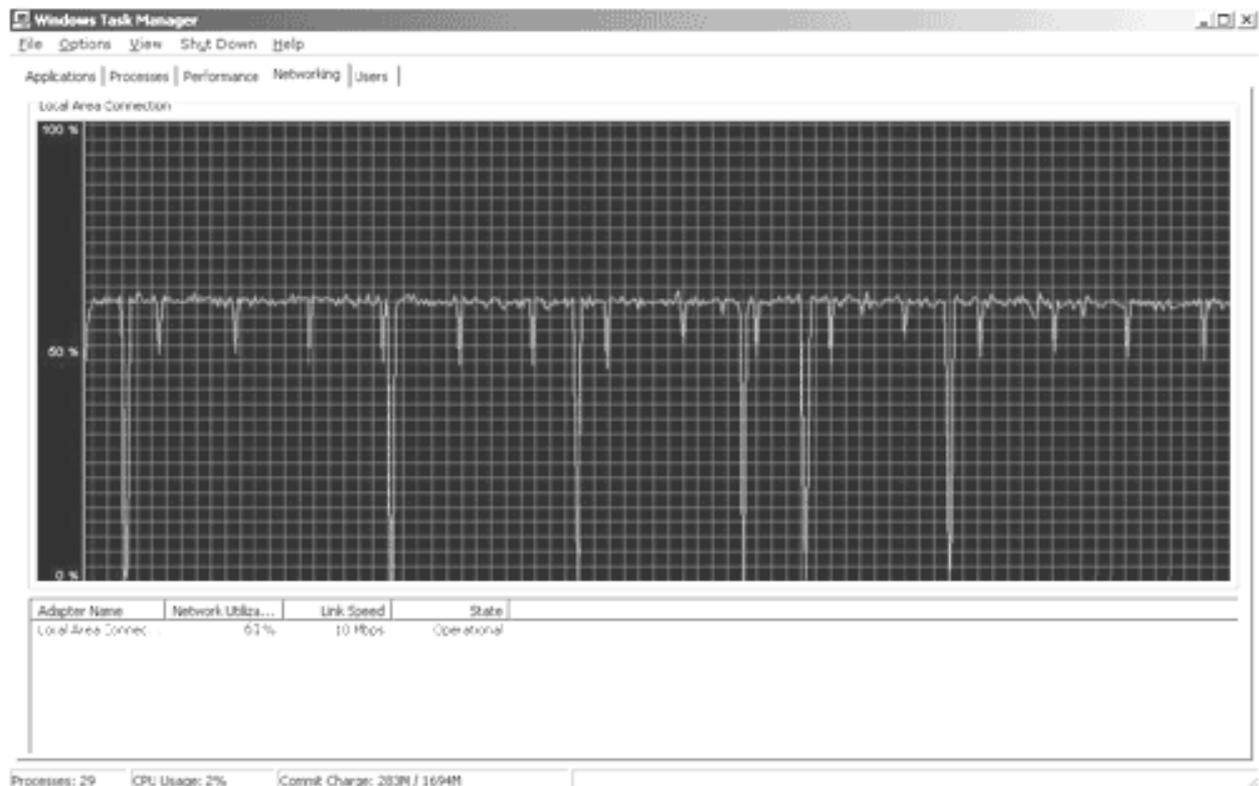


Рисунок 1.12 – Диаграмма загрузки сети

На графике загрузки сети четко прослеживаются моменты запуска очередного под-теста (из набора в 20 штук) в виде небольших периодичных провалов. Большими провалами отмечены сильные всплески в сети ~220В, которые «являются нормой» в наших электросетях.

Во втором тесте (в режиме дуплекса: вещание только 2 хостами) пиковая скорость каждого хоста упала в 2 раза (это нормально: в сумме скорость перекачки в сети ~5 Mbps), средняя суммарная скорость передачи по сети снизилась ($1,5+1,56 = 3,06$ Mbps против 4,94 Mbps из 1 теста в режиме без шифрования, и $1,55+1,49 = 3,04$ Mbps против 5,6 Mbps из первого теста в режиме с шифрованием). Объясняется присутствием эффекта коллизий в сети на основе «общей шины», нормальное объяснимое явление.

Третий тест, максимально точно (насколько возможно в наших условиях) моделирующий реальную работу сети. Скорости – и пиковые, и средние – остались у каждого хоста на том же порядке, что и в предыдущем тесте. Однако в сети уже 3 хоста, а не 2. В итоге загрузка сети выглядит так: $1,55+1,6+1,4 = 4,5$ Mbps против 3,06 Mbps из теста №2 без шифрования и $1,63+1,68+1,49 = 4,8$ Mbps против 3,04 Mbps из теста №2 в режиме шифрования. Здесь же подтверждается и качество модуля шифрования в устройствах, работа которого не влияет отрицательно на конечную скорость передачи.

Выводы. Устройство явно не вытягивает работу на полной скорости 10 Mbps (имеется ввиду скорость передачи одним устройством), однако позволяет с арифметической прогрессией наращивать суммарную скорость передачи в сети до 14 Mbps. При этом хочется отдельно повторить о том явлении, что включение режима Secure (шифрование трафика по Des 56-bit) не сказывается отрицательно на скорости передачи.

Достоинства:

- быстрота и простота разбиения сети без необходимого развертывания (Структурированной) Кабельной Системы;

- поддержка до 16 устройств NeverWire14 для создания единой сети с неограниченным количеством подключаемых компьютеров при использовании концентраторов/коммутаторов;

- наличие режима шифрования трафика по DES с 56-битным ключом, предотвращающим несанкционированное подключение дополнительного блока NeverWire14 для прослушивания трафика;

- качество работы модуля шифрования, не влияющего на итоговую скорость передачи;

- стоимость (на момент исследования 110 у.е. за QX-201) незначительно выше в сравнении со стоимостью при развертывании СКС (а в некоторых случаях и значительно ниже, если учесть затраты на разработку проекта по развертыванию СКС, затратами на материалы и работу), однако мобильность при перемещении мобильного компьютера с NeverWire14 по этажу или зданию и возможности мгновенного доступа к локальной сети быстро оплатят эти затраты.

Недостатки:

- работа сети возможна только при условии отсутствия между устройствами NeverWire14 трансформаторов и/или сетевых фильтров, которые отсекают высокочастотную составляющую сигнала и при нахождении устройств на одной фазе 3-х фазной электросети;

- необходимо иметь в каждом компьютере сетевой адаптер с актуальными сетевыми настройками;

- отмечено влияние фоновых наводок на устройство, в частности, при тестировании с использованием компьютера при расположении устройства рядом с открытым корпусом компьютера скорость передачи резко падала, но при удалении на 0.5 метра от корпуса – влияние наводок резко уменьшалось. При этом данное явление было замечено лишь одним компьютером.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 PUA. White paper report on PLC. PLC FORUM. 2004
- 2 Zimmerman M., Dostert K. An Analysis of the Broadband Noise Scenario in Powerline Networks. Karlsruhe, 2001.
- 3 Goldberg G. EMC PROBLEMS OF POWER LINE COMMUNICATION (PLC) SYSTEMS. 2001
- 4 Luis F. Montoya, IEEE Member, University of Florida, Gainesville, Florida. Power Line Communications. Performance Overview of the Physical Layer of Available protocols.

REFERENCES

- 1 PUA. White paper report on PLC. PLC FORUM. 2004
- 2 Zimmerman M., Dostert K. An Analysis of the Broadband Noise Scenario in Powerline Networks. –Karlsruhe, 2001.
- 3 G. Goldberg. “EMC PROBLEMS OF POWER LINE COMMUNICATION (PLC) SYSTEMS”. 2001
- 4 Luis F. Montoya, IEEE Member, University of Florida, Gainesville, Florida. Power Line Communications. Performance Overview of the Physical Layer of Available protocols.

Резюме

Г. Д. Мусапирова, А. С. Тергеусізова

(Алматы энергетика және байланыс университеті)

ТӨМЕНГІ ВОЛЬТТЫ PLC ЖҮЙЕЛЕРІНДЕГІ КЕДЕРГІЛЕР ӘСЕРІН ЗЕРТТЕУ

Төменгі вольтты электр желілерінде ақпаратты жіберу кезінде желіге әртүрлі электр құрылғыларының қосылуына байланысты аддитивті шулар пайда болуы мүмкін. Бұл мақалада NewerWire 14 желілік көпірін қолданып ақпарат жіберген кездегі зерттеулер нәтижесі келтірілген. Зерттеу нәтижесінде әр уақыт кезеңінде ақпарат жіберу жылдамдығына кедергілердің әсері алынған.

Кілт сөздер: желілік көпір, электр желісі, жүктеме, сыртқы кедергілер, жіберу жылдамдығы.

Summary

G. D. Musapirova, A. S. Tergeusizova

(Almaty University of Power Engineering & Telecommunication)

STUDY OF THE EFFECT OF NOISE IN LOW VOLTAGE PLC NETWORKS

In the low-voltage electrical transmission networks with additive noise can occur, by connecting various electrical appliances. This article presents the results of a study conducted in the transmission of information using a network bridge NewerWire 14. The study investigated the effect of noise at different time intervals, the rate of information transfer.

Keywords: network bridge, electrical network, load, external disturbances, the transmission rate.

Поступила 27.02.2013 г.

Б. К. АСИЛБЕКОВ¹, Н. Т. КАРЫМСАКОВА²

¹Казахстанско-Британский технический университет, г. Алматы;

²Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы)

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЙ НЕФТИ ИЗ НИЗКОПРОНИЦАЕМОГО ПЛАСТА С ВОДОЙ РАДИАЛЬНЫМИ ВЫСОКОПРОНИЦАЕМЫМИ КАНАЛАМИ

Аннотация

В данной работе исследованы механизмы вытеснения нефти из низкопроницаемого пласта с водой радиальными высокопроницаемыми каналами, созданные технологией радиального бурения для повышения продуктивности скважины. Получены кривые распределения дебита, обводненности и объема накопленной нефти скважины и анализированы.

Ключевые слова: радиальное бурение, вытеснение, численный метод, дебит, моделирование, высокопроницаемый канал.

Кілт сөздер: радиалды бұрғылау, ығыстыру, сандық әдіс, дебит, үлгілеу, жоғарыөткізгішті канал.

Keywords: radial drilling, displacement, numerical method, flow rate, modeling, high permeable channel.

Исследование вытеснений нефти с водой с вертикальными и горизонтальными скважинами приведено во многих работах таких, как [1-8].

Коэффициент охвата залежей вытеснением – один из основных показателей эффективности систем разработки нефтяных месторождений. Для его определения существует различные методики: определение коэффициента охвата на основе построения и анализа карт зональных интервалов с учетом доли непрерывной части пласта, вероятно-статический метод на основе использования геолого-статических разрезов и произведения коэффициентов, учитывающих неоднородность пласта по проницаемости, его прерывистость, потери нефти в стягивающих и разрезающих рядах, с помощью эмпирических формул и т.д. [2]. Поэтому проведение и анализ расчетов по увеличению коэффициента охвата вытеснением являются актуальной задачей. Коэффициент охвата вытеснением определяется как отношение нефтенасыщенного объема продуктивного пласта, охваченного процессом вытеснения, ко всему нефтенасыщенному объему пласта в выбранном условном расчетном контуре. Этот коэффициент показывает полноту возможной выработки подвижных запасов при принятой системе разработки данного эксплуатационного объекта и характеризует предельную технологическую эффективность системы разработки без учета технико-экономических ограничений.

В работе [2] предлагается прямой расчет коэффициента охвата вытеснением, для этого выделяет необходимые расчеты, как выделение дренируемых и недренируемых ячеек в гидродинамической модели, расчет нефтенасыщенные объемы в дренируемых и недренируемых ячейках, определение дренируемых и недренируемых запасов, плотность их распределения для построения соответствующих карт.

Коэффициент охвата вытеснением можно увеличить, применяя скважины радиальными каналами, которые радиальные каналы из существующей скважины или в новых скважинах пробурены технологией радиального бурения. Моделирование работы скважин с радиальными каналами рассмотрено в работе [9]. Но в этой работе скважины с радиальными каналами использованы для разработки пласта с подошвенной водой, построена численная модель и алгоритм расчета.

На рисунке 1 показан контур нефтяного месторождения со скважинами (маленькие кружки) без радиальных каналов (а) и с радиальными каналами (б). Большими кружками (рисунок 1а) выделены зоны дренирования скважин без радиальных каналов, а фигурами типа эллипс выделены зоны дренирования скважин с радиальными каналами (б).

Нефтяное месторождение разрабатываются традиционным методом – вытеснение нефти с водой. Предполагается, что нефтенасыщенные коллекторы рассматриваемого месторождения имеет низкие фильтрационные характеристики, т.е. проницаемость этих коллекторов очень низкие

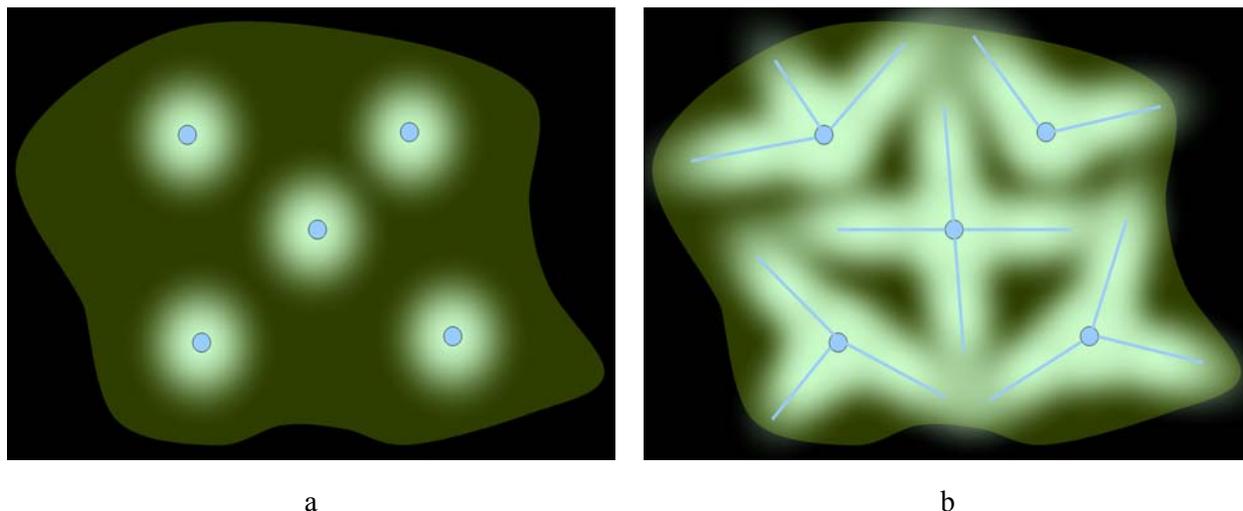


Рисунок 1 – Вид нефтяного месторождения (вид сверху) со скважинами (маленькие кружки) без радиальных каналов (а) и с радиальными каналами (б)

(≈ 1 мД). Предполагается, что на скважинах (на нагнетательных и добывающих) уже пробурены несколько радиальных высокопроводимых каналов с помощью технологий радиального бурения. Преимуществами этих радиальных каналов являются увеличение приемистости нагнетательных скважин, продуктивности добывающих скважин, зоны дренирования. Рассматриваем четыре варианта разработки месторождений, первый – вытеснение нефти без радиальных каналов (рисунок 2а), второй – вытеснение с радиальными каналами (рисунок 2б). Все остальные характеристики скважины и пласта одинаковые. На рисунках треугольниками обозначены нагнетательные скважины, а круглыми – добывающие скважины. Жирными линиями обозначены радиальные каналы. Ширина этих радиальных каналов 50 мм, а длина в зависимости от размеров рассматриваемого блока достигает до 150 м. Нашей задачей является исследовать процесс вытеснения нефти из низкопроводимого блока в радиальный канал, оценить эффективности работы радиальных каналов в процессе вытеснения нефти водой. Граничными условиями являются непроницаемость границ расчетного блока.

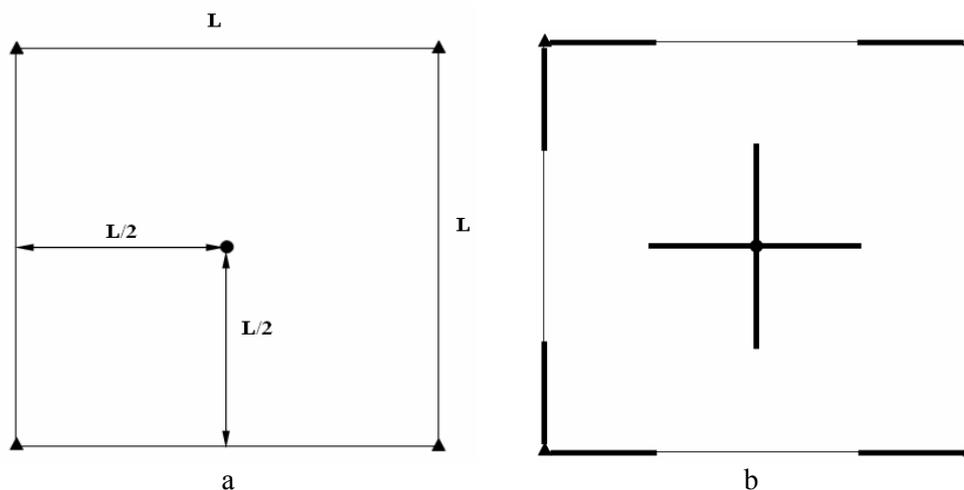


Рисунок 2 – Схема расчетного блока с пятиточечным расположением скважины с радиальными каналами при вытеснении нефти водой: а) – расположения скважин без каналов; б) – радиальные каналы пробурены и в нагнетательных, и в добывающих скважинах

Будем рассматривать процесс фильтрации двухфазной жидкости, состоящей из воды и нефти, сквозь пористую среду. Пласт считается неоднородным и тонким, что позволяет исследовать поставленную задачу в двумерной постановке.

Граничными условиями являются для давления – непроницаемость, а для насыщенности воды – равенство нулю нормальной производной.

На поверхности раздела областей ставятся условия сопряжения, т.е. нормальная составляющая скорости и давление непрерывны.

Результаты численных расчетов и их обсуждение

Для численных расчетов использовались следующие параметры: депрессия на нагнетательной и добывающей скважине изменилась от 0,1 до 1 МПа, проницаемость низкопроницаемого пласта – $3 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2$, проницаемость радиального канала менялась от $3 \cdot 10^{-12}$ до $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$, длина и ширина рассматриваемой области фильтрации – 100 м (расстояние от линии нагнетательных и добывающих скважины – 50 м), вязкость нефти и воды $4 \cdot 10^{-3}$ и $1 \cdot 10^{-3}$ Па·с соответственно, ширина радиального канала – 50 мм, длина – менялась от 12,5 до 25 м. Нагнетательная скважина находится в левом нижнем угле области, а добывающая скважина – в правом верхнем угле рассматриваемой области.

Для выяснения механизмов вытеснения нефти из пласта в радиальный высокопроводимый канал проведена серия численных расчетов сравнительно с традиционным способом вытеснения, т.е. когда в скважине не пробурены радиальные каналы. Расчеты проведены при различных значениях безразмерных параметров, таких как соотношения проводимостей k радиального канала и низкопроводимого продуктивного пласта, соотношения длины радиальных каналов lf и размеров рассматриваемого пласта, отсчитанные от ствола скважины. Результаты численных расчетов для этого случая представлены ниже на рисунках 3, 4.

На рисунок 3 показано изменение дебита нефти на скважине без радиальных каналов и с радиальными каналами по времени при различных значениях соотношения проводимостей и длины каналов. Значения соотношений проводимостей меняется в диапазоне $k = 10-1000$, а отношение длины каналов к размерам пласта – $lf = 0,25-0,50$.

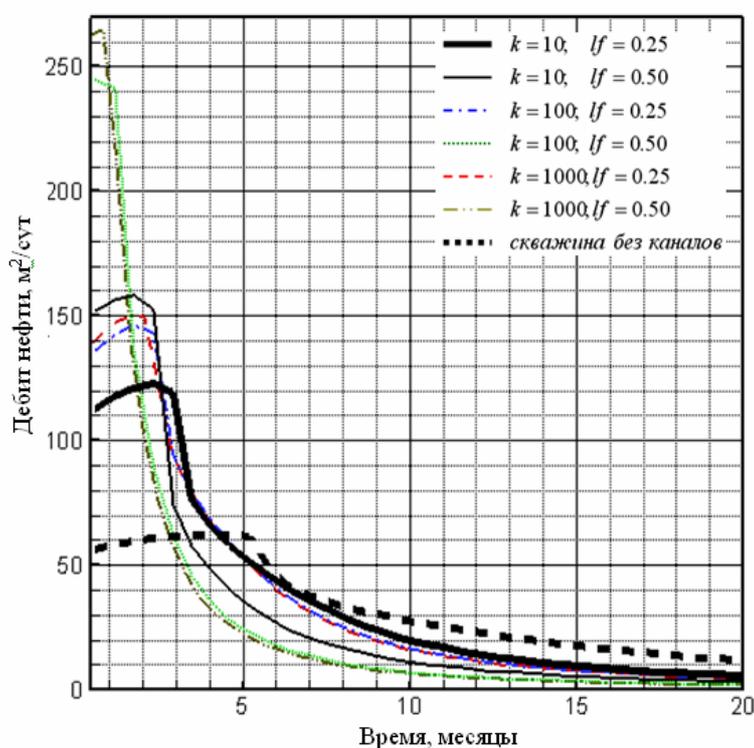


Рисунок 3 – Изменение дебита нефти скважины с и без радиальных каналов во времени, когда радиальные каналы пробурены и в нагнетательных, и в добывающих скважинах

Как видно из рисунка 3 дебиты скважины с радиальными каналами по сравнению скважины без радиальных каналов намного больше.

На рисунок 4 показано изменение объема накопленной нефти в скважине с радиальными каналами при различных значениях безразмерных параметров задачи и скважине без радиальных каналов со временем.

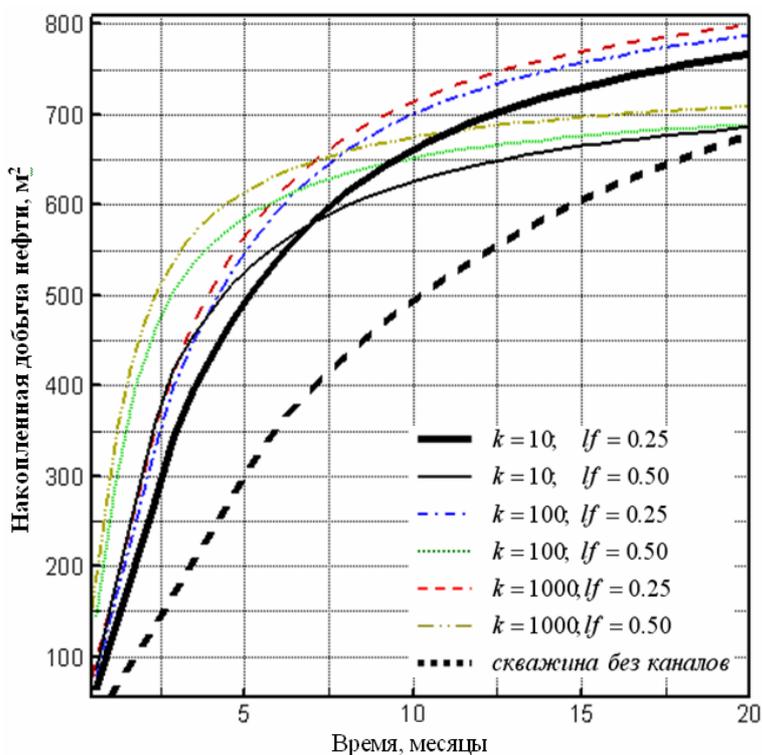


Рисунок 4 – Изменение объема накопленной нефти скважины с и без радиальных каналов во времени, когда радиальные каналы пробурены в нагнетательных, и в добывающих скважинах

Также видно, что, если увеличить отношений длины канала при различных значениях безразмерной проводимости, то с увеличением времени разработки графики объема накопленной нефти приближаются к графику соответствующей скважины без радиальных каналов. Но при таких условиях в первых моментах разработки можно быстро добывать больше нефти. Отсюда можно заключить, чтобы добывать больше нефти за короткое время, нужно пробурить радиальные каналы с проводимостью превышающей 100–1000 раз проводимости низкопроводимого пласта и длиной, которой охватывают половину длины пласта.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. – Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1988. – 165 с.
- 2 Костюченко С.В. Прямой расчет текущего коэффициента охвата вытеснением при геолого-гидродинамическом моделировании. Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений, 2006. – С. 112-115
- 3 Алишаев М.Г., Розенберг М.Д., Теслюк Е.В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений / Под ред. Г. Г. Вахитова. – М.: Недра, 1985. – 271 с.
- 4 Дробышев В.И., Литвиненко С.А. Алгоритм решения задачи двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей в двумерной постановке // Сибирский журнал индустриальной математики. – Т. X, № 3(31). – 2007. – С. 37-42.
- 5 Таранчук В.Б. Численный метод определения давления и насыщенности при плоско-радиальном вытеснении нефти водой. Численные методы механики сплошной среды. – Т. 5, № 3. – Новосибирск, 1974. – С. 88-95.
- 6 Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – 290 с.
- 7 Faruqi S.A. Finite difference modeling of oil recovery by waterflooding using horizontal well injectors: A dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy. – Texas University. December, 1998. – P. 147.
- 8 Westermarck R.V., Dauben D., Robinowitz S., Weyland H.V. Enhanced oil recovery with horizontal waterflooding. – SPE 89373. – 2004.
- 9 Асилбеков Б.К. Моделирование повышения нефтеотдачи пласта способом радиального бурения: Дис. доктора философии (PhD) в области механики по специальности «Механика жидкости, газа и плазмы». – Алматы, 2009. – С. 77.

REFERENCES

- 1 Kononov A.N. Zadachi fil'tracii mnogofaznoj neszhimaemoj zhidkosti. – Novosibirsk: Nauka, Sibirskoe otdelenie, 1988. – 165 s.
- 2 Kostjuchenko S.V. Prjamoy raschet tekushhego koeficienta ohvata vytesneniem pri geologo-gidrodinamicheskom modelirovanii. Razrabotka i jekspluatacija neftjanyh mestorozhdenij, 2006. – S. 112-115
- 3 Alishaev M.G., Rozenberg M.D., Tesljuk E.V. Neizotermicheskaja fil'tracija pri razrabotke neftjanyh mestorozhdenij / Pod red. G. G. Vahitova. – M.: Ne-dra, 1985. – 271 s.
- 4 Drobyshevich V.I., Litvinenko S.A. Algoritm reshenija zadachi dvuhfaznoj fil'tracii neszhimaemyh zhidkostej v dvumernoj postanovke // Sibirskij zhurnal industrial'noj matematiki. – T. H, № 3(31). – 2007. – S. 37-42.
- 5 Taranchuk V.B. Chislennyj metod opredelenija davlenija i nasyshhennosti pri plosko-radial'nom vytesnenii nefti vodoj. Chislennye metody mehaniki sploshnoj sredy. – T. 5, № 3. – Novosibirsk, 1974. – S. 88-95.
- 6 Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Teorija nestacionarnoj fil'tra-cii zhidkosti i gaza. – M.: Nedra, 1972. – 290 s.
- 7 Faruqi S.A. Finite difference modeling of oil recovery by waterflooding using hori-zontal well injectors: A dissertation for the Degree of Doctor of Philosophy. – Texas University. December, 1998. – P. 147.
- 8 Westermarck R.V., Dauben D., Robinowitz S., Weyland H.V. Enhanced oil recov-ery with horizontal waterflooding. – SPE 89373. – 2004.
- 9 Asilbekov B.K. Modelirovanie povyshenija nefteotdachi plasta sposobom radial'nogo burenija: Dis. dokt.ora filosofii (PhD) v oblasti mehaniki po special'nosti «mekhanika zhidkosti, gaza i plazmy. – Almaty, 2009. – S. 77.

Резюме

Б. К. Асылбеков¹, Н. Т. Қарымсақова²

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы;
²Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы)

ТӨМЕНГІ-ӨТІМДІ ҚАБАТТАН РАДИАЛДЫ СУМЕН ЖОҒАРҒЫ-ӨТІМДІ АРНАЛАРҒА
МҰНАЙДЫ ЫҒЫСТЫРУ ҮДЕРІСІН ЗЕРТТЕУ

Бұл жұмыста төменгі өтімді қабаттан радиалды сумен жоғарғы-өтімді арналарға мұнайды ығыстыру үдерісін зерттеу нәтижесінде, мұнай ұңғымаларының өнімділігін арттыру үшін радиалды бұрғылау әдісі қолданылады. Мұнай ұңғымаларының жиналған көлемі мен сумен қоршалған, қисық орналасқан дебиті алынып, талдау жасалынды.

Кілт сөздер: радиалды бұрғылау, ығыстыру, сандық әдіс, дебит, үлгілеу, жоғарыөткізгішті канал.

Summary

B. K. Assilbekov¹, N.T. Karymsakova²

¹Kazakh-British Technical University, Almaty;
²Almaty University of Power Engineering & Telecommunications, Almaty)

STUDY OF OIL DISPLACEMENT PROCESS FROM THE LOW-PERMEABILITY WATER SHELF
BY THE RADIAL HIGH-PERMEABLE CHANNELS

In this paper we study the mechanisms of displacement of oil from the low-permeability water shelf by the radial high permeability channels, created by radial drilling technology, to increase the productivity of the well. The curves of the distribution of flow rate, water content and volume of accumulated oil wells and analyzed, were obtained.

Keywords: radial drilling, displacement, numerical method, flow rate, modeling, high permeable channel.

Поступила 3.04.2013г.

А. А. БАЙМУХАМЕТОВ, Н. И. МАРТЫНОВ,
М. А. РАМАЗАНОВА, А. Г. ТАНИРБЕРГЕНОВ, А. А. ЧУПРАСОВ

(Институт механики и машиноведения им. У. А. Джолдасбекова МОН РК, г. Алматы)

НЕФТЕГАЗОВЫЕ КОЛЛЕКТОРЫ В УСЛОВИЯХ СОЛЯНОКУПОЛЬНОЙ ТЕКТОНИКИ

Аннотация

Разработанная методика оценки зон возможных нефтегазовых ловушек количественно подтвердила, что формирование соляных диапиров приводит к образованию известных на практике нефтегазовых ловушек в прилегающих областях. Показано, что углеводородные резервуары привязаны к зонам с повышенными температурными градиентами.

Ключевые слова: соляные диапиры, нефтегазовый коллектор, компьютерное моделирование, термоградиент.

Кілт сөздер: тұзды диапир, мұнайгаздық коллектор, компьютерлік үлгілеу, термоградиент, кернеулі-өзгерулі күй.

Keywords: salt diapir, oil and gas collector, computer modeling, thermogradient, stress-strain state.

1. Введение. Изучение формирования солянокупольных структур и мантийных диапиров имеет большое научное и практическое значение, поскольку с последним связано распределение месторождений нефти и газа, а также полезных ископаемых в земной коре. Кроме того, соляные структуры используются в качестве подземных хранилищ нефти и газа, а также «хранилищ-консерваторов» термоядерных отходов.

Модель релей-тейлоровской неустойчивости, учитывающая инверсию плотностей горных пород и основанная на базовых уравнениях ползущих течениях Стокса неоднородной несжимаемой жидкости, позволяет с помощью компьютерного моделирования не только оценить характерное время формирования соляного диапиризма, но и дать развернутую во времени количественную оценку основных параметров этого процесса, что другими методами затруднительно.

В Казахстане многие задачи солянокупольной тектоники были поставлены академиком Ж. С. Ержановым, и под его руководством решен ряд задач его учениками. Были разработаны и обоснованы несколько численных методов, позволяющих корректно проследить эволюцию поверхности раздела слоев вплоть до образования соляных линз. Численное моделирование позволило провести детальный анализ механизма формирования солянокупольных структур, выявить закономерности и особенности их формирования, описать ее фазы развития и вид основных характеристик в зависимости от различных физико-геометрических параметров среды. В [1] подведен итог этих многолетних исследований.

В работах [2, 3] показана возможность существования мелкомасштабной тепловой конвекции в верхних горизонтах земной коры. Последняя оказывает существенное влияние на распределение и формирование соляных диапиров в осадочном чехле.

В настоящем исследовании обобщены результаты [4, 5]. Проанализированы результаты численного моделирования напряженно-деформируемого состояния осадочного комплекса и подсолевого ложа, формирования нефтегазовых ловушек. Показано, что нефтегазовые ловушки приурочены к зонам с повышенными термическими градиентами. В целях упрощения изложения авторы ограничились двумерной моделью.

2. Математическая модель и ее реализация. Система уравнений, описывающая движения вязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести и перенос тепла, имеет вид:

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho V_k \frac{\partial V_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho g_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho V_k) = 0, \quad (3)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \sigma_{ik} \dot{\varepsilon}_{ik}, \quad (i, k = 1, 2) \quad (4)$$

Здесь σ_{ik} – девиатор напряжений; $\dot{\varepsilon}_{ik}$ – тензор скоростей деформации; P – давление; V_k – компоненты скорости; g_i – компоненты ускорения силы тяжести; ρ – плотность; C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; k – коэффициент теплопроводности; T – абсолютная температура.

Система уравнений (1)-(4) замыкается реологическим соотношением, связывающим тензор напряжений и тензор скоростей деформаций, а также уравнением состояния, отражающим зависимости плотности и вязкости от температуры и давления. Из результатов работ [6,7] следует, что в верхних горизонтах земной коры плотность и динамическая вязкость практически не зависят от давления, а их величины определяются значением абсолютной температуры. С высокой степенью точности жидкость можно принять ньютоновской. В качестве уравнения состояния для плотности принимается линейное соотношение:

$$\rho = \rho^* (1 - \alpha(T - T_*)), \quad (5)$$

где ρ^* – невозмущенная плотность, зависящая от химического состояния материала или плотности при температуре T_0 . Кроме того, сохраняется динамическая вязкость локальной жидкой частицы:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\mu V_k) = 0. \quad (6)$$

Далее воспользуемся приближением Буссинеска: зависимость плотности от температуры учитывается только в выражении для архимедовой силы в уравнении импульса (1). Коэффициенты k , C_p , α приняты постоянными во всей области и равными их средним значениям для горных пород: $k = 2,4$ Вт/(м·С⁰), $C_p = 1,1$ кДж/кг·С⁰, $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$ С⁰⁻¹. В приведенных ниже расчетах плотности осадочного чехла и подсолевого ложа полагались равными: $\rho_1 = \rho_3 = 2,6$ г/см³; галита – $\rho_2 = 22$ г/см³. Кроме того, ось Ox_1 выбрана вертикальной вверх, а T_* полагалась равной нулю (по Цельсию).

Обозначим характерные параметры с индексом нуль. Положим $\rho_0 = \rho_1$, $\mu_0 = \mu_1 = \rho_1 \nu_1$. За характерную скорость и время примем: $u_0 = k/H_0 \rho_0 C_p$, $t_0 = H_0/u_0$. Здесь H_0 – характерный размер области. Отнесем давление к $p_0 = \rho_0 g H_0$, а температуру к T_0 . Тогда система уравнений в безразмерных переменных запишется в виде:

$$0 = -Ra \frac{\partial p}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial V}{\partial x_1} \right) \right\}. \quad (7)$$

$$0 = -Ra \left(\frac{\partial p}{\partial x_2} + \rho^* (1 - \alpha_0 T) \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial V}{\partial x_1} \right) \right\} + 2 \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x_2} \right). \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_2} = 0. \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + u \frac{\partial \rho^*}{\partial x_1} + V \frac{\partial \rho^*}{\partial x_2} = 0. \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + u \frac{\partial \mu}{\partial x_1} + V \frac{\partial \mu}{\partial x_2} = 0, \quad (\mu = \rho^* \nu). \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x_1} + V \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho^*} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) + Di \nu \left(2 \left(\frac{\partial u}{\partial x_1} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial V}{\partial x_1} \right)^2 \right). \quad (12)$$

Здесь u , V – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости, соответственно; $\alpha_0 = \alpha T_0$; число Релея $Ra = gH_0^3 \rho_0 C_p / (v_0 k)$; число Прандтля $Pr = v_0 \rho_0 C_p / k$; безразмерный параметр диссипации $Di = v_0 k / (T_0 H_0^2 C_p^2 \rho_0)$. Число Прандтля входит множителем Pr^{-1} в левую часть безразмерных уравнений импульса (7), (8). При характерном перепаде температур $T_0 = 300$ °C имеет порядок 10^{23} , поэтому левые части уравнений (7), (8) можно положить равным нулю. Число Релея Ra имеет порядок 10^4 , а $Di \approx 10^{-6}$.

В работе [8] показано, что при малых скоростях можно пренебречь диссипацией, но из методических соображений при разработке численного метода он был оставлен. К системе уравнений (7)–(11) добавляются начальные и граничные условия. При $t = 0$ задаются распределения ρ , μ и температуры T . Граничные условия могут быть разнообразными. В данном исследовании на боковых стенках ставились условия скольжения (или прилипания), а на верхней и нижней стенках – условия прилипания. Кроме того, на нижней стенке задавалась температура $T(x)$, а на верхней стенке температура полагалась равной нулю.

Для расчета чисто динамической задачи формирования соляных структур авторами был разработан и реализован численный метод [1]. В тепловой задаче (7)–(12) в уравнениях импульса добавляется член, пропорциональный температуре, и уравнение (12), выражающее баланс энергии с соответствующими граничными и начальными условиями. Поэтому алгоритм расчета динамической части остается прежним (в дискретных уравнениях импульса добавляется архимедова сила, связанная с температурой, которая определяется в центре ячейки). Уравнение энергии аппроксимировано неявной абсолютно устойчивой схемой переменных направлений, которая реализуется продольно-поперечной немонотонной прогонкой. При этом конвективные члены в левой части уравнения (12) аппроксимировались схемой против потока, гарантирующей ее монотонность.

Реализация разностной начально-краевой задачи (7)–(12) проводится следующим образом. При $t = 0$ известны начальные значения плотности, динамической вязкости и температуры, по которым вычисляются объемные силы в уравнениях импульса. Разрешается разностный аналог уравнений (7)–(11), позволяющий определить значения компонент скорости и давления в начальный момент времени, а также распределение вязкостей и плотностей на первом временном слое. Разрешается разностный аналог уравнения (12), который дает распределение температуры по пространству на первом временном шаге. Затем процесс повторяется, и вычисления проводятся до необходимого временного слоя.

3. Расчет напряженно-деформированного состояния. На фоне гидростатического давления, обусловленного залеганием слоёв горных пород, процесс формирования соляного диапиризма происходит за счет изменения во времени напряженно-деформируемого состояния слоёв горных пород и сопровождается образованием повышенных и пониженных зон концентраций напряжений и деформаций. Каменная соль (галит) представляет собой достаточно пластичный материал. Осадочный чехол и подсолевое ложе являются хрупкими горными породами, механизмом разрушения которых являются хрупкое растрескивание (разрушение), сопровождающееся дилатансией.

Именно благодаря тому, что горные породы обладают хрупким разрушением, в зонах повышенных концентраций напряжений происходит разрушение с образованием порового пространства, снимаются избыточные напряжения. В результате образуются локальные зоны пониженных напряжений (нефтегазовые ловушки), куда и мигрируют находящиеся в пластах горных пород углеводороды. Для соляных куполов нефтегазовые ловушки формируются в областях их крыльев (надкрылового и подкрылового пространства), а также в области подкупольного пространства подсолевого ложа, что было обнаружено глубинным бурением соляных диапиров.

При расчете на прочность горных пород обычно используется критерий прочности, достаточный для практики, который гласит: если девиатор касательных напряжений τ меньше определенного предела τ_{np} , то разрушение горной породы не происходит; если девиатор касательных напряжений τ больше или равен τ_{np} , то происходит разрушение горной породы. Для плоской деформаций он выглядит так:

$$\tau = \sqrt{(\sigma_{22} - \sigma_{11})^2 + 4\sigma_{12}^2} \leq \tau_{np}$$

Заметим, что $\tau_{np} \ll \tau_T = 0,1G$, где τ_T – теоретическая прочность при сдвиге, G – модуль сдвига верхнего горизонта земной коры. Условие $\tau_{np} \ll \tau_T = 0,1G$ связано с тем, что в кристаллических твердых телах имеются дефекты – дислокации, трещины и их комбинации, что и понижает практический предел прочности горных пород относительно теоретического.

Поэтому схема расчета была принята следующей. Сначала численным моделированием определяется поле давлений, скоростей и температуры. Затем численным дифференцированием (через центральные разности на разнесенных сетках) строились поля напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} и τ . Выделялись зоны повышенных концентраций девиатора касательных напряжений и по ним определялись наиболее вероятные зоны нефтегазовых ловушек. Для изотропного упругого (вязкого) тела тензоры напряжений и деформаций (тензоры скоростей деформации) соосны. Поэтому зонам повышенных или пониженных напряжений соответствуют зоны повышенных или пониженных компонент тензора деформаций (тензора скоростей деформаций). Следовательно, достаточно выделить зоны концентраций напряжений. Схема расчета пространственной модели аналогично плоской (с соответствующим пересчетом девиатора касательных напряжений для пространственного случая). В данном исследовании авторы ограничились рассмотрением плоской модели с выделением нефтегазовых ловушек на основе оценки зон, где максимален девиатор касательных напряжений.

4. Результаты численного моделирования. В 4.1 приводится расчет эволюции соляного купола без учета влияния температуры для трехслойной модели. В 4.2 приводится расчет с учетом влияния температуры для двух- и трехслойной моделей.

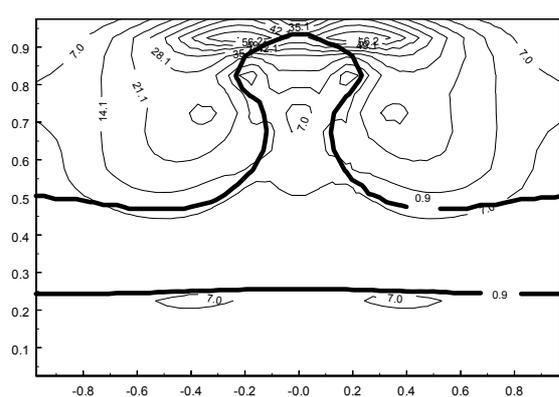
4.1. Чисто динамическая модель. На рисунках 1а-в показано чисто динамическое формирование соляного диапира для трехслойной модели. На них же нанесены изолинии девиаторов касательных напряжений. На всех границах расчетной области задавалось условие прилипания. Такой процесс описывается безразмерной системой уравнений (7)-(11), в которой необходимо положить $T \equiv 0$, $\rho \equiv \rho^*$, а число Релея Ra заменить на отношение числа Рейнольдса $Re = U_* H_0 / \nu_*$ к числу Фруда $Fr = U_*^2 / g H_0$, характеризующее движение вязкой жидкости в поле сил тяжести [1]. Здесь U_* , ν_* – характерные масштабы скорости и кинематической вязкости соответственно.

Поскольку в задаче о тейлоровской неустойчивости отсутствует характерный масштаб скорости, то в качестве последнего принимается "вязкая" скорость:

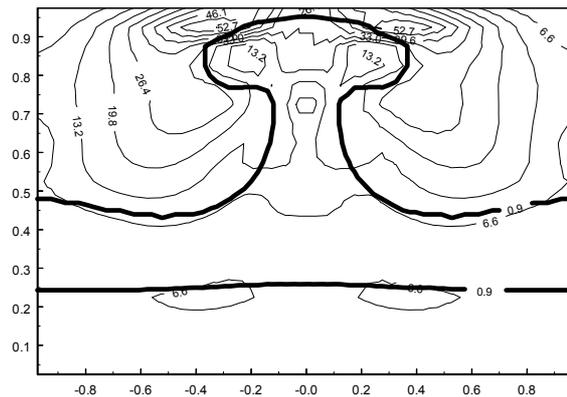
$$U_* = g^{\frac{1+n}{2}} H_0^{\frac{1+3n}{2}} \nu_*^{-n},$$

где n – произвольное число. Выбирая n определенным образом, получим необходимый масштаб скорости [1]. Тогда характерное время определяется как $t_* = H_0 / U_*$.

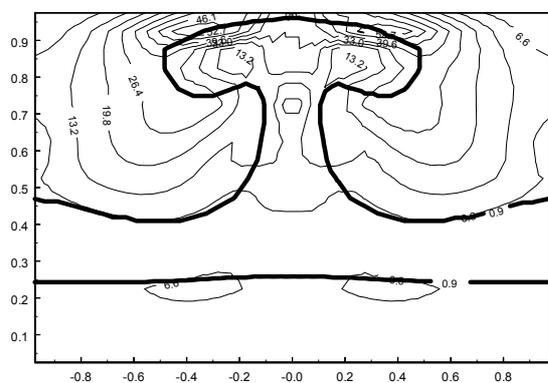
Поднимаясь вверх, соляной купол испарывает вышележащие нефтяные пласты осадочного чехла, формируя в нем зоны повышенных девиаторов касательных напряжений в надкрыловом пространстве (рисунок 1а). Когда девиаторы касательных напряжений достигают критического значения, в этих зонах происходит хрупкое разрушение и сброс напряжений. Динамическое давление понижается, что способствует миграции углеводородов, т.е. образованию нефтегазовых ловушек.



а) $t = 0,4$



б) $t = 0,6$



в) $t = 0,8$

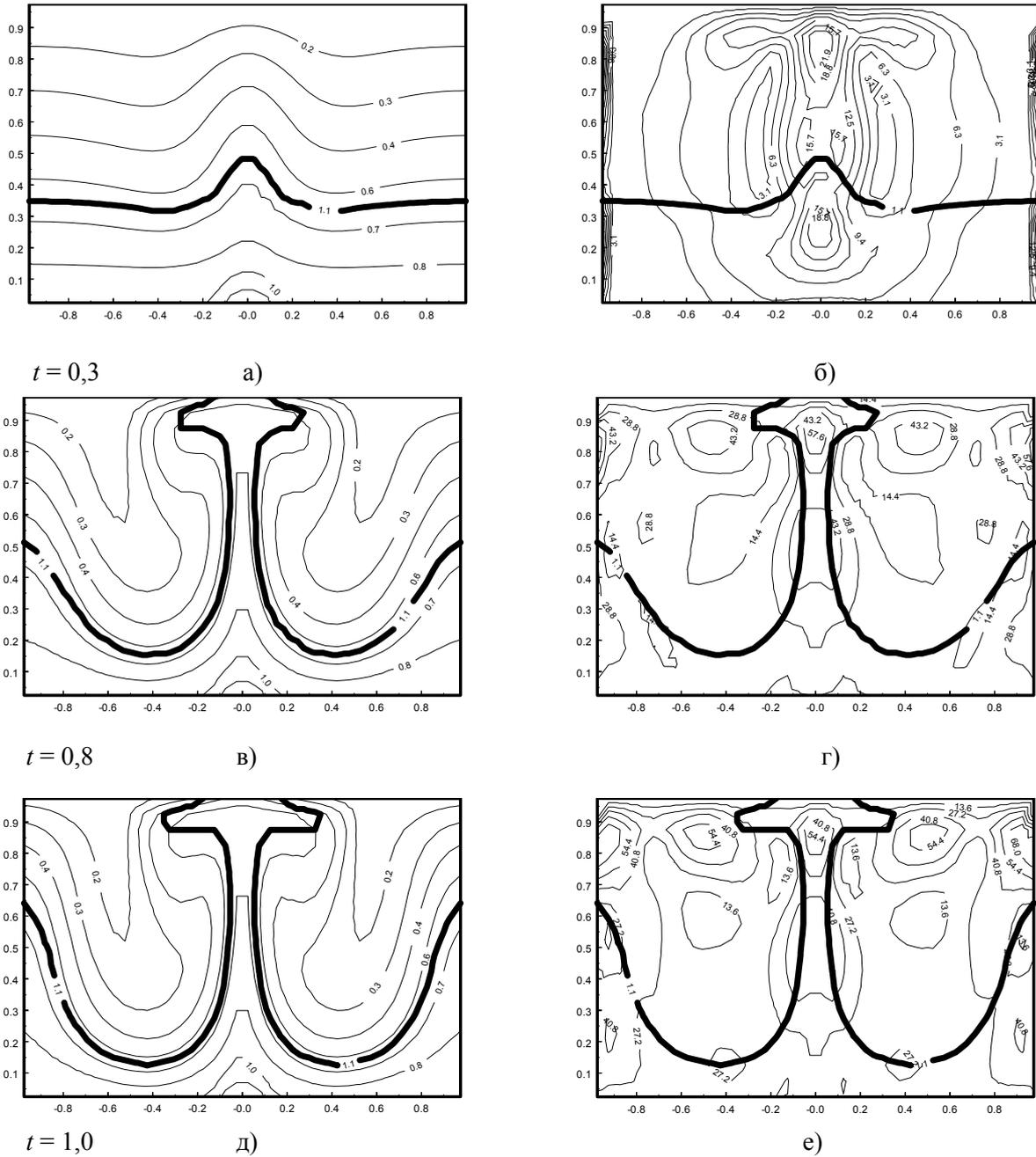
Динамические вязкости слоев:
 $\mu_1 = 10^{18} \text{ П}$, $\mu_2 = 10^{17} \text{ П}$, $\mu_3 = 10^{19} \text{ П}$

Рисунок 1 – Формирование соляного купола во времени (трехслойная модель) и распределение изолиний девиатора касательных напряжений

Со временем увеличиваются интенсивность внедрения в вышележащие слои осадочного чехла и размеры купола (рисунки 1б,в). Это приводит к радиальному перемещению нефтегазовых ловушек в областях надкрылового пространства и дополнительной миграции углеводородов в них. Одновременно в зонах подкрылового пространства увеличивается интенсивность девиатора касательных напряжений (рисунки 1б,в), что создает условия для образования новых нефтегазовых ловушек. Таким образом, формирование и развитие купола сопровождается возникновением и увеличением объема нефтегазовых ловушек в прикупольных областях.

На рисунках 1а-в видно слабое искривление подсолевого ложа вследствие его низко интенсивного течения. В работе [1] было установлено, что характер перемещения галита в трехслойной среде сильно отличается от двухслойной, поскольку подошва сцеплена с деформированным основанием, которое в процессе гравитационной неустойчивости вовлекается в движение вверх по тем же каналам, что и галит, хотя плотность подсолевого слоя выше плотности галита. Это объясняется тем, что соляной купол, двигаясь вверх, вытесняет тяжелый надсолевой слой вниз, вследствие чего под куполом образуется область пониженного давления, куда и перетекает часть подсолевого слоя. Следует отметить, что когда вязкость подсолевого слоя и осадочного чехла примерно на 1,5–2 порядка больше вязкости галита, то процесс развития неустойчивости будет происходить так же, как и в двухслойной модели, т.е. подсолевой слой не деформируется. При уменьшении разрыва вязкостей слоев подсолевое ложе деформируется более значительно, создавая предпосылки для формирования коллекторов нефти и газа, более крупных, чем прикупольные.

4.2. Динамическая модель с учетом температуры. На рисунках 2а-2е показано формирование основного соляного диапира и вторичных диапиров в различные моменты безразмерного времени. Первоначальное распределение температуры по пространству было задано линейной функцией вертикальной координаты. На верхней стенке поддерживалась нулевая температура, на нижней – 250°C. В двух точках расчетной сетки, моделирующих локальный источник тепла, температура



Динамические вязкости слоев: $\mu_1 = 10^{18} \text{ П}$, $\mu_2 = 5 \cdot 10^{17} \text{ П}$

Рисунок 2 – Формирование диапиров во времени (двухслойная модель) и распределение изотерм и изолиний девиатора касательных напряжений

задавалась на 50°C выше. Первоначальная граница раздела – прямая линия. Кроме того, на рисунках 2а, 2в, 2д изображены изотермы $T = \text{const}$, а на рисунках 2б, 2в, 2е изображены изолинии девиатора касательных напряжений $\tau = \text{const}$.

Расчеты показали, что величина компонент напряжений для развитой фазы примерно в 2–2,5 раза больше, чем для менее развитой фазы. Верхняя часть надкупольного пространства и самого купола представлена растягивающими горизонтальными напряжениями и сжимающими вертикальными напряжениями. Нижняя часть купола представлена сжимающими напряжениями. Нижняя центральная часть купола характеризуется примерно одинаковой интенсивностью вертикальных напряжений, а наибольшее различие в интенсивности характерно для ее периферийной

части. Величина касательных напряжений изменяется в 1–1,5 раза, что связано с формированием вихревой зоны. Следует отметить, что распределение напряжений во времени согласуется с механизмом и формированием соляного купола. Аналогичная картина наблюдается в области формирования периферийных куполов.

Сопоставление рисунков 2б, 2г, 2е показывает, что развитая фаза солянокупольного диапиризма характеризуется более интенсивными девиаторами касательных напряжений, чем менее развитая фаза. Отличие местами составляет в 3 и более раза. Наибольшие по величине девиаторы касательных напряжений в развитой фазе наблюдаются в областях надкрылового, подкрылового и нижней центральной частях купола. Следовательно, вероятные нефтегазовые ловушки образуются в примыкающих к крыльям куполов областях. Простая оценка площадей этих областей и дает возможные вероятные объемы углеводородов.

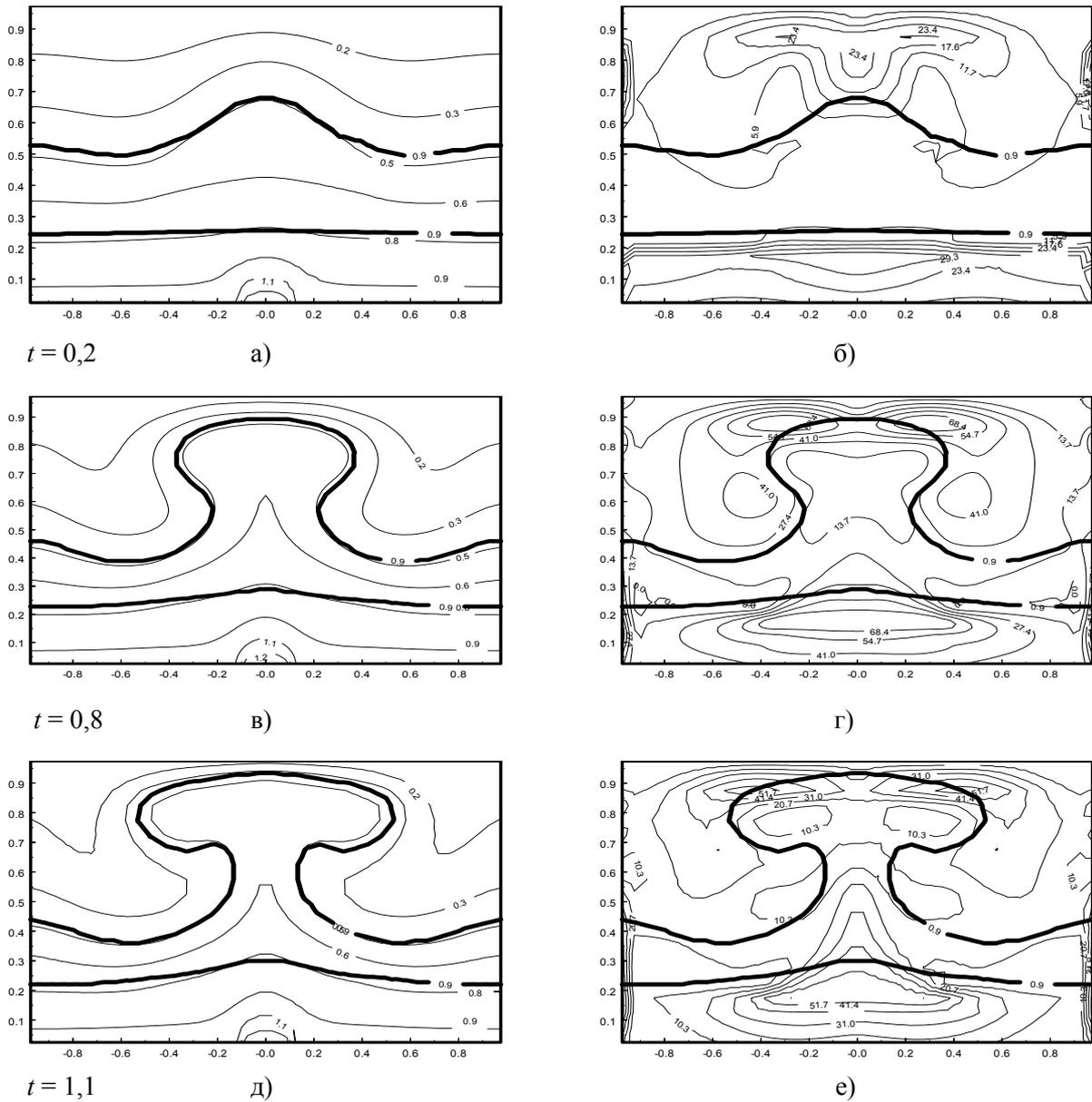
На рисунках 2а, 2в, 2д изображены изотермы, соответствующие процессу формирования диапиров. Как видно из этих рисунков, изотермы высоких температур изогнуты сильнее, чем низких. Этот факт указывает на концентрацию движения в областях с повышенной температурой. При развитой гравитационной неустойчивости изотермы сильно изогнуты и диоморфны профилю соляного диапира. Изотермы от 0,3 до 0,5 заполняют область, прилегающую к крыльям соляного купола. Поэтому в этих областях температура повышена на 30–90°C относительно соседних областей осадочного чехла. Хорошо известно, что величина геотермического градиента является одним из главных параметров и признаков генерации полезных ископаемых [9]. Повышение температуры на 10°C увеличивает скорость химической реакции в два раза в средах, благоприятных для выделения углеводородных соединений, в том числе нефти. В работе [9] построены карты распределений геотермического градиента верхней части земной коры и теплового потока Казахстана.

Анализ этих карт показал, что месторождения Западного Казахстана и акватория Аральского моря расположены в зонах с повышенным уровнем геотермического градиента. Распределение изотерм на рисунках 2а, 2в, 2д и распределение зон повышенных девиаторов касательных напряжений на рисунках 2г, 2е количественно подтверждают, что углеводородные запасы привязаны к областям с повышенными температурными градиентами.

Расчеты показали, что на формирование диапиров существенное влияние оказывают локальные источники тепла. При нулевой начальной температуре в осадочном чехле изотермы изгибаются в процессе формирования диапиров, но остаются в теле куполов. Это говорит о том, что процесс гравитационной неустойчивости преобладает над тепловыми эффектами. Конвекция просто не успевает развиться.

На рисунках 3а–3е показана эволюция формирования соляного диапира в глубоко залегающих осадочных комплексах (на глубинах 6–15 км).

Первоначальное распределение температуры по пространству было задано линейной функцией вертикальной координаты. На верхней стенке поддерживалась нулевая температура, на нижней – 380°C. В трех точках расчетной сетки, моделирующих локальный источник тепла, температура задавалась на 70°C выше. Рисунки 3а, 3в, 3д дают представление о распределении изотерм как в осадочном чехле, так и в теле купола и подсолевого ложа. Рисунки 3б, 3г, 3е дают представление о распределении изолиний девиаторов касательных напряжений. Как видно из этих рисунков, термические градиенты оказывают существенное влияние на формирование подсолевого ложа, сильно деформируя подкупольное пространство (области границ раздела галит-подкупольные осадочные породы). В подсолевом ложе наблюдаются обширные области, в которых повышены и достаточно большие по абсолютной величине девиаторы касательных напряжений. В нижней центральной части купола за счет динамического давления и повышенной температуры осуществляется значительный подсос подсолевого ложа. Поэтому, если в подсолевом ложе присутствуют большие запасы углеводородов, то они будут вследствие делатансии мигрировать в центральную часть подкупольного пространства. Количественная оценка этих объемов позволяет определить вероятные запасы углеводородов.



Динамические вязкости слоев: $\mu_1 = 2,6 \cdot 10^{19} \text{ П}$, $\mu_2 = 2,2 \cdot 10^{18} \text{ П}$, $\mu_3 = 2,6 \cdot 10^{20} \text{ П}$

Рисунок 3 – Формирование соляного купола во времени (трехслойная модель) и распределение изотерм и изолиний девиатора касательных напряжений

Сравнивая рисунки 1б,в , 2г,е и 3г,е, можем сделать вывод, что температура является весомым фактором формирования концентрации углеводородов как в прикупольных, так и в подкупольных областях.

ЛИТЕРАТУРА

1 Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Численное моделирование условий формирования солянокупольных структур в земной коре // Математический журнал. – 2006. – Т. 6, № 1(191). – С. 67-73.
 2 Жантаев Ж.Ш., Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Формирование соляных диапиров в температурном поле // Ж. Проблем эволюции открытых систем. – 2009. – Т. 2, вып. 14. – С. 11.
 3 Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Влияние температурных градиентов на формирование соляных диапиров // Труды межд. науч-практ. конф. «Механика и строительство транспортных сооружений», посв. 75-лет. акад. НАН РК Ш. М. Айталиева. – 2010. – С. 273-276.
 4 Vaimukhametov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Influence of thermogradients on formation of oil and gas traps // International Journal of Academic Research. – 2011. – P. 1, vol. 3. – P. 7-12.

- 5 Vaimukhmetov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Thermogradient model of formation of oil and gas traps at salt diapirism // Proceeding of the 23d ICTAM. – 2012. – Beijing, China, 2 p. – sm06-013.
- 6 Karato S. Grain size distribution and rheology of the upper mantle // *Tectonophysics*. – 1984. – Vol. 104. – P. 155-176.
- 7 Ranalli G, Fisher B. Diffusion creep, dislocation creep and mantle rheology // *Phys. Earth Planet. Inter.* – 1984. – Vol. 34. – P. 77-84.
- 8 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.Н., Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 3-е издание. – С. 736.
- 9 Жантаев Ж.Ш., О характере изменения мощности земной коры в зависимости от величины геотермического градиента // Мат-лы Российско-Казахстанского симпозиума по вопросам геодинамики. – 2007. – С. 14-23.

REFERENCES

- 1 Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Chislennoe modelirovanie usloviy formirovaniya soljanokupol'nyh struktur v zemnoj kore // *Matematicheskij zhurnal*, **2006**, Vol.6, №1 (191), P.67-73. (in Russ.).
- 2 Zhantaev Zh.Sh., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Formirovanie soljanyh diapirov v temperaturnom pole // *J. Problem jevoljucii otkrytyh sistem*, **2009**, Vol.2, iss.14, P.11 (in Russ.).
- 3 Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Vlijanie temperaturnykh gradientov na formirovanie soljanyh diapirov // *Trudy mezhd.nauch-prakt. konf. «Mehnika i stroitel'stvo transportnyh sooruzhenij», posv.75-let. akad.NAN RK Ajtalieva Sh.M.*, **2010**, P.273-276 (in Russ.).
- 4 Vaimukhmetov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Influence of thermogradients on formation of oil and gas traps // *International Journal of Academic Research*, **2011**, 1 Part, Vol.3, P.7-12.
- 5 Vaimukhmetov A.A., Martynov N.I., Tanirbergenov A.G. Thermogradient model of formation of oil and gas traps at salt diapirism // *Proceeding of the 23d ICTAM*, **2012**, Beijing, China, 2p., sm06-013.
- 6 Karato S. Grain size distribution and rheology of the upper mantle // *Tectonophysics*, **1984**, vol.104, P.155-176.
- 7 Ranalli G, Fisher B. Diffusion creep, dislocation creep and mantle rheology // *Phys. Earth Planet. Inter.*, **1984**, vol.34, p.77-84.
- 8 Landau L.D., Lifshic E.N. *Gidrodinamika*. *Nauka*, **1986**, p.736 (in Russ.).
- 9 Zhantaev Zh.Sh., O haraktere izmenenija moshhnosti zemnoj kory v zavisimosti ot velichiny geotermicheskogo gradienta // *Materialy Rossijsko-Kazahstanskogo simpoziuma po voprosam geodinamiki*, **2007**, P. 14-23 (in Russ.).

Резюме

A. A. Баймұхаметов, Н. И. Мартынов, М. А. Рамазанова, А. Г. Тәңірбергенов, А. А. Чупрасов

(Ө. А. Жолдасбеков атындағы Механика және машинатану институты, Алматы қ.)

ТҰЗДЫКҮМБЕЗДІ ТЕКТОНИКА ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ МҰНАЙГАЗДЫҚ КОЛЛЕКТОРЛАР

Болуы мүмкін мұнайгаздық тұзақтардың аймақтарын бағалау әдістемесі тұзды диапирлердің қалыптасуы іс-тәжірибеде белгілі мұнайгаздық тұзақтардың жақын жатқан облыстарда қалыптасуына келтірілетінін сандық түрде растады. Көмірсутектік резервуарлардың жоғарылаған температуралық градиентті аймақтарға табылатыны көрсетілді.

Кілт сөздер: тұзды диапир, мұнайгаздық коллектор, компьютерлік үлгілеу, термоградиент, кернеулі-өзгерулі күй.

Summary

A. A. Bajmuhmetov, N. I. Martynov, M. A. Ramazanova, A. G. Tanirbergenov, A. A. Chuprassov

(Mechanics and Engineering Institute named Academician U.A. Dzholdasbekova, Almaty)

OIL-AND-GAS COLLECTORS IN SALT-DOME TECTONICS

The developed procedure of the assessment of possible oil-and-gas traps quantitatively confirmed that formation of salt diapirs leads to formation of oil-and-gas traps in adjacent areas known in practice. It is shown that hydrocarbonic reservoirs are attached to the regions with higher temperature gradients.

Keywords: salt diapir, oil and gas collector, computer modeling, thermogradient, stress-strain state.

Поступила 3.04.2013г.

Ш. А. БАХТАЕВ, А. Ж. ТОЙГОЖИНОВА

(Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы)

КОНСТРУКЦИЯ ОЗОНАТОРА, РАБОТАЮЩЕГО ПРИ ПОНИЖЕННОМ ДАВЛЕНИИ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА

Аннотация

Предложена конструкция озонатора, обеспечивающего высокую эффективность выхода озона при малых удельных энергозатратах. При этом основным достигаемым техническим результатом стало применение свойств электрического ветра, возникающего в условиях коронного разряда, что позволяет упростить конструкцию озонатора и получить малые удельные энергозатраты на 1 г озона. Это достигается тем, что в озонаторе, содержащем последовательно расположенные озонирующие элементы, выполненные в виде «коронирующая игла – плоская металлическая сетка», которые помещены в полузакрытую камеру и расположены осесимметрично в направлении электрического ветра, возникающего в сторону открытой части камеры.

Ключевые слова: коронный разряд, коронирующая игла, озонатор, электрический ветер.

Кілт сөздер: тәжді разряд, тәждеуші ине, озонатор, электрлік желі.

Keywords: corona discharge, corona needle, ozone generator, electric wind.

В большинстве случаев озон получают в специальных аппаратах – генераторах озона путём пропускания предварительно осушенного воздуха через пространство между электродами, на которые подаётся высокое напряжение. При этом напряжение и диэлектрическая проницаемость разрядного промежутка между электродами подбираются таким образом, чтобы через воздушный поток проходил так называемый «тлеющий» или коронный разряд. В этих условиях кислород, входящий в состав воздуха ионизируется и образуется озон [1].

Слабое распространение различных технологий с применением озона объясняется довольно высоким уровнем энергозатрат на производство озона. В связи с этим разработка озонатора с оптимизированными параметрами синтеза озона является актуальным на сегодняшний день.

В связи с этим нами разработан озонатор для озонирования атмосферного воздуха и может быть использован для озоноподготовки производственных, служебных и бытовых помещений.

До этого было предложено устройство для получения озона в зоне коронного разряда, содержащее коронирующий электрод в виде иглы и внешний электрод в виде сетки, расположенные в трубе с заглушкой, выполненные из озоностойкого изоляционного материала (фторопласт, винилпласт и т.д.) [2]. Однако предложенное устройство из-за применения одной коронирующей иглы не обеспечивает достаточную энергоёмкость коронного разряда и производительность по выходу озона. Кроме того, ввиду полной открытости с одной стороны разрядной камеры, эффект понижения давления в зоне разряда из-за электрического ветра намного ослаблен и поэтому не в полной мере соблюдается режим ионно-конвекционного насоса.

Перед нами стояла задача разработки озонатора, обеспечивающего высокую эффективность выхода озона при малых удельных энергозатратах. При этом основным достигаемым техническим результатом будет применение свойств электрического ветра, возникающего в условиях коронного разряда, что позволяет упростить конструкцию озонатора и получить малые удельные энергозатраты на 1 г озона.

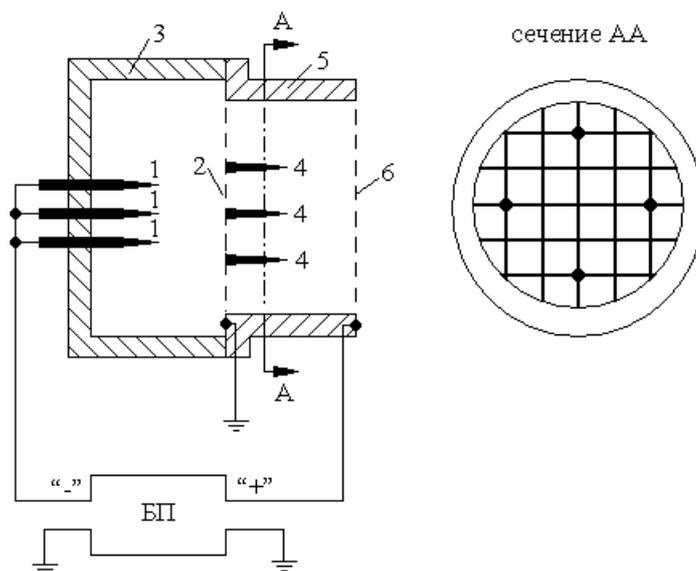
Это достигается тем, что в озонаторе, содержащем последовательно расположенные озонирующие элементы, выполненные в виде «Коронирующая игла – плоская металлическая сетка», которые помещены в полузакрытую камеру и расположены осесимметрично в направлении электрического ветра, возникающего в сторону открытой части камеры, согласно изобретению, озонатор содержит озонирующие элементы, расположенные вблизи закрытой части камеры озонатора и дополнительно коронирующие электроды, расположенные вблизи открытой части камеры по краю круга сечения узкой части патрубка.

Как было отмечено, в предложенной конструкции озонатора применяется принцип работы ионно-конвекционного насоса с учетом известных параметров электрического ветра в коронном разряде, что, в целом приводит к снижению давления в разрядном промежутке [3]. Установлено, что снижение давления в зоне разряда позволяет поднять эффективность работы озонатора. Кроме того, следует ожидать, что эффект снижения давления в межэлектродном пространстве будет более ощутим, если разрядную систему поместить в полузакрытой камере таким образом, чтобы возникший электрический ветер был направлен в сторону открытой части камеры. В случае последовательного включения нескольких озонирующих элементов в разрядной камере, расположенных осесимметрично, эффект снижения давления в камере должен быть более значителен по сравнению с одной коронирующей иглой. При этом общий перепад давления определяется суммой $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \dots$ и т.д., и поэтому величины разрядных токов озонирующих элементах при одних и тех же разностях потенциалов имеют тенденцию к увеличению.

Между тем в предложенном озонаторе, при возможности существенного снижения давления в камере и увеличения разрядного тока, фактическое количество озона, вырабатываемое в озонаторе, намного снижено, чем ожидаемое, что и является основным недостатком предложенного озонатора, с совмещением в озонаторе процессов образования озона и создания электрического ветра теми же коронирующими электродами. При этом образованный озон в начале камеры озонатора проходя многократно через разрядные промежутки постепенно рекомбинирует и разлагается, что приводит, в конечном итоге, к уменьшению общего количества озона на выходе озонатора.

В связи с этим была разработана новая конструкция озонатора, которая позволяет разделить процессы образования озона и создания электрического ветра, что приводит к обеспечению малой удельной энергозатраты при простой конструкции [4].

На рисунке представлена функциональная схема озонатора, работающего в полузакрытом режиме и состоящего из отдельно расположенных озонирующих элементов и коронирующих электродов для создания электрического ветра. Озонирующие элементы 4 шт. в виде электродной системы «игла-сетка» содержат коронирующие электроды 1 и внешний электрод 2 в виде сетки, расположенные в закрытой части трубы 3, выполненные из озоностойкого изоляционного материала (фторопласт, винипласт и т.д.). К коронирующим электродам подведено от блока питания (БП) высокое напряжение отрицательной полярности, а сеточный электрод 2 заземлен. Для создания электрического ветра в камере озонатора используются дополнительно коронирующие электроды 4, прикрепленные к сеточному электроду 2 и расположенные вблизи открытой части камеры по краю круга сечения узкой части патрубка 5 (сечение АА). Для них вторым электродом служит сетка 6, которая закреплена к открытой части патрубку и присоединена к положительному полюсу источника питания.



Функциональная схема озонатора

После подачи напряжения ($-U$), достаточной величины на коронирующие электроды, между ними и сеточным электродом 2 возникает и протекает коронный разряд, причем образованный при этом отрицательный объемный заряд, состоящий в основном из ионов кислорода и озона, стремится к сеточному электроду 2 под нулевым потенциалом, где частично нейтрализуется, образуя молекулы кислорода и озона, а большая часть ионов ускоряется в сторону электрода 6 с положительным потенциалом. С течением некоторого времени (не более 5 с) устанавливается устойчивый электрический ветер, направленный в открытую часть разрядной камеры и озонатор начинает работать в режиме ионно-конвекционного насоса. При этом наблюдается постепенное снижение давления воздуха внутри разрядной камеры и, как и следовало ожидать, увеличивается сила разрядного тока. Такое положение не может, продолжаться долго, так как в определенный момент начинаются процессы засасывания наружного воздуха через пристеночную область разрядной камеры 5. Для предотвращения пристеночного засасывания воздуха в камеру, установлены дополнительно коронирующие электроды по краю круга сечения узкой части патрубка 5 (сечение АА). Через некоторое время устанавливается стабильный режим пониженного давления воздуха внутри разрядной камеры, что означает превалирование процесса отсоса воздуха над процессом поступления внешнего воздуха в камеру.

Один из вариантов применения озонатора иллюстрируется примером.

Пример. Озолирующие элементы (4 шт.) имеют следующие параметры: радиус закругления игл $r_0 = 0,2$ мм, диаметр изоляционной трубы 16мм, расстояние от кончиков игл до сетки равнялось $r_1 = 6$ мм, а напряжение питания U разрядной камеры менялось в диапазоне от 4 до 14 кВ. При включении напряжения источника питания порядка 10 кВ первоначально средний ток разрядной камеры равнялся 30 мкА. Затем, при установлении устойчивого режима электрического ветра в открытой части разрядной камеры, ток постепенно растет, доходя до 38 мкА. Для определения удельных энергозатрат предлагаемого устройства (г/кВт·ч) в том или в другом случае воспользуемся градуировочной кривой снятой озонометром типа ЛЭК разработки Санкт-Петербургского технического университета для озолирующего элемента на коронном разряде. При этом удельная производительность озолирующего элемента составила в среднем 0,8 г озона в час при силе тока разряда 4 мА. Исходя из этого, рассчитаем удельные энергетические выходы предлагаемого устройства при различных режимах его работы. При этом удельный энергетический выход устройства при атмосферном давлении воздуха 680 мм рт. ст. (г. Алматы) и в начальный момент равен 20 г/кВт·ч, тогда как при устойчивом режиме электрического ветра он равнялся – 23,5г/кВт·ч. Во втором режиме для поддержания первоначального тока разряда 8 мкА, необходимо уменьшить напряжение источника питания до 8,5 кВ, что в конечном итоге ведет к уменьшению удельных энергозатрат на выработку озона в коронном разряде.

Сравнение значения снижения напряжения источника питания при постоянстве силы тока разряда с известной зависимостью напряжения коронного разряда от давления атмосферного воздуха [5] позволяет ориентировочно определить давление воздуха в области разряда, например, в нашем случае, снижение давления воздуха относительно атмосферного (680 мм рт.ст.) составило порядка 100 мм рт. ст.

Таким образом, решена задача по разработке озонатора с применением свойств электрического ветра, возникающего в условиях коронного разряда, что позволило упростить конструкцию озонатора и получить малые удельные энергозатраты на единицу веса вырабатываемого озона.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Бахтаев Ш.А., Бокова Г.И., Сыдыкова Г.К., Тойгожинова А.Ж. Озонная стерилизация и дезинфекция закрытых объемов // Казахский национальный пед. университет. «Вестник». – 2005. – № 2(13). – С. 48-51.
- 2 Предпатент РК № 19274. Способ усиления электрического тока в озонаторе / Бахтаев Ш.А., Дюсебаев М.К., Нурпеисова К.М. Тойгожинова А.Ж. Оpubл. Бюлл. №4, 15.04.2008.
- 3 Рубашов И.Б., Бортников Ю.С. Электрогазодинамика. – М.: Атомиздат. 1971. – С. 139-153.
- 4 Инновационный патент РК №24373. Озонатор / Бахтаев Ш.А., Сыдыкова Г.К., Тойгожинова А.Ж., Амантаев К.О. – Оpubл. Бюлл. № 8, 15.08.2011.
- 5 Бахтаев Ш.А. Коронный разряд на микропроводах. – Алма-Ата: Наука, 1984. – С. 88-93.

REFERENCES

- 1 Bahtaev S.A., Bokova G.I., Sydykova G.K., Toygozhinova A.Z. Kazakh National Pedagogical University. «Bulletin», 2005. - № 2 (13). P. 48-51 (in Russ.).
- 2 Bahtaev S.A., Dyusebaev M.K., Nurpeisova K.M., Toygozhinova A.Z. Publ. Bull. № 4, 2008 (in Russ.).
- 3 Rubashov I.B., Bortnikov Y.S. Atomizdat. 1971, p. 139-153 (in Russ.).
- 4 Bahtaev S.A., Sydykova G.K., Toygozhinova A.Z., Amantaiev C.O. Publ. Bull. № 8, 2011 (in Russ.).
- 5 Bahtaev S. A. Alma-Ata: Nauka, 1984, p. 88-93 (in Russ.).

Резюме

Ш.А. Бахтаев, А.Ж. Тойгожинова

(Алматы энергетика және байланыс университеті)

АТМОСФЕРАЛЫҚ АУА ҚЫСЫМЫНЫҢ ТӨМЕНДЕТІЛГЕН ЖАҒДАЙЫНДА ЖҰМЫС ІСТЕЙТІН ОЗОНАТОРДЫҢ ҚҰРЫЛЫМЫ

Аз меншікті энергия шығындай отырып озонның шығу тиімділігін арттыратын озонатор құрылымы ұсынылған. Осы жағдайда қол жеткізген негізгі техникалық нәтиже, ол коронды разряд жүрген кезде пайда болатын электр желі қасиеттерін қолдану болып табылады. Бұл 1 грамм озонға шығатын меншікті энергия шығынын азайтуға және озонатор құрылымын жеңілдетуге мүмкіндік береді. Бұл жартылай жабық камераға жайғастырылған және камераның ашық жағына қарай пайда болатын электр желінің бағытына осесимметриялы орналасқан «корондаушы ине – жазық темір тор» түрінде жасалған тізбектей қондырылған озондаушы элементтерден тұратын озонаторда жүзеге асырылады.

Кілт сөздер: тәжді разряд, тәждеуші ине, озонатор, электр желі.

Summary

S. A. Bahtaev, A. J. Toygozhinova

(Almaty University of Power Engineering & Telecommunications)

CONSTRUCTION OZONATOR OPERATES AT REDUCED AIR PRESSURE

Designed for high efficiency ozone generator ozone output at low energy consumption. With the main technical results was a use of the electric wind occurring in the corona discharge, which simplifies the design of the ozonator and get small specific energy consumption per 1 g. of ozone. This is achieved by the fact that the ozone generator, comprising successive ozonated elements made in the form of a «corona needle – a flat metal grid» that are placed in a semi-closed chamber and arranged symmetrically in the direction of the electric wind arising in the open side of the chamber.

Keywords: corona discharge, corona needle, ozone generator, electric wind.

Поступила 3.04.2013г.

А. М. ТАТЕНОВ, Ш. МАСКАРОВА., Ж. Ж. МАЛАЙСАРОВА,
А. ГАБИДЕНКЫЗЫ, Н. Е. МОЛГАЖДАРОВА

(Алматинский Гуманитарный технический университет, г. Алматы)

ВИРТУАЛЬНО-ИНТЕРАКТИВНАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ В МОДЕЛИРОВАНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ И В МОДЕЛИРОВАНИИ, ИССЛЕДОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НАУКИ

Аннотация

В лабораториях прикладных систем и моделирования применяются инструментарии информационных технологий для исследования различных задач отраслей прикладной науки. Данная статья посвящена созданию и исследованию виртуально-интерактивных лабораторий на основе программ, где измерительные приборы работают как в реальных условиях.

Ключевые слова: компетентность, информационно-коммуникационные технологии, информатизация образования.

Кілт сөздер: кұзiреттiлiк, ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, бiлiмдi ақпараттандыру.

Keywords: expertise, information and communication technology, information education.

Введение. Целью исследования является разработка и создание виртуально-интерактивной модели, с реальными измеряющими приборами и реально-изменяющимися параметрами, проектирования прикладных систем – для внедрения новых информационных технологий [1], а также компьютерных моделей – для исследования, прогнозирования и имитирования явлений и событий – в образовании, нефтяной и других прикладных отраслях науки [5].

Результатом работ будут пакеты компьютерных программ для экспериментально-исследовательских задач прикладной науки различных отраслей.

Постановка задачи. Планируются создания виртуальной модели следующих задач:

– проведение исследований по созданию виртуальных обучающих лабораторий по атомной и ядерной физике, неорганической и органической химии для систем среднего и высшего образования;

– разработка и исследование моделей технологии полимерного заводнения для увеличения нефтеотдачи;

– разработка и исследование моделей оптимизации технологий преобразования энергии энергоресурсов в электрическую и тепловую энергию.

Лаборатория прикладных систем и моделирования призвана применять инструментарии информационных технологий для исследования различных задач отраслей прикладной науки. Для этого будут исследоваться и создаваться виртуальные лаборатории на основе программ, где измерительные приборы работают как в реальных условиях. Моделируются реальные процессы и в этой модели измеряют нужные параметры, получают на основе измерений информации, как будет протекать тот или иной процесс [1, 4]. На основе таких исследований можно получать **рекомендации действия на производстве**, очень близкие к реальной жизни.

К настоящему времени у авторов имеются наработки, которые показывают эффективность проведения научных исследований в данном направлении. Например, была создана виртуальная лаборатория на компьютере «Генная инженерия – хромосомная лаборатория» [2], где исследуются сложные процессы и явления в указанной отрасли знаний.

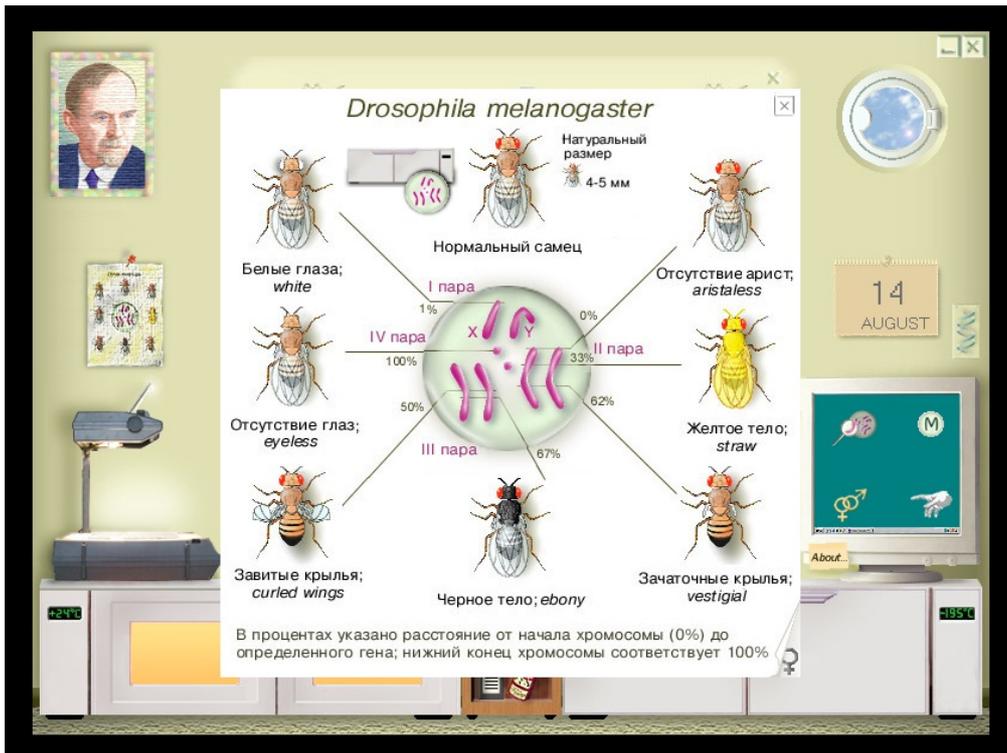


Рисунок 1 – Набор мух-дрозофил для скрещивания

Создана виртуальная лаборатория по электрическим схемам и цепям, где моделируются изменения параметров произвольных электрических схем 2х-канальным осциллографом, мультиметром (амперметр, вольтметр, омметр) и даются рекомендации к реальным схемам, строятся различные графики зависимостей параметров и др. [3].

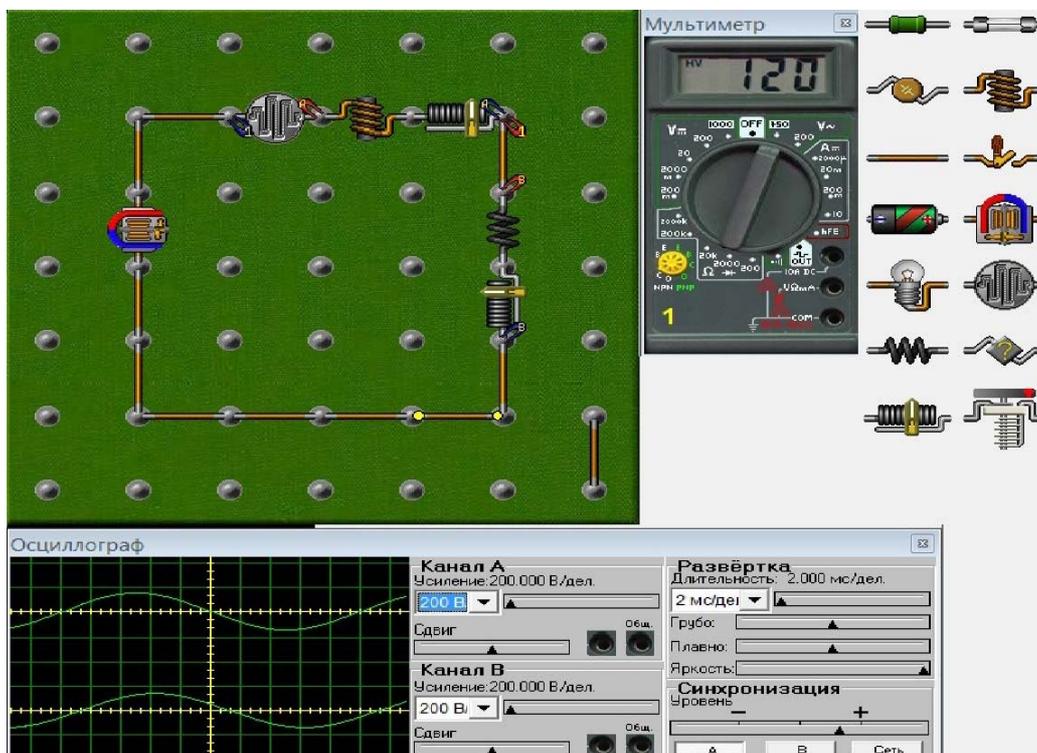


Рисунок 2 – Измерение приборов и характеристика деталей схемы работают в реальном режиме

В настоящее время аналогичные работы проводятся по виртуальным моделям нефтяных пластов, по получению оптимальной конструкции газотурбинной машины для увеличения коэффициента полезного действия, по неорганической и органической химии.

Предлагаемый подход виртуальной интерактивной лаборатории позволяет выполнять одновременно три функции:

– использование виртуально-интерактивной модели для исследования задач прикладной науки и выдача результатов-рекомендации производству данной отрасли;

– использование виртуально-интерактивной модели для обучения студентов инженерных специальностей высших учебных заведений, одновременно повышая качество специалистов данной отрасли;

– использование виртуально-интерактивной модели для дистанционного обучения специалистов и переподготовки кадров.

Внедрять в процесс обучения современные методики и технологий

а) для этого необходимо переложить многие практические курсы по инженерным специальностям, на путь виртуально-мультимедийных обучающих средств, с интерактивным вмешательством обучающегося. Такие курсы необходимо осуществлять в тандеме-программист + преподаватель специальных дисциплин, с максимальным приближением к реальным процессам приводимых в курсе с изменением различных параметров. В результате нескольких повторных изучений на виртуальных курсах резко повысится эффективность обучения, а при изменении параметров исследования процесс меняет парадигму педагогического процесса, т.е студент превращается из простого слушателя в активного «искателя знаний» и набирает навыки научного исследования, что означает творчество. Такое переложение и есть современные «методика и технология», внедренное в процесс обучения;

б) важно повышать качество педагогического состава;

решение пункта а) автоматически решает вторую меру повышения качества педагогического состава. Каждый педагог, участвующий в переложении своего преподаваемого курса в виртуально-мультимедийное обучение и одновременно собирающего по темам на компьютере тесты и контрольные задачи, и виртуальные игровые навыки применения знания на практике производства, резко повышает свою профессиональную квалификацию, с сохранением авторских прав на виртуальные учебники по специальным дисциплинам;

в) пункты а) и б) с помощью ИТ- можно организовать дистанционно, при дистанционном повышении квалификации;

г) большую роль играет, при качественной подготовке специалистов, создание виртуальных площадок производственной практики на лучших современных цехах заводов, доменных печей в металлургических комбинатах с заключением договора о подготовке для них специалистов по их же требованиям. Нарботка различных количеств виртуальных компьютерных площадок для прохождения производственной практики, это так же банк для дистанционной подготовки специалистов без отрыва от работы, или же для повышения квалификации [1-5].

В качестве примера продемонстрировать разработанные авторами виртуально-интерактивный тренажер для производственников электро-энергетиков по теме: «Регулирование троссовых оттяжек на промежуточных опорах на высоковольтных линиях 220–500 киловатт» по заказу электроэнергетической компаний «Кегос».

Для создания такого тренажера, была построена и рассчитана физическая модель опоры высоковольтных линий (ВЛ) «ПБ-4» на троссовых оттяжках, с реальными параметрами. Модели тренажера подчиняются реальным физическим законам. Реализация физической модели запрограммирована с использованием С#. Расчеты натяжения стальных канатов оттяжек опоры производятся с использованием параметров заданных в паспорте ПБ-4. Основные физические силы, фигурирующие в опорах ВЛ, это: сила тяжести, сила натяжения, сила трения.

Для виртуально-интерактивного тренажера было смоделировано следующее:

- ландшафт сцены;
- опора ВЛ-ПБ-4;
- линии электропередач;
- гаечные ключи;
- отвес;

- бинокль;
- измерительный прибор силы натяжения тросов «ИТОЕ-10»;
- инструменты;
- создание моделей человеческих рук, могущих работать с инструментами;

Создание модели рук были анимированы для действия. Была создана следующая анимация рук:

1) закручивание и откручивание болтов;

2) использование бинокля;

3) использование специального измерительного прибора, измеряющего реальную силу натяжения тросов оттяжек «ИТОЕ-10».

Создана сцена с имитацией реальных условий, размеров объектов соответствующие их реальным физическим размерам. Тренажер построен в соответствии с технологической картой №45.

Для создания управления было создано 10-основных скриптов:

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1. Action Controller | 6. LineRendererCorrector |
| 2. AntennasSteady | 7. MeterDisplay |
| 3. GameController | 8. PointLightBlink |
| 4. GuiMessageBox | 9. RopeForce |
| 5. ItemLightingBlink | 10. ScrewDriveController |

Созданный виртуально-интерактивный тренажер в комплексе выполняет задачу обучения персонала реальному процессу регулирования опоры высоковольтных линий с помощью тросовых оттяжек на компьютере и измерение силы натяжения тросов, которые должны быть в пределах нормативного допуска. Большое превышение нормы натяжения тросов требует замены после истечения срока эксплуатации. Таким образом, обучение студентов по специальности «инженер-энергетик». На таких реальных производственных площадках-тренажерах, резко повышает качество подготовки специалистов. Это пример только малой части подготовки специалистов одной специальностей. Данный тренажер полезен и пригоден для задач компьютерного исследования прочности тросов из различных материалов, т.е. пригоден для исследования прикладных задач реальными измеряемыми параметрами.

Создана сцена с имитацией реальных условий, размеры объектов соответствуют их реальным физическим размерам.

Тренажер построен в соответствии с технологической картой № 45.



Рисунок 3 – Главная сцена тренажера

Виртуально-интерактивная информационная технология в исследовании процессов прикладных задач науки. Виртуальные методы исследования на компьютере будут зависеть от задач исследования. Сборка экспериментальной установки исследования собираются в объемном режиме используя возможности программных средств «3D-max» и «3D-sinema». Получение измерений и экспериментальных данных сразу же автоматически подвергаются анализу для реального проведения испытания на месте производства. Это намного упрощает задачу, чем математическое моделирование процессов и получение информации от приближенного решения ряда уравнений. Это совсем новое направление исследования в прикладных науках.

Новизна исследования процессов в нефтяных пластах заключается в самих предлагаемых моделях.

Такие же особенности характерны и для производственных процессов, например, при добыче нефти. Поэтому развитие таких направлений исследований является перспективным.

Исследование виртуально-интерактивной модели нефтяных пластов по увеличению нефтеотдачи. В современной технологии нефтедобычи откачиваем нефть, лежащий на поверхности подземного пласта, около 40% нефtezалежи, остальная часть впитывается пластом [6]. Сам пласт может состоять из различных соотношении грунта, песка и камней. Целью проекта для нефтедобычи является разработка принципиально новой технологии увеличения нефтеотдачи пластов, суть которой заключается в закачке в нефтяной пласт водорастворимых полимеров, способных набухать (или образовать гель пространственно-сшитую структуру) в минерализованных средах с соледержанием 10–100 г/л, и тем самым загущать воду, снижая отношение вязкостей нефти и воды ($\mu_0 = \mu_{\text{нефти}}/\mu_{\text{воды}}$) в пластовых условиях. Ожидается, что использование таких полимеров в зависимости от пластовых условий может привести к увеличению нефтеотдачи пластов до 50–60% за счет перераспределения фильтрационных потоков, выравнивания профиля приемистости нагнетательных скважин и снижения обводненности продукции добывающих скважин. Сухие образцы полимеров могут быть приготовлены в пластовой воде с минерализацией 10–100 г/л. Закачка их в пласт производится через нагнетательные скважины с использованием стандартного оборудования [7]. Потенциальными потребителями технологии могут быть зарубежные и отечественные нефтедобывающие компании.

Проблема повышения нефтеотдачи пластов является особенно актуальной, так как к 2015 году Казахстан намерен войти в пятерку мировых экспортеров нефти. В ближайшие 15 лет в нефтедобывающую отрасль республики инвесторы намерены вложить более 80 млрд долларов. По числу промышленных проектов полимерное заводнение является наиболее распространенным методом повышения нефтеотдачи и экономически выгодным. Ниже представлен один из моментов фиксированных исследований нефтяных пластов виртуально-интерактивным методом.

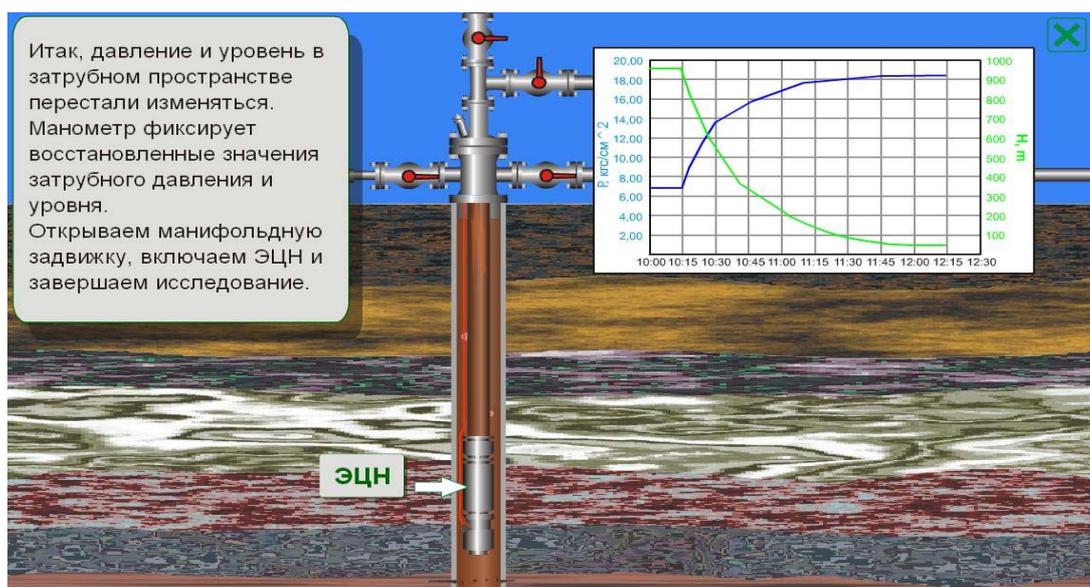


Рисунок 4 – Исследование нефтяного пласта

В связи с этим, поиск новых полимеров, удовлетворяющих вышеуказанные требования, представляет особую актуальность. В результате выполнения проекта будут проведены лабораторные исследования, максимально приближенные к реальным пластовым условиям, в частности, с использованием керновых материалов нефтяных месторождений, будут найдены оптимальные условия вытеснения нефти (концентрация полимера и солей, температура, pH среды), проведены укрупненные и опытно-промышленные испытания, оценка эффективности полимерного заводнения по сравнению с существующей технологией закачки морской водой или пластовых вод и будут отработаны рекомендации по использованию предлагаемой технологии для АО «Разведка и добыча» НК «КазМунайГаз». Объектом реализации сторонним покупателям и заказчикам могут служить «ноу-хау», патенты, ТЭО и технология.

Для выяснения механизма полимерного заводнения необходимо проведение НИР по анимации процесса вытеснения нефти из пласта водой и раствором полимеров с учетом характеристик керновых материалов (пористости, проницаемости), нефти (вязкость, плотность), свойств закачиваемых жидкостей (вязкость), а также солевого состава, давления, температуры и других характеристик конкретных нефтяных месторождений. Из литературы известно, что в случае полимерного заводнения используют пятикомпонентную модель (нефть/вода/газ/раствор полимера/соленость воды). Модель симуляции на конкретном месторождении нефти осуществляется в «Eclipse 200СГ».

Исследования виртуальной модели энергетических установок. Основной целью проекта по преобразованию энергии является разработка и исследование моделей принципиально новой газотурбинной установки (ГТУ), позволяющей преобразовать до 60–65% тепловой энергии топлива в механическую энергию для получения электроэнергии, что дает по предварительным оценкам возможность снизить затраты топлива до пяти раз [8]. Так, как в существующих ГТУ используется всего 12–20% тепловой энергии энергоносителя на получение электрической энергии, а остальная часть энергии используется для получения тепла и горячей воды с коэффициентом полезного действия (кпд) 24–30% в зимнее время.

Предлагаемые модели и технические решения направлены не только на получение электроэнергии, но и на получение попутно и теплоты, что и определяет особую актуальность проведения исследования.

На виртуально-интерактивной модели лопастей газотурбинной машины исследуются всевозможные конструкции для увеличения коэффициента полезного действия. При соударении паровой струи об лопасти теряется около 80% энергии паровой струи в пространство атмосферы. Используя возможности отраженной энергии после соударения об лопасти вторичными конструкционными отражателями для соударения об следующие лопасти позволяет увеличить коэффициент полезного действия [9]. Необходимо найти эту оптимальную конструкцию на виртуально-интерактивной модели на компьютере.

Выводы: Методами компьютерного моделирования пользуются специалисты практически всех отраслей и областей науки и техники. С их помощью можно прогнозировать и имитировать явления, события или проектируемые предметы в заранее заданных параметрах.

ЛИТЕРАТУРА

1 Галкин С.С. Компьютерный физический эксперимент. Система Physlab. Институт информатизации образования Российской Академии образования, г. Москва // Материалы XII Междунар. конф.-выставки «Информационные технологии в образовании ИТО 2002». – М., 2002. – С. 42.

2 Татенов А.М. и др. Виртуальная лабораторная работа по биологии: «Биология. Хромосомная лаборатория» (компьютерная программа) на казахском и русском языках. – Свидетельство об интеллектуальной собственности №924 от 5.03.2003г.

3 Татенов А.М. и др. Виртуальная лабораторная работа по физике: «Физика. Теплота» (компьютерная программа) на казахском и русском языках. – Свидетельство об интеллектуальной собственности №926 от 5.03.2003г.

4 Пономерова, И.С. Виртуальная лаборатория как форма организации научных исследований / И. С. Пономерова, В. А. Зелепухина, Ю. Ю. Тарасаевич, Е. Н. Манжосова, И. А. Бубенщикова, А. Р. Ибрагимова, А. З. Абдугалиева, И. Т. Максудов // Мат-лы Всерос. научно-практ. конф. «Информационные технологии в образовании и науке». – М.: МФА, 2006. – Ч. 1. – С. 174-179.

5 Татенов А.М. Информационные технологии в моделировании и исследования процессов в нефтяных пластах и энергетических установках // Труды Междунар. научной конф. «Высокие технологии – залог устойчивого развития». – Алматы: КазНТУ, 25–27 мая 2011 г. – С. 312-315.

6 Кудайбергенов С.Е., Бимендина Л.А. и др., Способ извлечения нефти амфотерными гелями. – Предпатент РК. 2006/01.27.1.

7 Мунсызбай Т., Жаксылыкова СБ., Анализ существующих газотурбинных установок // Мат-лы междунар. конф. «Современные проблемы математики, информатики и управления», г. Алматы 2008 г. – С. 190-192.

8 Мунсызбай Т.М. и др., Авторское свидетельство № 21230 на изобретение «Паровая турбина». – Приоритет от 29.04.2008 г.

REFERENCES

1 Galkin S. S., Computer physical experiment. Physlab system. Institute of information of formation of the Russian Academy of Education, Moscow. – Materials XII of the International conference exhibition «Information technologies in formation of ITO 2002». – М., 2002. – P. 42.

2 Tatenov A.M., etc. Virtual laboratory work on biology: «Biology. Chromosomal laboratory» (the computer program) in the Kazakh and Russian languages. – The certificate on intellectual property No. 924 from 5.03.2003г.

3 Tatenov A.M., etc. Virtual laboratory work on physics: «Physics. Warmth» (the computer program) in the Kazakh and Russian languages. – The certificate on intellectual property No. 926 from 5.03.2003г.

4 Ponomerova I.S. Virtual laboratory as a form of the organization of scientific researches / I. S. Ponomerov, V. A. Zelepukhina, U. U. Tarasayevich, E. N. Manzhosova, I. A. Bubenschikova, A. R. Ibragimova, A. Z. Abdugaliyev, I. T. Maksudov // Materials of the All-Russia scientific and practical conference «Information technologies in science and education». – М.: MFA, 2006. – P. 1. – P. 174-179.

5 Tatenov A.M. Information technologies in modelling and researches of processes in oil layers and power installations // Works of the International scientific conference «High technologies – pledge of a sustainable development», Almaty, KAZNTU, on May 25–27 2011. – P. 312-315.

6 Kudaybergenov S. E., Bimendina L. A., etc. Way of extraction of oil amfoterny gels. – Prepatent R.K. 2006/01.27.1.

7 Munsyzbay T., Zhaksylykova SB., The analysis of existing gas-turbine installations // Materials of the international conference «Modern problems of mathematics, informatics and management», Almaty 2008. – P. 190-192.

8 Munsyzbay T.M., etc. The Copyright certificate No. 21230 on the invention «Steam turbine». – A priority from 29.04.2008.

Резюме

А. М. Татенов, Ш. М. Асқарова, Ж. Ж. Малайсарова, А. Габиденқызы, Н. Е. Молгаждарова

(Алматы Гуманитарлық техникалық университеті, Алматы қ.)

ҚОЛДАНБАЛЫ ҒЫЛЫМНЫҢ САЛАЛАРЫНДАҒЫ ӘР ТҮРЛІ ЕСЕПТЕРДІ ЗЕРТТЕУДЕ, ОҚЫТУ ҮРДІСІНДЕ ҮЛГІЛЕУДЕ ВИРТУАЛДЫ-ИНТЕРАКТИВТІ АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚҰРУ

Қолданбалы ғылымның салаларында әртүрлі есептер зерттеу үшін қазіргі кезде ақпараттық технологияларды қолданып құрал-сайман жасау, виртуалды интерактивті зертханаларды қолдану үлкен қарқын алуда. Осы мақала виртуалды-интерактивті зертханалар жасау және өлшегіш аспаптар дайындау сияқты жұмыстарды орындауды зерттеуге арналған.

Кілт сөздер: күзiреттiлiк, ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, бiлiмдi ақпараттандыру.

Summary

A. M. Tatenov, Sh. M. Askarova, Zh. Zh. Malaisarova, A. Gabidenkyzy, N. Molgazhdarova

(Almaty Humanities Technical University, Almaty)

VIRTUAL AND INTERACTIVE INFORMATION TECHNOLOGY IN MODELING OF EDUCATIONAL PROCESSES AND IN MODELING, RESEARCHES OF PROCESSES OF APPLIED PROBLEMS OF A SCIENCE

This work presents methods for computer research of virtual models of real oil reservoir and virtual model of a gas turbine for power generating systems. Measured parameters received from the virtual models are then included into recommendations for manufacturing enterprises.

Keywords: expertise, information and communication technology, information education.

Поступила 3.04.2013г.

Д. СУРАГАН^{1,2}

¹Институт математики и математического моделирования МОН РК, г. Алматы;
²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

ЗАДАЧА НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И НА СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ ОБЪЕМНОГО ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ СФЕРЫ

Аннотация

В работе [1] найдены граничные условия объемного потенциала для уравнения Пуассона в любой ограниченной области Ω многомерного Евклидова пространства, а также было показано, что решение полученной граничной задачи совпадает с объемным потенциалом, дано доказательство теоремы нахождения собственных значений и собственных функций объемного потенциала для уравнения Лапласа. В данной работе исследован трехмерный случай спектральной задачи объемного потенциала для уравнения Лапласа и получены собственные значения и собственные функции объемного потенциала для уравнения Лапласа в шаре. Все вычисления проводятся для случая, когда область является шаром.

Ключевые слова: объемный потенциал, уравнение Лапласа, собственные значения, собственные функции.

Кілт сөздер: көлемді әлеует, Лаплас теңдеуі, меншікті мәндер, меншікті функциялар.

Keywords: volume potential, Laplace equation, eigenvalues, eigenfunctions.

Постановка задачи: Найти собственные значения и собственные функции трехмерного объемного потенциала в шаре $\Omega = \{x \mid |x| < \delta, x \in R^3\}$:

$$u(x) = \lambda \int_{\Omega} \varepsilon_3(x-y)u(y)dy, \quad (1)$$

где $\varepsilon_3(x-y) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x-y|}$.

Теорема. Собственные значения λ_{ij} трехмерного объемного потенциала в шаре $\Omega = \{x \mid |x| < \delta, x \in R^3\}$ задаются формулой:

$$\lambda_{ij} = \frac{\left[\mu_j^{l+\frac{1}{2}} \right]^2}{\delta^2}, \quad (2)$$

$l = 0, 1, \dots, j = 1, 2, \dots, m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$, где $\mu_j^{l+\frac{1}{2}}$ – корни следующего уравнения

$$(2l-1)J_{l+\frac{1}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}}) + \frac{\mu_j^{l+\frac{1}{2}}}{2} (J_{l-\frac{1}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}}) - J_{l+\frac{3}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}})) = 0. \quad (3)$$

Собственные функции, соответствующие собственным значениям λ_{ij} , образуют полную ортогональную систему в $L_2(\Omega)$ и представимы в виде:

$$u_{ijm} = \frac{1}{\sqrt{r}} J_{l+\frac{1}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta}) Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (4)$$

где $Y_l^m(\theta, \varphi) = \begin{cases} \mathfrak{Y}_l^m(\cos \theta) \cos m\varphi, m = 0, 1, \dots, l; \\ \mathfrak{Y}_l^m(\cos \theta) \sin m\varphi, m = 0, 1, \dots, l; l = 0, 1, \dots, \end{cases}$ – сферические функции; \mathfrak{Y}_l^m – полиномы

Лежандра; (r, θ, φ) – соответствующие сферические координаты.

Доказательство теоремы. В силу теоремы 1 [1], задача (1) эквивалентна краевой задаче на собственные значения и соответствующие собственные функции для трехмерного шара $\Omega = \{x \mid |x| < \delta, x \in R^3\}$:

$$\Delta u = -\lambda u, \tag{5}$$

$$-\frac{1}{2}u(x) + \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \varepsilon_3(x-y)}{\partial n_y} u(y) dS_y - \int_{\partial\Omega} \varepsilon_3(x-y) \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} dS_y = 0, \quad x \in \partial\Omega, \tag{6}$$

где $\varepsilon_3(x-y) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x-y|}$.

Построим собственные функции. Эту задачу удобно решать в сферических координатах

$$x_1 = r \sin \theta \cos \varphi, \quad x_2 = r \sin \theta \sin \varphi, \quad x_3 = r \cos \theta \quad 0 \leq r < \delta, \quad 0 \leq \theta < \pi, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$y_1 = \rho \sin \vartheta \cos \psi, \quad y_2 = \rho \sin \vartheta \sin \psi, \quad y_3 = \rho \cos \vartheta \quad 0 \leq \rho < \delta, \quad 0 \leq \vartheta < \pi, \quad 0 \leq \psi < 2\pi.$$

В этих координатах задача (5)–(6) для функции $\tilde{u}(r, \theta, \varphi) = u(r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta)$ принимает вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \varphi^2} = -\lambda \tilde{u}, \tag{7}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \tilde{u}(r, \theta, \varphi) + \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \frac{\partial \tilde{u}(\rho, \vartheta, \psi)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\delta} d\vartheta d\psi - \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \Big|_{\rho=\delta} \tilde{u}(r, \vartheta, \psi) d\vartheta d\psi = 0, \quad r = \delta, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\Psi = \sin \theta \cos \varphi \sin \vartheta \cos \psi + \sin \theta \sin \varphi \sin \vartheta \sin \psi + \cos \theta \cos \vartheta$.

К граничному условию при $r = \delta$ необходимо еще добавить граничное условие при $r = 0$. Это условие состоит в том, что функция \tilde{u} должна быть ограниченной в окрестности точки $r = 0$. Далее, функция \tilde{u} , очевидно, должна быть 2π -периодической относительно φ , т.е.

$$|\tilde{u}(0, \theta, \varphi)| < \infty, \quad \tilde{u}(\delta, \theta, \varphi) = \tilde{u}(\delta, \theta, \varphi + 2\pi), \quad \tilde{u}(\delta, \theta, \varphi) = \tilde{u}(\delta, \theta + 2\pi, \varphi). \tag{9}$$

В соответствии с общей схемой метода Фурье собственные функции задачи (7)–(8) ищем в виде произведения $\mathfrak{R}(r)Y(\theta, \varphi)$.

Разделяя переменные, для функций Y и \mathfrak{R} получим спектральные краевые задачи:

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \mu Y = 0, \quad Y \in C^\infty(\partial\Omega), \tag{10}$$

$$(r^2 \mathfrak{R}')' + (\lambda r^2 - \mu) \mathfrak{R} = 0, \quad |\mathfrak{R}(0)| < \infty, \tag{11}$$

$$\begin{aligned} & R(r)Y(\theta, \varphi) + \frac{\mathfrak{R}'(\delta)\delta^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \Big|_{\rho=\delta} Y(\vartheta, \psi) d\vartheta d\psi - \\ & - \frac{\delta^2 \mathfrak{R}(\delta)}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \Big|_{\rho=\delta} Y(\vartheta, \psi) d\vartheta d\psi = 0, \quad r \rightarrow \delta. \end{aligned} \tag{12}$$

При $\mu = l(l+1)$, $l = 0, 1, \dots$, как хорошо известно, задача (10) имеет ненулевые решения и этими решениями являются сферические функции Y_l^m , $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$.

Лемма 1. Пусть Y_l – сферическая функция порядка l . Имеет место равенство

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (Y_l(\theta, \varphi))^{-1} Y_l(\vartheta, \psi) \mathfrak{Z}_k(\Psi) d\vartheta d\psi = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{lk}, \quad \text{где } \delta_{lk} = \begin{cases} 0, & k \neq l \\ 1, & k = l \end{cases} \tag{13}$$

и $\mathfrak{I}_l(\Psi)$ – полиномы Лежандра.

Доказательство леммы 1. Пусть $x = (r, \theta, \varphi)$ и $y = (0, 0, 1)$. Разложим функцию

$$\frac{1}{|x - y|} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2r \cos \theta + r^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - re^{i\theta})(1 - re^{-i\theta})}}$$

в ряд по степеням r ,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2r \cos \theta + r^2}} = \sum_{l=0}^{\infty} a_l(\cos \theta) r^l. \quad (14)$$

Ряд (14) сходится равномерно при $|r| < 1$ и $\theta \in [0, \pi]$, и его можно почленно дифференцировать по r и θ бесконечное число раз, причем полученные ряды будут сходиться равномерно по (r, θ) на $[-r_0, r_0] \times [0, \pi]$ при любом $r_0 < 1$. Применяя, что функция гармонична в шаре $|x| < 1$, при всех $r \in (0, 1)$ получаем

$$0 = \sum_{l=0}^{\infty} \Delta[a_l(\cos \theta) r^l] = \sum_{l=0}^{\infty} r^{l-2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{da_l}{d\theta} \right) + l(l+1)a_l \right].$$

Справедливо разложение

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2v\Psi + v^2}} = \sum_{l=0}^{\infty} \mathfrak{I}_l(\Psi) v^l, v < 1. \quad (15)$$

Т.е. $(1 - 2v\Psi + v^2)^{-\frac{1}{2}}$ производящей функцией для полиномов Лежандра $\mathfrak{I}_l(\Psi)$.

$$\frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \Big|_{\rho=\delta} = \frac{1}{\delta \sqrt{1 - 2\frac{r}{\delta}\Psi + \frac{r^2}{\delta^2}}} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathfrak{I}_k(\Psi) \frac{r^k}{\delta^{k+1}}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} \Big|_{\rho=\delta} = \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{k=0}^{\infty} \mathfrak{I}_k(\Psi) \frac{r^k}{\rho^{k+1}} \Big|_{\rho=\delta} = - \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \mathfrak{I}_k(\Psi) \frac{r^k}{\delta^{k+2}}. \quad (17)$$

Применяя формулу Грина для шара $\Omega = \{|x| < \delta, x \in R^3\}$ к гармоническому полиному

$$r^l Y_l(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \rho^l Y_l(\vartheta, \psi)}{\partial \rho} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} - \rho^l Y_l(\vartheta, \psi) \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - 2r\rho\Psi + r^2}} d\vartheta d\psi \quad (18)$$

и подставляя выражения (16) и (17) в формулу (18) и производя почленное интегрирование, получаем

$$\begin{aligned} r^l Y_l(\theta, \varphi) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} l \delta^{l-1} Y_l(\vartheta, \psi) \sum_{k=0}^{\infty} \mathfrak{I}_k(\Psi) \frac{r^k}{\delta^{k+1}} + Y_l(\vartheta, \psi) \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \mathfrak{I}_k(\Psi) \frac{r^k}{\delta^{k+2}} d\vartheta d\psi = \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^k}{\delta^{k+2}} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (l\delta + k + 1) Y_l(\vartheta, \psi) \mathfrak{I}_k(\Psi) d\vartheta d\psi. \end{aligned}$$

Возьмем $\delta = 1$, отсюда ввиду произвольности r вытекает

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} Y_l(\vartheta, \psi) \mathfrak{I}_k(\Psi) d\vartheta d\psi = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{lk} Y_l(\theta, \varphi), \text{ где } \delta_{lk} = \begin{cases} 0, & k \neq l \\ 1, & k = l \end{cases}.$$

Умножая на $(Y_l(\vartheta, \psi))^{-1}$, получим (13), что и требовалось доказать.

Используя предыдущие рассуждения можно представить (12) в следующем виде:

$$\Re(\delta) + \frac{2\delta}{4l+3} \Re'(\delta) = 0. \quad (19)$$

Лемма 2. Задача (11), (19) – самосопряженная.

Доказательство леммы 2 не составляет труда. Достаточно непосредственным вычислением проверить $(Lu, v)_0 = (u, Lv)_0$, т.е.

$$\int_0^\delta \left((r^2 u')' + (\lambda r^2 - \mu) u \right) v dr = \int_0^\delta \left((r^2 v')' + (\lambda r^2 - \mu) v \right) u dr.$$

При $\mu = l(l+1)$ уравнение (11) для функции $\mathfrak{R}_1 = \sqrt{r} \mathfrak{R}$ превращается в уравнение Бесселя

$$r^2 \mathfrak{R}_1'' + r \mathfrak{R}_1' \left(\lambda r^2 - \left(l + \frac{1}{2} \right)^2 \right) \mathfrak{R}_1 = 0. \quad (20)$$

Ограниченным в нуле решением уравнения (11) является функция

$$\mathfrak{R}(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} J_{l+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda} r). \quad (21)$$

Чтобы удовлетворить граничному условию (19), необходимо положить в (19) $\mathfrak{R}(r) = \frac{1}{\sqrt{r}} J_{l+\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda} r)$. Тогда

$$J_{l+\frac{1}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}}) + \frac{\mu_j^{l+\frac{1}{2}}}{l+1} J'_{l+\frac{1}{2}}(\mu_j^{l+\frac{1}{2}}) = 0, \quad (22)$$

где $\mu_j^{l+\frac{1}{2}} = \sqrt{\lambda} \delta$, $j = 1, 2, \dots$, –положительные корни уравнения (22).

И так

$$\lambda_{lj} = \frac{\left[\mu_j^{l+\frac{1}{2}} \right]^2}{R^2}, \quad u_{ljm}(x) = \frac{1}{\sqrt{r}} J_{l+\frac{1}{2}} \left(\mu_j^{l+\frac{1}{2}} \frac{r}{\delta} \right) Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (23)$$

$$l = 0, 1, \dots, j = 1, 2, \dots, m = 0, \pm 1, \dots, \pm l,$$

собственные значения и собственные функции краевой задачи (5)-(6).

Система собственных функций $\{u_{ljm}\}$ ортогональна и полна в $L_2(\Omega)$, и поэтому других собственных значений и собственных функций задача (5)–(6) не имеет. Теорема 1 доказана полностью.

Заключение. Одной из самых сложных проблем математической физики является нахождение явного вид задачи для сложной области Евклидового пространства. Например, в случае классической граничной задачи для уравнения Лапласа мы можем найти ее решение в явном виде лишь для некоторых канонических областей Евклидового пространства. Новизна данной работы состоит в том, что мы показали, что спектральная нелокальная граничная задача для уравнения Лапласа (5)-(6) является разрешимой в явном виде.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кальменов Т.Ш., Сураган Д. К спектральным вопросам объемного потенциала // Доклады академии наук. – 2009. – Т. 428, № 1. – С. 16-19.
- 2 Kal'menov T.Sh., Suragan D. A boundary condition and spectral problems for the Newton potentials, Operator theory: Advances and applications. – 2011. – Vol. 216. – P. 187-210.
- 3 Владимиров В.С.. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981.

REFERENCES

- 1 Kal'menov T.Sh., Suragan D. K spektral'nym voprosam ob'emnogo potentsiala // Doklady akademii nauk. – 2009. – Т. 428, № 1. – С. 16-19. (in Russ).
- 2 Kal'menov T.Sh., Suragan D. A boundary condition and spectral problems for the Newton potentials, Operator theory: Advances and applications. – 2011. – Vol. 216. – P. 187-210.
3. Vladimirov V.S. Uravneniya matematicheskoi fiziki. – М.: Nauka, 1981 (in Russ).

Резюме

Д. Сураган^{1,2}

(¹ҚР БҒМ Математика және математикалық үлгілеу институты, Алматы қ.;
²әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

**КӨЛЕМДІ ӘЛЕУЕТТИҢ ШАРДАҒЫ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІ
ЖӘНЕ МЕНШІКТІ ФУНКЦИЯЛАРЫНА ЕСЕП**

[1] жұмыста кез келген Ω облыс үшін Пуассон теңдеуі үшін көлемді әлеуеттің шекаралық шарттары табылған, сонымен бірге алынған шекаралық есептің шешімі көлемді әлеуетпен дәл келетіні көрсетілген және Пуассон теңдеуі үшін көлемді әлеуеттің меншікті мәндері мен меншікті функцияларын анықтау теоремасы дәлелденген. Осы аталмыш жұмыста Пуассон теңдеуі үшін көлемді әлеуетіне үш өлшемді спектральдық есептер қарастырылады және де көлемді әлеуеттің барлық меншікті мәндері мен меншікті функциялары шарда айқын түрде табылады.

Кілт сөздер: көлемді әлеует, Лаплас теңдеуі, меншікті мәндер, меншікті функциялар.

Summary

D. Suragan^{1,2}

(¹ Al-Farabi Kazakh national university, Almaty;
²Institute of mathematics of the Ministry of Education And Science of The Republic of Kazakhstan, Almaty)

**EIGENVALUE AND EIGENFUNCTION PROBLEMS
OF THE VOLUME POTENTIAL IN A SPHERE**

In the paper [1] the authors found boundary conditions of the volume potential for the Poisson equation in any bounded domain Ω of multidimensional Euclidean space and it was proved that the solution of obtained boundary-value problem coincides with the volume potential. In addition, in the paper [1] a spectral theorem for eigenvalues and eigenfunctions of the volume potential was proved in two dimensional Euclidian space. In this paper we investigate three dimensional spectral problems for the volume potential. We find explicit formulas of all eigenvalues and eigenfunctions of the volume potential for the Laplace operator in a three dimensional ball in Euclid space.

Keywords: volume potential, Laplace equation, eigenvalues, eigenfunctions.

Поступила 18.04.2013г.

Д. СУРАГАН^{1,2}

¹Институт математики и математического моделирования МОН РК, г. Алматы;
²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТОЧНОМ ПЕРЕНОСЕ УСЛОВИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗОММЕРФЕЛЬДА НА ГРАНИЦУ ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Аннотация

Для решения неоднородного уравнения Гельмгольца в ограниченной трехмерной области с достаточно гладкой границей предложена новая постановка граничных условий, обладающих свойством подавлять волны, отраженные от границы. Доказаны существование и единственность классического решения задачи в предложенной постановке. Показано, что внутри ограниченной области это решение совпадает с решением (с излученным решением) задачи, поставленной в неограниченной области с условием излучения Зоммерфельда. Описано граничное условие объемного потенциала для уравнения Гельмгольца.

Ключевые слова: уравнение Гельмгольца, условия излучения Зоммерфельда, граничные условия нелокального типа.

Кілт сөздер: Гельмгольц тендеуі, Зоммерфельдтің сәулелену шарты, жергілікті емес түрдегі шекаралық шарттар.

Keywords: Helmholtz equation, Sommerfeld radiation condition, boundary conditions of non-local type.

В этом параграфе мы построим краевые условия, которым удовлетворяет решение уравнения Гельмгольца с условиями излучения Зоммерфельда на границе произвольной ограниченной области [см. 1].

Уравнением Гельмгольца называется уравнение

$$\Delta u + k^2 u = -f(x). \quad (1)$$

При $k = 0$ оно превращается в уравнение Пуассона. Теория уравнения Гельмгольца близка к теории уравнения Пуассона, однако имеются некоторые особенности, связанные с неединственностью решения (при $k^2 > 0$ и в дальнейшем считаем $k > 0$).

Решение уравнения Пуассона во всем пространстве единственно в классе (обобщенных) функций, стремящихся к нулю на бесконечности. Для уравнения Гельмгольца это утверждение уже не имеет места, поскольку соответствующее однородное уравнение

$$\Delta u + k^2 u = 0, \quad (2)$$

например, имеет ненулевое решение в R^3 , убывающее на бесконечности:

$$u(x) = -\frac{\sin k|x|}{4\pi|x|}.$$

Чтобы выделить класс единственности решения для уравнения Гельмгольца в неограниченных областях, являющихся внешностью ограниченных областей, нужно потребовать дополнительные ограничения на поведение решения на бесконечности. Такими ограничениями являются, например, условия излучения Зоммерфельда

$$u(x) = O(|x|^{-1}), \quad \frac{\partial u(x)}{\partial |x|} - iku(x) = o(|x|^{-1}), \quad |x| \rightarrow \infty, \quad (3)$$

или

$$u(x) = O(|x|^{-1}), \quad \frac{\partial u(x)}{\partial |x|} + iku(x) = o(|x|^{-1}), \quad |x| \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Условия (3) соответствуют рассеянным волнам (уходящим в бесконечность), а условия (4) – падающим волнам (приходящим из бесконечности). Заметим, что для гармонических функций ($k = 0$) условия излучения вытекают только из одного требования: $u(\infty) = 0$. С другой стороны, можно показать [2], что при $k > 0$ всякое решение однородного уравнения Гельмгольца, удовлетворяющее второму из условий излучения (4), удовлетворяет и первому условию, так как $u(x) = O(|x|^{-1})$.

Однородное уравнение Гельмгольца. Решения однородного уравнения Гельмгольца (2) обладают свойствами, аналогичными свойствам гармонических функций. Отметим некоторые из них.

а) Если функция $u \in C(\Omega)$ удовлетворяет в области Ω уравнению (2) в обобщенном смысле, то $u \in C^\infty(\Omega)$.

б) Пусть граница $\partial\Omega$ области Ω – достаточно гладкая поверхность. Если функция $u \in C(\bar{\Omega})$ удовлетворяет в области Ω уравнению (2) и имеет правильную нормальную производную на S , то справедливы формулы

$$u(x) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[E(x-y) \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} - u(y) \frac{\partial}{\partial n_y} E(x-y) \right] dS_y,$$

$$\bar{u}(x) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\bar{E}(x-y) \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} - u(y) \frac{\partial}{\partial n_y} \bar{E}(x-y) \right] dS_y,$$

где $E(x)$ и $\bar{E}(x)$ – фундаментальное решение оператора Гельмгольца, удовлетворяющее условию излучения Зоммерфельда (3) и (4), соответственно. Например, в трехмерном пространстве, соответствующие фундаментальные решения выражаются формулами

$$E(x) = -\frac{e^{ik|x|}}{4\pi|x|}, \quad \bar{E}(x) = -\frac{e^{-ik|x|}}{4\pi|x|}.$$

в) Если граница $\partial\Omega$ области Ω – достаточно гладкая поверхность, функция $u \in C(\Omega_1)$ удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца в области $\Omega_1 = R^3 \setminus \bar{\Omega}$, имеет правильную нормальную производную на $\partial\Omega$, $u|_{\partial\Omega} = 0$ или $\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0$, то $u(x) = 0$, $x \in \Omega_1$.

Потенциалы. Пусть $f \in L_2(R^3)$. Интегралы

$$u(x) = \int_{R^3} E(x-y) f(y) dy, \quad \bar{u}(x) = \int_{R^3} \bar{E}(x-y) f(y) dy,$$

являются аналогами ньютоновых потенциалов для случая уравнения Гельмгольца.

При этом решение единственно в классе обобщенных функций, удовлетворяющих условиям излучения (3) или (4).

Если $f \in C(\bar{\Omega})$ и $f(x) = 0$, $x \in \Omega_1 = R^3 \setminus \bar{\Omega}$, то потенциалы V и \bar{V} выражаются интегралами

$$V(x) = \int_{\Omega} E(x-y) f(y) dy, \tag{5}$$

$$\bar{V}(x) = \int_{\Omega} \bar{E}(x-y) f(y) dy. \tag{6}$$

Эти потенциалы принадлежат классу $C^1(R^3) \cap C^\infty(\Omega_1)$, удовлетворяют в области Ω_1 однородному уравнению (2) и условиям (3) и (4) соответственно.

Это утверждение доказывается так же, как и для объемного ньютонова потенциала.

С помощью фундаментальных решений $E(x)$ и $\bar{E}(x)$ могут быть построены аналоги поверхностных потенциалов простого и двойного слоя. Они выражаются интегралами:

$$V^{(0)}(x) = \int_{\partial\Omega} E(x-y)\mu(y)dS_y, \quad \bar{V}^{(0)}(x) = \int_{\partial\Omega} \bar{E}(x-y)\mu(y)dS_y,$$

$$V^{(1)}(x) = \int_{\partial\Omega} \nu(y)\frac{\partial}{\partial n_y} E(x-y)dS_y, \quad \bar{V}^{(1)}(x) = \int_{\partial\Omega} \nu(y)\frac{\partial}{\partial n_y} \bar{E}(x-y)dS_y.$$

Свойства потенциалов $V^{(0)}$, $\bar{V}^{(0)}$, $V^{(1)}$ и $\bar{V}^{(1)}$ аналогичны свойствам соответствующих ньютоновых потенциалов. Вне поверхности $\partial\Omega$ эти потенциалы бесконечно дифференцируемы, удовлетворяют однородному уравнению (2) и условиям излучения (3) и (4) соответственно, причем $V^{(0)}$ и $\bar{V}^{(0)} \in C(R^3)$. Если $\partial\Omega$ – поверхность Ляпунова, то потенциалы $V^{(0)}$ и $\bar{V}^{(0)}$ имеют правильную нормальную производную на $\partial\Omega$ извне и изнутри $\partial\Omega$ и эти производные равны соответственно

$$\left(\frac{\partial V^{(0)}}{\partial n}\right)_{\pm}(x) = \mp \frac{\mu(x)}{2} + \int_{\partial\Omega} \mu(y)\frac{\partial}{\partial n_x} E(x-y)dS_y, \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{V}^{(0)}}{\partial n}\right)_{\pm}(x) = \mp \frac{\mu(x)}{2} + \int_{\partial\Omega} \mu(y)\frac{\partial}{\partial n_x} \bar{E}(x-y)dS_y. \quad (8)$$

Потенциалы двойного слоя $V^{(1)}$ и $\bar{V}^{(1)}$ принадлежат классу $C(\bar{\Omega}) \cap C(\bar{\Omega}_1) \cap C(\partial\Omega)$, и их предельные значения на $\partial\Omega$ извне и изнутри $\partial\Omega$ равны соответственно

$$V_{\pm}^{(1)}(x) = \pm \frac{\nu(x)}{2} + \int_{\partial\Omega} \nu(y)\frac{\partial}{\partial n_y} E(x-y)dS_y, \quad (9)$$

$$\bar{V}_{\pm}^{(1)}(x) = \pm \frac{\nu(x)}{2} + \int_{\partial\Omega} \nu(y)\frac{\partial}{\partial n_y} \bar{E}(x-y)dS_y. \quad (10)$$

Одним из основных результатов данного параграфа является

Теорема 1. Для любой функции $f \in L_2(\Omega)$ объемный потенциал (5) удовлетворяет граничному условию

$$-\frac{1}{2}u(x) + \int_{\partial\Omega} \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y)dS_y - \int_{\partial\Omega} E(x-y)\frac{\partial u(y)}{\partial n_y} dS_y = 0, \quad x \in \partial\Omega. \quad (11)$$

Обратно, если $k^2 \neq \lambda^D$ функция $u \in W_2^2(\Omega)$ удовлетворяет уравнению (1) и граничному условию (11), то она определяет объемный потенциал (5).

Здесь λ^D – собственные значения задачи Дирихле в Ω

$$-\Delta u = \lambda^D u, \quad x \in \Omega;$$

$$u(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega,$$

а $\frac{\partial}{\partial n_y}$ – производная по направлению внешней нормали к $\partial\Omega$.

Доказательство теоремы 1. Предполагая сначала, что $u \in C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$, непосредственным вычислением при любом $x \in \Omega$ находим

$$u(x) = \int_{\Omega} E(x-y)f(y)dy = - \int_{\Omega} E(x-y)\Delta u(y)dy - \int_{\Omega} k^2 E(x-y)u(y)dy =$$

$$= \int_{\partial\Omega} \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y)dS_y - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} E(x-y)dS_y - \int_{\Omega} ((\Delta_y + k^2)E(x-y))u(y)dy =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{\partial\Omega} \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y) dS_y - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} E(x-y) dS_y + u(x) = \\
 &= u(x) + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y) - \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} E(x-y) \right) dS_y,
 \end{aligned}$$

где $\frac{\partial}{\partial n_y} = n_1 \frac{\partial}{\partial y_1} + n_2 \frac{\partial}{\partial y_2} + n_3 \frac{\partial}{\partial y_3}$ – нормальная производная, а n_1, n_2, n_3 – составляющие единичной внешней нормали. Отсюда находим

$$I_u(x) = \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y) - \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} E(x-y) \right) dS_y \equiv 0, \quad x \in \Omega. \quad (12)$$

Так как $\Delta_x E(x-y) = 0$ при $x \neq y$ и $\Delta_x \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} = 0$ при $x \neq y$, то имеем

$$\Delta_x I_u(x) \equiv 0.$$

Используя свойства потенциала двойного слоя (9), из (12) при $x \rightarrow \partial\Omega$, находим

$$I_u(x) = -\frac{1}{2}u(x) + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} u(y) - \frac{\partial u(y)}{\partial n_y} E(x-y) \right) dS_y = 0, \quad x \in \partial\Omega. \quad (13)$$

Так как $I_u(x)$ решение однородного уравнения Гельмгольца, то в силу единственности решения задачи Дирихле ($k^2 \neq \lambda^p$), тождество $I_u(x) \equiv 0$ равносильно соотношению (13), т.е. соотношение $I_u(x)|_{x \in \partial\Omega} = 0$ является граничным условием объемного потенциала (5).

Далее, предельным переходом несложно показать, что формула (13) остается справедливой и для всех $u \in W_2^2(\Omega)$.

Таким образом, объемный потенциал (5) удовлетворяет граничному условию (11).

Обратно покажем, что если функция $u_1 \in W_2^2(\Omega)$ удовлетворяет уравнению $\Delta u_1 + k^2 u_1 = -f$ и граничному условию (11), то она совпадает с объемным потенциалом (5).

Действительно, если не так, то функция $v = u - u_1 \in W_2^2(\Omega)$, где $u = E * f$ объемный потенциал, удовлетворяет однородному уравнению $(\Delta + k^2)v(y) = 0$ и однородному условию (11).

Применив формулу Грина к функции $v \in W_2^2(\Omega)$, как и выше, убеждаемся в том, что

$$\begin{aligned}
 0 &= -\int_{\Omega} E(x-y)((\Delta + k^2)v(y)) dy = -\int_{\Omega} E(x-y)\Delta v(y) dy - \int_{\Omega} k^2 E(x-y)v(y) dy = \\
 &= \int_{\partial\Omega} \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} v(y) dS_y - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial v(y)}{\partial n_y} E(x-y) dS_y - \int_{\Omega} ((\Delta_y + k^2)E(x-y))v(y) dy = \\
 &= \int_{\partial\Omega} \frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} v(y) dS_y - \int_{\partial\Omega} \frac{\partial v(y)}{\partial n_y} E(x-y) dS_y + v(x) = \\
 &= v(x) + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} v(y) - \frac{\partial v(y)}{\partial n_y} E(x-y) \right) dS_y = v(x) + I_v(x), \quad \forall x \in \Omega.
 \end{aligned}$$

То есть,

$$v(x) + I_v(x) = 0, \quad x \in \Omega.$$

Отсюда, переходя к пределу при $x \rightarrow \partial\Omega$, получим

$$v(x) - \frac{1}{2}v(x) + \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial E(x-y)}{\partial n_y} v(y) - \frac{\partial v(y)}{\partial n_y} E(x-y) \right) dS_y = v(x) + I_v(x) \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0. \quad (14)$$

Из условия (11) имеем $I_v(x) \Big|_{x \in \partial\Omega} = 0$ и поэтому из (14) следует, что $v(x) \equiv 0, \forall x \in \partial\Omega$. В силу единственности решения задачи Дирихле ($k^2 \neq \lambda^D$) для уравнения Лапласа, отсюда вытекает, что $v = u - u_1 \equiv 0, \forall x \in \Omega$, Поэтому $u_1 \equiv u$, то есть совпадает с объемным потенциалом.

Теорема 1 доказана.

Следует отметить, что объемный потенциал (5) удовлетворяет краевому условию (11), не завися от того, что $k^2 \neq \lambda^D$ или $k^2 = \lambda^D$ [3,4]. Однако в первом случае потенциал (5) однозначно определяется из уравнения (1) и условия (11). Во втором же случае решение уравнения (1) с условиями (11) существует для любой правой части $f \in L_2(\Omega)$, однако не единственно и определяется с точностью до слагаемого, пропорционального собственным функциям задачи Дирихле, соответствующим собственным значениям λ^D . Так как собственные значения λ^D изменяются с изменением области Ω , то для любых фиксированных значений k^2 можно всегда выбрать такие области Ω , что $k^2 \neq \lambda^D$.

Также отметим, что условия $k^2 \neq \lambda^D$ являются естественными для краевых задач во внешности ограниченной области с условиями излучения Зоммерфельда на бесконечности.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Безменов И.В. Перенос условий излучения Зоммерфельда на искусственную границу области, основанный на вариационном принципе // Математический сборник. – 1994. – № 185(3). – С. 3-24.
- 2 Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981.
- 3 Кальменов Т.Ш., Сураган Д. К спектральным вопросам объемного потенциала // Доклады академии наук. – 2009. – Т. 428, № 1. – С. 16-19.
- 4 Kal'menov T.Sh., Suragan D. A boundary condition and spectral problems for the Newton potentials, Operator theory: Advances and applications. – 2011. – Vol. 216. – P. 187-210.

REFERENCES

- 1 Bezmenov I.V. Perenos uslovii izlucheniya Zommerfel'da na iskusstvennuiu granitsu oblasti, osnovannyi na variatsionnom printsipe // Matematicheskii sbornik. – 1994. – N 185(3). – S. 3-24.
- 2 Vladimirov V.S. Uravneniya matematicheskoi fiziki. – M.: Nauka, 1981 (in Russ).
- 3 Kal'menov T.Sh., Suragan D. K spektral'nym voprosam ob'emnogo potentsiala // Doklady akademii nauk. – 2009. – T. 428, № 1. – S. 16-19 (in Russ).
- 4 Kal'menov T.Sh., Suragan D. A boundary condition and spectral problems for the Newton potentials, Operator theory: Advances and applications. – 2011. – Vol. 216. – P. 187-210.

Резюме

Д. Сураган^{1,2}

¹ҚР БҒМ Математика және математикалық үлгілеу институты, Алматы қ.;
²әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ.)

ЗОММЕРФЕЛЬДТІҢ ШЕКТЕЛГЕН АЙМАҚТА СӘУЛЕЛЕНУ ШАРТЫНЫҢ ТИЯНАҚТЫ ТАСЫМАЛДАУ ЕСЕБІНІҢ ШЕШІМІ

Шектеулі үш өлшемді тегіс шекарамен облыста біртекті емес Гельмгольц теңдеуін шешу үшін шекаралық шарттың жаңа қойылымы ұсынылды. Осы шекаралық шарттар шекарадан шағылысқан толқындарды түншықтыру сипатымен қабілетті. Ұсынылған жағдайда классикалық шешімнің болуы және оның жалғыздықтығы дәлелденген. Осы шешім кез келген шектеулі облыстың ішінде шектеусіз Зоммерфельдтің сәулелену шарты бар облыстағы есептің шешімімен сәйкес келетіндігі көрсетілген. Гельмгольц теңдеуі үшін көлемді әлеуеттің шекаралық шарттары сипатталған.

Кілт сөздер: Гельмгольц теңдеуі, Зоммерфельдтің сәулелену шарты, жергілікті емес түрдегі шекаралық шарттар.

Summary

D. Suragan^{1,2}

(¹ Al-Farabi Kazakh national university, Almaty;

²Institute of mathematics of the Ministry of Education And Science of The Republic of Kazakhstan, Almaty)

THE SOLUTION OF EXPLICIT TRANSLATION OF SOMMERFELD RADIATION
CONDITIONS PROBLEM ON BOUND OF BOUNDED DOMAIN IN A SPACE

To solve non-homogeneous Helmholtz equation in any bounded three-dimensional domain with sufficiently smooth boundary we offer a new statement of boundary conditions which have property to suppress waves reflected from the boundary. Also there are proved existence and uniqueness of the classical solution of problems under such conditions. In addition, we show that this solution inside of bounded domain coincides with the solution (with radiated solution) of problem posed in any non-bounded domain with the Sommerfeld radiation condition. In addition, we describe boundary conditions of the volume potential for the Helmholtz equation.

Keywords: Helmholtz equation, Sommerfeld radiation condition, boundary conditions of non-local type.

Поступила 18.04.2013г.

МАЗМҰНЫ

Шолу баяндамалары

Тәкібаев Н.Ж. Нейтронды жұлдыздардың қабықшаларындағы бейсызықты әсерлесулер..... 4

Теориялық физика

<i>Сәрсембаева А.Т., Аикава М., Тәкібаев Н.Ж., Құрманғалиева В.О., Тәкібаева М.Н., Әбішев М.Е., Насирова Д.М.</i> Ядролық реакциялар бойынша Орталықазиялық деректер базасын құру туралы.....	12
<i>Асака К., Д'адда А., Кавамото Н., Кондо И.</i> Төменгі өлшемділіктердегі весса-зумино $N = 2$ үлгісі үшін кванттық деңгейдегі дәл тор көзді симметрия.....	18
<i>Тәкібаев Н.Ж., Насирова Д.М., Тәкібаева М.Н., Нүсіпәлиева М.А.</i> Ақ ергежейлілер ядросындағы айныған электронды ферми сұйықтық жайлы.....	24
<i>Жұмбабекова В.Н., Тәкібаев Н.Ж., Спанова Г.А., Нүсіпәлиева М.А., Қарсыбаев Б.Т.</i> Металдық бериллий шағылдырғыштың физикалық ерекшеліктері.....	28
<i>Бақтыбаев Қ., Дәлелханқызы А., Бақтыбаев М.К.</i> Ядролардың коллективтік қозуларының микроскоптық теориясы.....	31
<i>Нүсіпәлиева М.А., Насирова Д.М., Тәкібаева М.Н.</i> Нейтронды жұлдыздар қабықшасындағы ядролық реакциялар жайлы.....	35
<i>Теміров Б.К.</i> Интегро-дифференциал-айырымды шектелген бесінші реттік айырымы бар бейсызық интегралды мүшелері бар теңдеулердің шешімін оссиляциялау.....	39
<i>Кенжебаев Н.Б., Хасанов М.К.</i> Жылу нейтрондарының бериллийден когерентті және когерентті емес шашырауы туралы.....	43

Плазма, газ және сұйықтар физикасы

<i>Архипов Ю.В., Ашықбаева Ә.Б., Асқарұлы Ә., Конде Л., Дәулетов А.Е., Ткаченко И.М.</i> Соқтығысты бір компонентті плазманың диэлектрлік функциялары туралы.....	46
<i>Дәулетов А.Е., Ерімбетова Л.Т., Оспанова А.К.</i> Тозанды плазмадағы макробөлшектердің статикалық құрылымдық факторы.....	51
<i>Жұмағұлова Қ.Н., Машиева Р.У.</i> Тозанды бөлшектердің газразрядты плазмадағы тербелісі.....	56
<i>Мұратов М.М., Рамазанов Т.С., Жұмағұлова Қ.Н.</i> Эксперименталды микроскопиялық қасиеттер негізіндегі тозанды плазма диагностикасы.....	61
<i>Жұмағұлова Қ.Н., Ғабдуллина Г.Л., Шаленов Е.О.</i> Динамикалық экрандалуды ескерген кездегі квазиклассикалық плазма электрондарының дифференциалдық шашырау қималары.....	65
<i>Жүкешов Ә.М., Ғабдуллина А.Т., Әмренова Ә.У., Пак С.П., Молдабеков Ж., Мұхамедырысқызы М., Қайбар А.</i> Импульсті плазманың тот баспайтын болат бетіне әсеріне.....	71
<i>Жұмағұлова Қ.Н., Машиева Р.У.</i> Күрделі құрамды плазманың тозанды компонентінің диффузия коэффициенті үшін скейлингті формулалар.....	75
<i>Ашкалиев Я.Ф., Ким А.С., Мұқашева С.Н., Нұрғалиева Қ.Е., Соколова О.И.</i> Сейсмикалық үдерістердің белсену кезеңдеріндегі геомагнит өрісі параметрлері түрленуінің локалды ауытқуын зерттеу.....	80

Атом ядросы және элементар бөлшектер физикасы

<i>Бақтыбаев Қ., Раманқұлов К.Е., Қойлық Н.О., Дәлелханқызы А., Бақтыбаев М.К.</i> Фермион-динамикалық симметрия және оның бозондық теориямен сәйкестігі.....	85
<i>Гайтинов А.Ш., Лебедева А.И., Лебедев И.А.</i> 10.7 А ГэВ энергияға ие алтын ядросы мен 158 А ГэВ энергияға ие қорғасын ядросының фотоэмальсия ядроларымен әсерлесуіндегі көпбөлшектік корреляцияны зерттеу.....	91
<i>Дінейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Бекбаев А.К., Чупраков И., Тоқсаба Ж.</i> Нейтрондық дифракция әдісімен берік қоспалардан тұратын Т30К4 микрокернеулігін және фазалық құрамын зерттеу.....	96
<i>Дінейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Жансейтов Д.М., Мұхаметұлы Б., Дауылбаев Ч.</i> Нейтрондық фурье-дифрактометр көмегімен материалдарда және өндірісте қолданатын бұйымдарда қалдық кернеуді зерттеу.....	102
<i>Дінейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Мұхаметұлы Б., Бекбаев А.К., Чупраков И.А.</i> Ұнтақты болаттардың термиялық өңдеу үдерісін зерттеу.....	108
<i>Дінейхан М., Жауғашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Аманкелед А., Әділбаева Г.А., Кемелжанова С.</i> Лептонды емес және сирек кездесетін $V(B_s)$ мезондардың енін анықтау.....	112
<i>Дінейхан М., Парфенова Ю.Л., Жауғашева С.А., Исадықов А.Н., Валиолда Д.С.</i> Атомдық деңгейлердің аса нәзік түзілісі және нейтрон саны артық(ғало) ядроларының құрылымы.....	117
<i>Дінейхан М., Жауғашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Кемелжанова С.Е., Хабыл Н.</i> $V(B_s) \rightarrow P(V)$ ауысудың формфакторын есептеу.....	123
<i>Дьячков В.В., Юшков А.В.</i> Микроәлемнің жүйелік-құрылымдық заңы.....	130
<i>Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж., Ысқақ А.Е.</i> Автотербелмелі жүйелер кластерінде қосжиіліктік сигналдардың пайда болуы режимдерін сандық зерттеу.....	134

<i>Юшков А.В., Дьячков В.В., Зарипова Ю.А., Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж.</i> Ғарыштық сәулеленуден жер бетіне түсетін энергия ағыны тығыздығының вариациялары.....	138
<i>Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж., Есерхаұлы Е.</i> «Қосжиілікті» Хопф бифуркациясын схемотехникалық үлгілеу.....	142

Қатты дене физикасы және сызықты емес физика

<i>Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н.</i> Металдық наноқұрылымдардың жылуфизикалық қасиеттері.....	146
<i>Халенов О.С., Колесников В.А., Юров В.М.</i> Композиттік қатты электролиттердің иондық өткізгіштігі.....	151
<i>Лауринас В.Ч., Завацкая О.Н., Гученко С.А., Юров В.М.</i> Көпфазалы жабулардың қасиеттеріне лазерлік сәулеленің әсері.....	155
<i>Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н.</i> Иондық-плазмалық бүркемелерді қалыптастырғандағы өздік ұйымдасу үрдістері.....	160
<i>Гученко С.А., Юров В.М., Лауринас В.Ч., Завацкая О.Н.</i> Көп фазалы нанокристалды жабулар үдерістері.....	165

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

<i>Құралбаев З.Қ., Таурбекова А.А.</i> Мантиялық диапиризмуінің механикалық-математикалық үлгісі	170
<i>Көпжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш.</i> Шекаралық шарттары онша қолайлы емес, Штурм–Лиувилл есебі шешімінің «спектральдық» ыдырау.....	181
<i>Нұрғабыл Д.Н., Қалибай А., Уаисов А.Б.</i> Тәуелсіз айнаымалы бойынша бастапқы секіріс құбылысы бар ерекше ауытқыған шекаралық есептер.....	184
<i>Шалданбаев А.Ш., Тенгаева А.А.</i> Штурм–Лиувилл операторының өзара байланыстылығының критерийлері.....	191
<i>Жәрекешев И.Х.</i> Электрондық спектордың левитациясы және Холлдың кванттық эффектісінің жаһандық фазалық диаграммасы.....	195
<i>Мусатаирова Г.Д., Тергеусізова А.С.</i> Төменгі вольтты PLC жүйелеріндегі кедергілердің әсерін зерттеу.....	200
<i>Асылбеков Б.К., Қарымсақова Н.Т.</i> Төменгі өтімді қабаттан радиалды сумен жоғарғы өтімді арналарға мұнайды ығыстыру үдерісін зерттеу.....	207
<i>Баймухаметов А.А., Мартынов Н.И., Рамазанова М.А., Тәңірбергенев А.Г., Чупрасов А.А.</i> Тұздықүмбезді тектоника жағдайындағы мұнайгаздық коллекторлар.....	212
<i>Бахтаев Ш.А., Тойгожинова А.Ж.</i> Атмосфералық ауа қысымының төмендетілген жағдайында жұмыс істейтін озонатордың құрылымы.....	221
<i>Татенов А.М., Асқарова Ш.М., Малайсарова Ж.Ж., Ғабиденқызы А., Молгаждарова Н.Е.</i> Қолданбалы ғылымның салаларындағы әртүрлі есептерді зерттеуде, оқыту үрдісінде үлгілеуде виртуалды-интерактивті ақпараттық технологияларды құру.....	225
<i>Сураган Д.</i> Көлемдік потенциалдың шардағы меншікті мәндері және меншікті функцияларына есеп.....	232
<i>Сураган Д.</i> Зоммерфельдтің шектелген аймақта сәленену шартының тиянақты тасымалдау есебінің шешімі.....	237

СОДЕРЖАНИЕ

Обзорные доклады

<i>Такибаев Н.Ж.</i> Нелинейные взаимодействия в оболочках нейтронных звезд.....	4
--	---

Теоретическая физика

<i>Сарсембаева А.Т., Аикава М., Такибаев Н.Ж., Курмангалиева В.О., Такибаева М.Н., Абишев М.Е., Насирова Д.М.</i> О создании центрально-азиатской базы данных по ядерным реакциям.....	12
<i>Асака К., Д'адда А., Кавамото Н., Кондо И.</i> Точная решеточная суперсимметрия на квантовом уровне для $N = 2$ модели Весса-Зумино в низких размерностях.....	18
<i>Насирова Д.М., Такибаева М.Н., Нусипалиева М.А.</i> О вырожденной электронной ферми-жидкости в ядрах белых карликов.....	24
<i>Жумабекова В.Н., Такибаев Н.Ж., Спанова Г.А., Нусипалиева М.А., Карсыбаев Б.Т.</i> Физические особенности бериллиевых металлических отражателей.....	28
<i>Бактыбаев К., Далелханкызы А., Бактыбаев М.К.</i> Микроскопическая теория коллективных возбуждений сферических ядер.....	31
<i>Нусипалиева М.А., Насирова Д.М., Такибаева М.Н.</i> О ядерных реакциях в оболочках нейтронных звезд.....	35
<i>Темиров Б.К.</i> Осцилляция решений интегро-дифференциально-разностного уравнения с конечными разностями пятого порядка с нелинейным интегральным членом.....	39
<i>Кенжебаев Н.Б., Хасанов М.К.</i> О когерентном и некогерентном рассеянии тепловых нейтронов на бериллии.....	43

Физика плазмы, газов и жидкостей

<i>Архипов Ю.В., Ашикбаева А.Б., Аскарұлы А., Конде Л., Давлетов А.Е., Ткаченко И.М.</i> О диэлектрической функции столкновительной однокомпонентной плазмы.....	46
<i>Давлетов А.Е., Еримбетова Л.Т., Оспанова А.К.</i> Статический структурный фактор макрочастиц в пылевой плазме.....	51
<i>Джумагулова К.Н., Машеева Р.У.</i> Колебания пылевых частиц в газоразрядной плазме.....	56
<i>Муратов М.М., Рамазанов Т.С., Джумагулова К.Н.</i> Диагностика пылевой плазмы на основе экспериментальных микроскопических свойств.....	61
<i>Джумагулова К.Н., Габдуллина Г.Л., Шаленов Е.О.</i> Дифференциальные сечения рассеяния электронов квазиклассической плазмы с учетом динамической экранировки.....	65
<i>Жукешов А.М., Габдуллина А.Т., Амренова А.У., Пак С.П., Мухамедрыскызы М., Кайбар А.</i> К воздействию импульсной плазмы на поверхность нержавеющей стали.....	71
<i>Джумагулова К.Н., Машеева Р.У.</i> Скейлинговые формулы для коэффициента диффузии пылевой компоненты плазмы сложного состава.....	75
<i>Аикашева Я.Ф., Ким С., Мукашева С.Н., Нурғалиева Қ.Е., Соколова О.И.</i> Исследование локальных возмущений в вариациях параметров геомагнитного поля в периоды активизации сейсмических процессов.....	80

Физика атомного ядра и элементарных частиц

<i>Бактыбаев К., Раманкулов К.Е., Койлык Н.О., Далелханкызы А., Бактыбаев М.К.</i> Фермионно-динамическая симметрия и ее бозонное отображение.....	85
<i>Гайтинов А.Ш., Лебедева А.И., Лебедев И.А.</i> Исследование многочастичных корреляций во взаимодействиях ядер золота с энергией 10,7 АГэВ и ядер свинца с энергией 158 АГэВ с ядрами фотоэмульсии.....	91
<i>Динейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Бекбаев А.К., Чупраков И., Токсаба Ж.</i> Изучение микронапряжений и фазового состава твердого сплава Т30К4 методом дифракции нейтрона.....	96
<i>Динейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Джансейтов Д.М., Мухаметулы Б., Дауылбаев Ч.</i> Нейтронный фурье-дифрактометр ФСД для исследования остаточных напряжений в материалах и промышленных изделиях.....	102
<i>Динейхан М., Сумин В.В., Азнабаев Д.Т., Мухаметулы Б., Бекбаев А.К., Чупраков И.А.</i> Исследование процессов термической обработки порошковых сталей.....	108
<i>Динейхан М., Жаугашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Аманкелид А., Адильбаева Г.А., Кемелжанова С.</i> Определение ширины нелептонных и редких распадов $B(B_s)$ мезона.....	112
<i>Динейхан М., Парфенова Ю.Л., Жаугашева С.А., Исадыков А.Н., Валиолда Д.С.</i> Сверхтонкое расщепление атомных уровней и пространственная структура нейтроно-избыточных (гало) ядер.....	117
<i>Динейхан М., Жаугашева С.А., Сайдуллаева Г.Г., Кемелжанова С., Хабыл Н.</i> Вычисление формфактора $B(B_s) \rightarrow P(V)$ перехода.....	123
<i>Дьячков В.В., Юшков А.В.</i> Системно-структурный закон микромира.....	130
<i>Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж., Есерханұлы Е.</i> Схемотехническое моделирование «двухчастотной» бифуркации Хопфа.....	134
<i>Юшков А.В., Дьячков В.В., Зарипова Ю.А., Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж.</i> Вариации падающей на поверхность земли плотности потока энергии от космического излучения.....	138

<i>Медетов Б.Ж., Наурызбаева А.Ж., Ыскак А.Е.</i> Численное исследование двухчастотного режима генерации сигналов кластером автоколебательных систем.....	142
---	-----

Физика твердого тела и нелинейная физика

<i>Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н.</i> Теплофизические свойства металлических наноструктур.....	146
<i>Халенов О.С., Колесников В.А., Юров В.М.</i> Ионная проводимость композитных твердых электролитов.....	151
<i>Лауринас В.Ч., Завацкая О.Н., Гученко С.А., Юров В.М.</i> Влияние лазерного облучения на свойства многофазных покрытий.....	155
<i>Юров В.М., Лауринас В.Ч., Гученко С.А., Завацкая О.Н.</i> Процессы самоорганизации при формировании ионно-плазменных покрытий.....	160
<i>Гученко С.А., Юров В.М., Лауринас В.Ч., Завацкая О.Н.</i> Многофазные нанокристаллические покрытия.....	165

Теоретические и экспериментальные исследования

<i>Куралбаев З.К., Таурбекова А.А.</i> Механико-математическая модель мантийного диапиризма.....	170
<i>Копжасарова А.А., Шалданбаев А.Ш.</i> «Спектральное» разложение решений задачи Штурма–Лиувилля с неусиленно регулярными краевыми условиями.....	181
<i>Нургабыл Д.Н., Калибай А., Уаисов А.Б.</i> Сингулярно возмущенные краевые задачи, обладающие явлениями начального скачка по независимой переменной.....	184
<i>Шалданбаев А.Ш., Тенгаева А.А.</i> Критерий самосопряженности оператора Штурма–Лиувилля.....	191
<i>Жарекешев И.Х.</i> Левитация электронного спектра и глобальная фазовая диаграмма квантового эффекта Холла.....	195
<i>Мусатирова Г.Д., Тергеусизова А.С.</i> Исследование влияния помех в низковольтных PLC.....	200
<i>Асилбеков Б.К., Карымсакова Н.Т.</i> Исследование процесса вытеснений нефти из низкопроницаемого пласта с водой радиальными высокопроницаемыми каналами.....	207
<i>Баймухаметов А.А., Мартынов Н.И., Рамазанова М.А., Танирбергенев А.Г., Чупрасов А.А.</i> Нефтегазовые коллекторы в условиях солянокупольной тектоники.....	212
<i>Бахтаев Ш.А., Тойгожинова А.Ж.</i> Конструкция озонатора, работающего при пониженном давлении атмосферного воздуха.....	221
<i>Татенов А.М., Аскарлова Ш.М., Малайсарова Ж.Ж., Габиденкызы А., Молгаждарова Н.Е.</i> Виртуально-интерактивная информационная технология в моделировании образовательных процессов и в моделировании, исследовании процессов прикладных задач науки.....	225
<i>Сураган Д.</i> Задача на собственные значения и на собственные функции объемного потенциала для сферы.....	232
<i>Сураган Д.</i> Решение задачи о точном переносе условий излучения Зоммерфельда на границу ограниченной области в пространстве.....	237

CONTENTS

Review reports

<i>Takibayev N.Zh.</i> Nonlinear interactions in neutron star envelopes.....	4
--	---

Theoretical physics

<i>Sarsembayeva A.T., Aikawa M., Takibayev N.Zh., Kurmangalieva V.O., Takibayeva M.N., Abishev M.E., Nasirova D.M.</i> Foundation of the central Asian nuclear reaction database.....	12
<i>Asaka K., D'Adda A., Kawamoto N., Kondo Y.</i> Exact Lattice Supersymmetry at the Quantum Level for $N = 2$ Wess-Zumino models in Lower Dimensions.....	18
<i>Takibayev N.Zh., Nassirova D.M., Takibaeyva M.N., Nusipaliyeva M.A.</i> On degenerate electron Fermi liquid in the nuclei of white dwarfs.....	24
<i>Zhumabekova V.N., Takibayev N.Zh., Spanova G.A., Nusipaliyeva M.A., Karsybayev B.T.</i> Physical peculiarities of the beryllium metallic reflectors.....	28
<i>Baktybaev K., Dalelkhankyzy A., Baktybaev M.K.</i> Fermions based on the model of interacting bosons.....	31
<i>Nusipaliyeva M.A., Nasirova D.M., Takibayeva M.N.</i> About nuclear reactions in crusts of neutron stars.....	35
<i>Temirov B.K.</i> Oscillations of solutions of the fifth order finite-difference integro-differential equations with integral term.....	39
<i>Kenzhebaev N.B., Hasanov M.K.</i> About coherent and incoherent scattering of thermal neutrons on beryllium.....	43

Physics of plasma, gases and liquids

<i>Arkhipov Yu.V., Ashikbayeva A.B., Askaruly A., Conde L., Davletov A.E., Tkachenko I.M.</i> On the collisional one-component plasma dielectric function.....	46
<i>Davletov A. E., Yerimbetova L. T., Ospanova A. K.</i> Static structure factor of macro particles in a dusty plasma.....	51
<i>Dzhumagulova K.N., Masheeva R.U.</i> Oscillations of the dust particles in the gas discharge plasmas.....	56
<i>Muratov M.M., Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N.</i> The diagnostics of dusty plasma on the basis of experimental microscopic properties.....	61
<i>Dzhumagulova K.N., Gabdullina G.L., Shalenov E.O.</i> The differential cross sections for electron scattering semiclassical plasma subject to dynamic screening.....	65
<i>Zhukeshov A.M., Gabdullyna A.T., Amrenova A.U., Pak S.P., Moldabekov Zh., Mukhamedryskyzy M., Kaybar A.</i> For a pulsed plasma influence on surface of stainless steel.....	71
<i>Dzhumagulova K.N., Masheeva R.U.</i> Scaling formulas for the diffusion coefficient of the dust component complex plasma.....	75
<i>Ashkaliyev Ya.F., Kim A.S., Mukasheva S.N., Nurgaliyeva K.E., Sokolova O.I.</i> Investigation of local disturbances in geomagnetic field parameters variations at the period of activation of seismic processes.....	80

Nuclear physics and elementary particles

<i>Baktybaev K., Ramankulov K.E., Koilyk N.O., Dalelkhankyzy A., Baktybaev M.K.</i> Boson mapping of the fermion dynamical – symmetrical model.....	85
<i>Gaitinov A.Sh., Lebedeva A.I., Lebedev I.A.</i> Research of multiparticle correlations in interactions of 10.7 AGeV gold nuclei and 158 AGeV lead nuclei with photoemulsion nuclei.....	91
<i>Dineykhon M., Sumin V.V., Aznabaev D.T., Bekbaev A.K., Shuprakov I., Toksaba Zh.</i> Study of microstresses and phase composition hard alloy T30K4 with neutron diffraction method.....	96
<i>Dineykhon M., Sumin V.V., Aznabaev D.T., Janseitov D.M., Muxametuly B., Daulbaev Sh.</i> Neutron Fourier Diffractometer FSD for Residual Stress Studies in Materials and Industrial Components.....	102
<i>Dineykhon M., Sumin V.V., Aznabaev D.T., Muxametuly B., Bekbaev A.K., Chuprakov I.</i> Investigation of thermal processing of powder steels.....	108
<i>Dineykhon M., Zhaugasheva S.A., Saidullaeva G.G., Amankelid A., Adilbaeva G.A., Kemelzhanova S.</i> Determination of the width the non-leptonic and rare decays of B (BS) meson.....	112
<i>Dineykhon M., Parfenova Yu.L., Zhaugasheva S.A., Issadykov A.N., Valiolda D.S.</i> Hyperfine splitting of the atomic energy levels and spatial structure of neutron-rich (halo) nuclei.....	117
<i>Dineykhon M., Zhaugasheva S.A., Saidullaeva G.G., Kemelzhanova S.E., Habyt N.</i> The calculation of the $B(B_s) \rightarrow P(V)$ transition form factor.....	123
<i>Dyachkov V.V., Yushkov A.V.</i> Systematic and structural laws of the microworld.....	130
<i>Medetov B., Naurzabayeva A., Yskak A.</i> Numerical analysis of dual-frequency signal generation by clusters of oscillating systems.....	134
<i>Yushkov A.V., Dyachkov V.V., Zaripova Yu.A., Medetov B.Zh., Naurzabayeva A.Zh.</i> Variations of energy flux density fallihg on the earth's surface from cosmic rays.....	138
<i>Medetov B., Naurzabayeva A., Eserkhanuly E.</i> Circuit simulation of «two-frequency» hopf bifurcation.....	142

Solid-state physics and nonlinear physics

<i>Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavatskaja O.N.</i> Thermal properties of metal nanostructures.....	146
<i>Khalenov O.S., Kolesnikov V.A., Jurov V.M.</i> Ionic conductivity of composit solid state electrolits.....	151
<i>Laurinas V.Ch., Zavatsky O.N., Guchenko S.A., Jurov V.M.</i> Influence of a laser irradiation on properties of multiphase nanostructural coverings.....	155
<i>Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Guchenko S.A., Zavatskaja O.N.</i> Self-organising processes at formation Ionic-plasma Coverings.....	160
<i>Guchenko S.A., Jurov V.M., Laurinas V.Ch., Zavatskaja O.N.</i> Multiphase crystal coverings.....	165

Theoretical and experimental researches

<i>Kuralbayev Z.K., Taurbekova A.A.</i> Mechanical-mathematical modeling of mantle diapirism.....	170
<i>Kopzhasarova A.A., Shaldanbayev A.Sh.</i> The «spectral» solution expansion of the Sturm–Liouville problem with not strongly regular boundary conditions.....	181
<i>Nurgabyl D.N., Kalibay A., Uaissov A.B.</i> Singularly perturbed boundary-value problems possessing the phenomena of initial jump on independent of the variable.....	184
<i>Shaldanbaev A.Sh., Tengaeva A.A.</i> Criterion of self-adjoint Sturm–Liouville.....	191
<i>Zharekeshev I.Kh.</i> Levitation of the electron spectrum and global phase diagram of the quantum Hall effect.....	195
<i>Musapirova G.D., Tergeusizova A.S.</i> Study of the effect of noise in low voltage PLC networks.....	200
<i>Assilbekov B.K., Karymsakova N.T.</i> Study of oil displacement process from the low-permeability water shelf by the radial high-permeable channels.....	207
<i>Bajmuhametov A.A., Martynov N.I., Ramazanova M.A., Tanirbergenov A.G., Chuprassov A.A.</i> Oil-and-gas collectors in salt-dome tectonics.....	212
<i>Bahtaev S.A., Toygozhinova A.J.</i> Construction ozonator operates at reduced air pressure.....	221
<i>Tatenov A.M., Askarova Sh.M., Malaisarova Zh.Zh., Gabidenkyzy A., Molgazhdarova N.</i> Virtual and interactive information technology in modeling of educational processes and in modeling, researches of processes of applied problems of a science.....	225
<i>Suragan D.</i> Eigenvalue and eigenfunction problems of the volume potential in a sphere.....	232
<i>Suragan D.</i> The solution of explicit translation of Sommerfeld radiation conditions problem on bound of bounded domain in a space.....	237

Редактор *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.04.2013.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
15,7 п.л. Тираж 3000. Заказ 2.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ ЖУРНАЛОВ НАН РК

В журналах публикуются научные статьи и заметки, экспресс-сообщения о результатах исследований в различных областях естественно-технических и общественных наук.

Журналы публикуют сообщения академиков НАН РК, а также статьи других ученых, **представленные** действительными членами НАН РК (академиками НАН РК), несущими ответственность за достоверность и значимость научных результатов и актуальность научного содержания рекомендуемых работ.

Представленные для опубликования материалы должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Содержать результаты оригинальных научных исследований по актуальным проблемам в области физики, математики, механики, информатики, биологии, медицины, геологии, химии, экологии, общественных и гуманитарных наук, ранее не опубликованные и не предназначенные к публикации в других изданиях. Статья сопровождается разрешением на опубликование от учреждения, в котором выполнено исследование и **представлением** от академика НАН РК.

2. Статья представляется в одном экземпляре. Размер статьи не должен превышать 5-7 страниц (статьи обзорного характера – до 15 стр.), включая аннотацию в начале статьи перед основным текстом, которая должна отражать цель работы, метод или методологию проведения работы, результаты работы, область применения результатов, выводы (**аннотация** не менее 1/3 стр. через 1 компьютерный интервал, 12 пт), таблицы, рисунки, список литературы (12 пт через 1 компьютерный интервал), напечатанных в редакторе Word 2003, шрифтом Times New Roman 14 пт, с пробелом между строк 1,5 компьютерных интервала, поля – верхнее и нижнее 2 см, левое 3 см, правое 1,5 см. Количество рисунков – не более пяти. В начале статьи вверху слева следует указать индекс **УДК**. Далее посередине страницы прописными буквами (курсивом) – инициалы и фамилии авторов, должность, степень, затем посередине строчными буквами – название организации(ий), в которой выполнена работа и город, ниже также посередине заглавными буквами (полужирным шрифтом) – название статьи; Аннотация на языке статьи, **ключевые слова**. В конце статьи даются резюме на двух языках (русском (казахском), английском, перевод названия статьи, также на 3-х языках данные автора). Последняя страница подписывается всеми авторами. Прилагается электронный вариант на CD-диске.

3. Статьи публикуются на русском, казахском, английском языках. К статье необходимо приложить на отдельной странице Ф.И.О. авторов, название статьи, наименование организации, город, аннотации на двух языках (на казахском и английском, или русском и английском, или казахском и русском), а также сведения об авторах (уч.степень и звание, адрес, место работы, тел., факс, e-mail).

4. Ссылки на литературные источники даются цифрами в прямых скобках по мере упоминания. Список литературы оформляется следующим образом:

1. *Адамов А.А.* Процессы протаивания грунта // Доклады НАН РК. 2007. №1. С. 16-19.

2. *Чудновский А.Ф.* Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1994. 444 с.

3. В случае переработки статьи по просьбе редакционной коллегии журнала датой поступления считается дата получения редакцией окончательного варианта. Если статья отклонена, редакция сохраняет за собой право не вести дискуссию по мотивам отклонения.

ВНИМАНИЕ!!!

С 1 июля 2011 года вводятся следующие дополнения к Правилам:

После списка литературы приводится список литературы в романском алфавите (References) для SCOPUS и других БАЗ ДАННЫХ полностью отдельным блоком, повторяя список литературы к русскоязычной части, независимо от того, имеются или нет в нем иностранные источники. Если в списке есть ссылки на иностранные публикации, они полностью повторяются в списке, готовящемся в романском алфавите (латиница).

В References не используются разделительные знаки («//» и «←»). Название источника и выходные данные отделяются от авторов типом шрифта, чаще всего курсивом, точкой или запятой.

Структура библиографической ссылки: авторы (транслитерация), название источника (транслитерация), выходные данные, указание на язык статьи в скобках.

Пример ссылки на статью из российского переводного журнала:

Gromov S.P., Fedorova O.A., Ushakov E.N., Stanislavskii O.B., Lednev I.K., Alfimov M.V. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1991, 317, 1134-1139 (in Russ.).

На сайте <http://www.translit.ru/> можно бесплатно воспользоваться программой транслитерации русского текста в латиницу, используя различные системы. Программа очень простая, ее легко использовать для готовых ссылок. К примеру, выбрав вариант системы Библиотеки Конгресса США (LC), мы получаем

изображение всех буквенных соответствий. Вставляем в специальное поле весь текст библиографии на русском языке и нажимаем кнопку «в транслит».

Преобразуем транслитерированную ссылку:

- 1) убираем транслитерацию заглавия статьи;
- 2) убираем специальные разделители между полями (“/”, “-”);
- 3) выделяем курсивом название источника;
- 4) выделяем год полужирным шрифтом;
- 5) указываем язык статьи (in Russ.).

Просьба к авторам статей представлять весь материал в одном документе (одном файле) и точно следовать Правилам при оформлении начала статьи: посередине страницы прописными буквами (курсивом) – фамилии и инициалы авторов, затем посередине строчными буквами – название организации (ий), в которой выполнена работа, и город, ниже также посередине заглавными буквами (полужирным шрифтом) – название статьи. Затем следует аннотация, ключевые слова на 3-х языках и далее текст статьи.

Точно в такой же последовательности следует представлять резюме на двух других языках в том же файле только на отдельной странице (Ф.И.О. авторов, название статьи с переводов на 2 других языка, наименование организации, город, резюме). Далее в том же файле на отдельной странице представляются сведения об авторах.

Тел. Редакции 272-13-19

Оплата:

ТОО Исследовательский центр НАН РК

Алматинский филиал АО БТА Банк

KZ 44319A010000460573

БИН 060540019019, РНН 600900571703

КБЕ 17, КНП 859, БИК АВКЗКЗКХ

За публикацию в журнале 1. Доклады НАН РК, Вестник НАН РК, Известия НАН РК. Серия _____ 5000 тенге

Сайт НАН РК:<http://akademiyanauk.kz/>