

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ӘЛЪ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ
ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

AL-FARABI KAZAKH
NATIONAL UNIVERSITY

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ



СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ



PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

5 (321)

ҚЫРКҮЙЕК – ҚАЗАН 2018 ж.
СЕНТЯБРЬ – ОКТЯБРЬ 2018 г.
SEPTEMBER – OCTOBER 2018

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

Б а с р е д а к т о р ы
ф.-м.ғ.д., проф., ҚР ҰҒА академигі **Ғ.М. Мұтанов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Жұмаділдаев А.С. проф., академик (Қазақстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Қазақстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Өмірбаев У.У. проф. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Жүсіпов М.А. проф. (Қазақстан)
Жұмабаев Д.С. проф. (Қазақстан)
Асанова А.Т. проф. (Қазақстан)
Бошқаев К.А. PhD докторы (Қазақстан)
Сұраған Д. корр.-мүшесі (Қазақстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Қырғыстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Белорус)
Пашаев А. проф., академик (Әзірбайжан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«ҚР ҰҒА Хабарлары. Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.)
Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5543-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.
Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2018

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Главный редактор
д.ф.-м.н., проф. академик НАН РК **Г.М. Мутанов**

Редакционная коллегия:

Джумадилаев А.С. проф., академик (Казахстан)
Кальменов Т.Ш. проф., академик (Казахстан)
Жантаев Ж.Ш. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умирбаев У.У. проф. чл.-корр. (Казахстан)
Жусупов М.А. проф. (Казахстан)
Джумабаев Д.С. проф. (Казахстан)
Асанова А.Т. проф. (Казахстан)
Бошкаев К.А. доктор PhD (Казахстан)
Сураган Д. чл.-корр. (Казахстан)
Quevedo Hernando проф. (Мексика),
Джунушалиев В.Д. проф. (Кыргызстан)
Вишневский И.Н. проф., академик (Украина)
Ковалев А.М. проф., академик (Украина)
Михалевич А.А. проф., академик (Беларусь)
Пашаев А. проф., академик (Азербайджан)
Такибаев Н.Ж. проф., академик (Казахстан), зам. гл. ред.
Тигиняну И. проф., академик (Молдова)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2018

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f
doctor of physics and mathematics, professor, academician of NAS RK **G.M. Mutanov**

E d i t o r i a l b o a r d:

Dzhumadildayev A.S. prof., academician (Kazakhstan)
Kalmenov T.Sh. prof., academician (Kazakhstan)
Zhantayev Zh.Sh. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umirbayev U.U. prof. corr. member. (Kazakhstan)
Zhusupov M.A. prof. (Kazakhstan)
Dzhumabayev D.S. prof. (Kazakhstan)
Asanova A.T. prof. (Kazakhstan)
Boshkayev K.A. PhD (Kazakhstan)
Suragan D. corr. member. (Kazakhstan)
Quevedo Hernando prof. (Mexico),
Dzhunushaliyev V.D. prof. (Kyrgyzstan)
Vishnevskiy I.N. prof., academician (Ukraine)
Kovalev A.M. prof., academician (Ukraine)
Mikhalevich A.A. prof., academician (Belarus)
Pashayev A. prof., academician (Azerbaijan)
Takibayev N.Zh. prof., academician (Kazakhstan), deputy editor in chief.
Tiginyanu I. prof., academician (Moldova)

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz/physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2018

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

<https://doi.org/10.32014/2018.2518-1726.1>

Volume 5, Number 321 (2018), 5 – 9

UDC 521.112/.116

E.A. Malkov¹, S.B. Momynov²¹Khrstianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics Siberian Branch
of Russian Academy of Sciences;²The Kazakh National Research Technical University After K.I. Satpaev
momynov_serzhan@mail.ru; malkov@itam.nsc.ru

PHASE PORTRAITS OF THE HENON-HEILES POTENTIAL

Abstract. In this paper the Henon-Heiles potential is considered. In the second half of the 20th century, in astronomy the model of motion of stars in a cylindrically symmetric and time-independent potential was studied. Due to the symmetry of the potential, the three-dimensional problem reduces to a two-dimensional problem; nevertheless, finding the second integral of the obtained system in the analytical form turns out to be an unsolvable problem even for relatively simple polynomial potentials. In order to prove the existence of an unknown integral, the scientists Henon and Heiles carried out an analysis of research for trajectories in which the method of numerical integration of the equations of motion is used. The authors proposed the Hamiltonian of the system, which is fairly simple, which makes it easy to calculate trajectories, and is also complex enough that the resulting trajectories are far from trivial. At low energies, the Henon-Heiles system looks integrable, since independently of the initial conditions, the trajectories obtained with the help of numerical integration lie on two-dimensional surfaces, i.e. as if there existed a second independent integral. Equipotential curves, the momentum and coordinate dependences on time, and also the Poincaré section were obtained for this system. At the same time, with the increase in energy, many of these surfaces decay, which indicates the absence of the second integral. It is assumed that the obtained numerical results will serve as a basis for comparison with analytical solutions.

Keywords: Henon-Heiles model, Poincaré section, numerical solutions.

Introduction. Interest in the existence of the third integral of motion for stars moving in the potential of the galaxy revived in the late 50's and early 60's of the last century. Initially it was assumed that the potential has a symmetry and does not depend on time, therefore in cylindrical coordinates (r, θ, z) this will be only a function of r and z . There must be five integrals of motion that are constant for the six-dimensional phase space. However, the integrals can be either isolating or non-isolating. Non-isolating integrals usually fill all available phase spaces and do not restrict the orbit.

By the time Henon and Heiles wrote their pioneer article, there were only two known integrals of motion: total orbital energy and angular momentum per unit mass of the star. It is easy to show that at least two integrals are not isolated. It was also assumed that the third integral was also not isolated, because no analytical solution has been found so far. Nevertheless, observations of stars near the Sun, as well as numerical calculations of the orbits, behaved in some cases as if they obeyed the three isolating integrals of motion.

Henon and Heiles tried to find out if they could find any real proof that there must be a third isolating integral of the motion. Making numerical calculations, they did not complicate the astronomical meaning of the problem; they only demanded that the potential investigated by them be axially symmetric. The authors also suggested that the motion was tied to a plane and passed into the Cartesian phase space (x, y, \dot{x}, \dot{y}) . After some tests they managed to find a real potential. This potential is analytically simple, so that the orbits can be calculated quite easily, but it is still quite complex, so that the types of orbits are nontrivial. This potential is now known as the potential of Henon and Heiles [1-3].

Methods and calculations. The Henon-Heiles potential is undoubtedly one of the simplest, classical and characteristic examples of open Hamiltonian systems with two degrees of freedom. The above topic was devoted to a large number of research scientists [4-25].

The potential of the Henon-Heiles system is determined by the formula:

$$U(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + 2x^2y - \frac{2}{3}y^3) \quad (1)$$

Equation (1) shows that the potential actually consists of two harmonic oscillators, which were connected by the perturbing terms $x^2y - \frac{1}{3}y^3$.

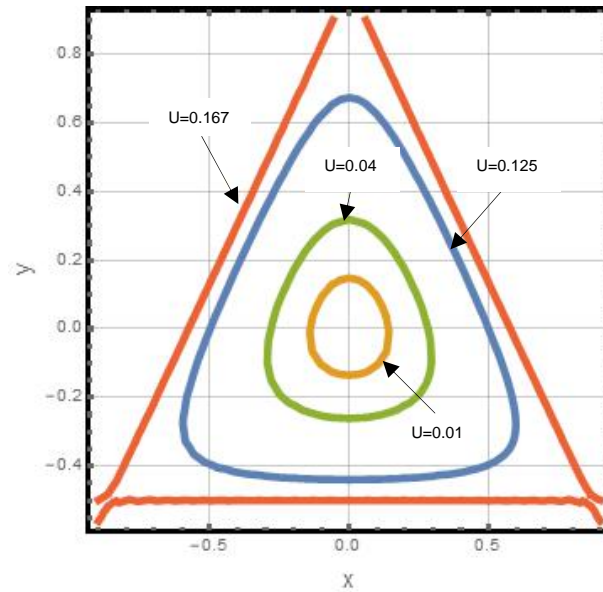


Figure 1 - Closed equipotential curves for the Henon-Heiles model for different values of U

The basic equations of motion for a test particle with a unit mass ($m = 1$) are:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{\partial U}{\partial x} = -x - 2xy \\ \ddot{y} = -\frac{\partial U}{\partial y} = -y - x^2 + y^2 \end{cases} \quad (2)$$

Consequently, the Hamiltonian of system (1) has the form:

$$H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + x^2y - \frac{1}{3}y^3 = h, \quad (3)$$

where \dot{x} and \dot{y} are the momenta per unit mass, x and y are the coordinates of the system; $h > 0$ the numerical value of the Hamiltonian, which is conserved. It is seen that $h > 0$ the Hamiltonian is symmetric with respect to $x \rightarrow -x$, and H also exhibits a symmetry of rotation at $2\pi / 3$.

Below are the dependencies of the coordinates of the functions in time for the systems of equations (2).

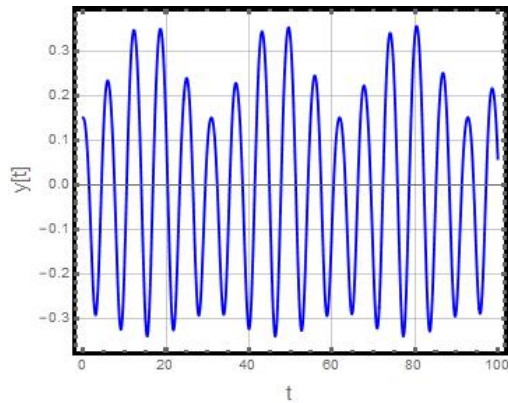


Figure 2 - Dependence of the function y on time

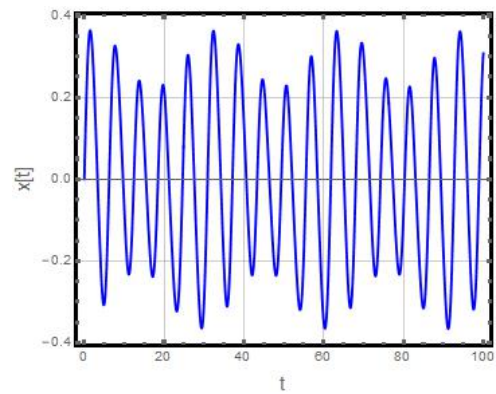


Figure 3 - Dependence of the function x on time

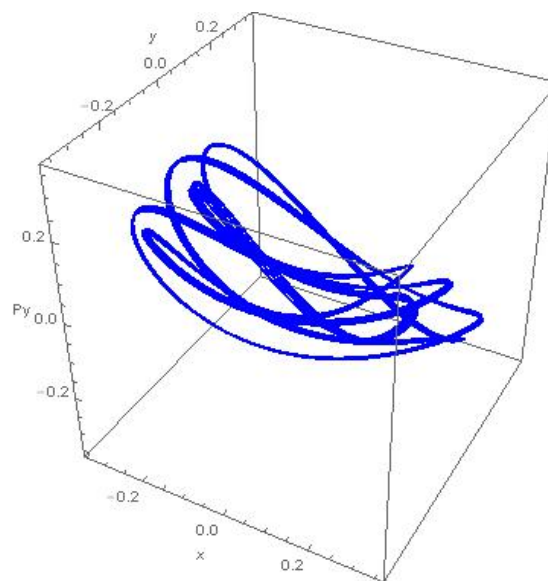


Figure 4 - Evolutionary trajectories of the functions x , y , Py

To study the Henon-Heiles system, the Poincaré section method is used. Advantages of this method are especially evident when we consider nonlinear systems for which exact solutions are unknown. In this case, the phase trajectories are calculated by numerical methods.

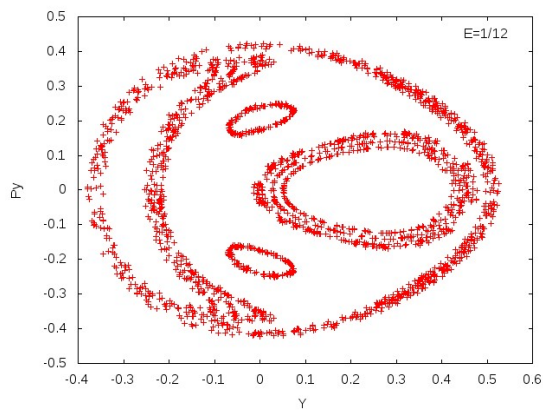


Figure 5 - Poincaré section at $E = 1/12$.

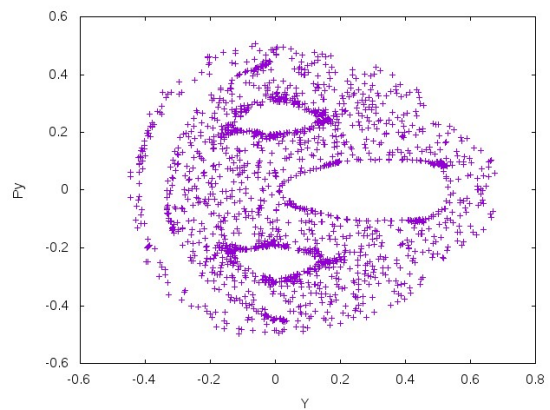


Figure 6 - Poincaré section at $E = 1/8$.

To solve the systems of equations (2), boundary conditions are chosen so that they satisfy equation (3). Further, the systems of equation (2) are solved on the basis of the Runge-Kutta method. To construct the Poincaré section, those values that intersect the plane $x = 0$ are chosen. Below are the Poincaré sections for Henon-Heiles systems for different energy values: $E = 1/12$, $E = 1/8$, $E = 1/6$. With increasing energy, the structure of the cross sections is destroyed. The results obtained are in agreement with other authors [1, 2].

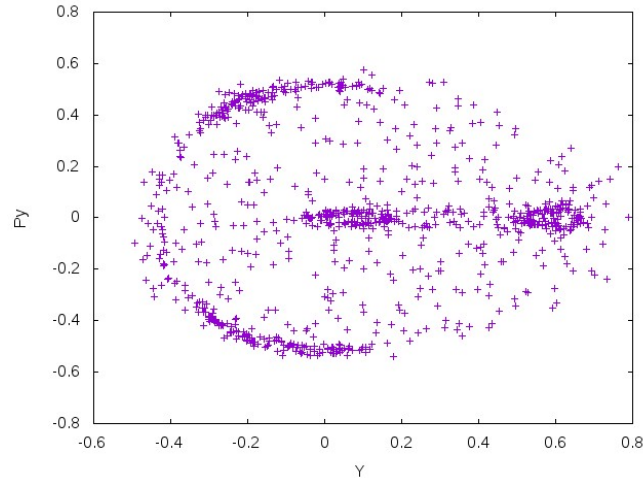


Figure 8 - Poincaré section at $E = 1/6$.

Conclusion. Thus, the results obtained by the numerical method determine the oscillations for the Henon-Heiles model and serve as the basis for a comparative analysis in determining the analytical mapping.

REFERENCES

- [1] Lichtenberg A., Lieberman M. Regular and stochastic dynamics [Reguljarnaja i stohasticheskaia dinamika]. M: Mir, 1985- 529p. (In Russian)
- [2] Zotos E.E Classifying orbits in the classical Henon-Heiles Hamiltoninan system. arXiv:1502.02510v1 [nlin.CD] 9 Feb 2015.
- [3] Vernov S. Ju., Construction of solutions of the generalized Henon-Heiles system using the Painleve test [Postroenie reshenij obobshhennoj sistemy Henona-Hejlesa s pomoshh'ju testa Penleve]. TMF, 2003, Vol. 135, No. 3, 409-419. (In Russian)
- [4] Omarov Ch. T. and Malkov E. A. Chaotic Behavior of Oscillations of Self-Gravitating Spheroid Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems ASP Conference Series, Vol. 316, 2004.
- [5] Zotos E.E, A. Riaño-Doncel, F. L. Dubeibe Basins of convergence of equilibrium points in the generalized Henon-Heiles system arXiv:1803.07398v1 [nlin.CD] 20 Mar 2018
- [6] Euaggelos E. Zotos An overview of the escape dynamics in the Henon-Heiles Hamiltonian system arXiv:1709.04360v2 [nlin.CD] 14 Sep 2017
- [7] Aguirre J., Vallejo J.C., Sanjuan M.A.F. Wada basins and chaotic invariant sets in the Henon-Heiles system. Phys. Rev E **64**, 066208-1-11 (2001)
- [8] Aguirre J., Sanjuan M.A.F. Limits of small exits in open Hamiltonian systems. Phys. Rev E **67**, 056201-1-7 (2003)
- [9] Aguirre J., Vallejo J.C., Sanjuan M.A.F. Wada basins and unpredictability in Hamiltonian and dissipative systems. Int. J. Mod. Phys. B **17**, 4171-4175 (2003)
- [10] Aguirre J., Viana R.L., Sanjuan M.A.F. Fractal structures in nonlinear dynamics. Rev. Mod. Phys. **81**, 333-386 (2009)
- [11] Armbruster D., Guckenheimer J., Kim S. Chaotic dynamics in systems with square symmetry. Phys. Lett. A **140**, 416-420 (1989)
- [12] Barrio R. Sensivity tools vs. Poincaré sections. Chaos, Solitons & Fractals **25**, 711-726 (2005)
- [13] Barrio R., Blesa F., Serrano S. Fractal structures in the Henon-Heiles Hamiltonian. Europhys. Lett. **82**, 10003-1-6 (2008)
- [14] Barrio R., Blesa F., Serrano S. Bifurcations and safe regions in open Hamiltonians. New J. Phys. **11**, 053004-1-12 (2009)
- [15] Binney J., Spergel D. Spectral stellar dynamics. ApJ **252**, 308-321 (1982)
- [16] Cahng Y.F., Tabor M., Weiss J. Analytic structure of the Henon-Heiles Hamiltonian in integrable and nonintegrable regimes. J. Math. Phys. **23**, 531-538 (1982)
- [17] Cocco M., Seoane J.M., Sanjuan M.A.F. Controlling unpredictability in the randomly driven Henon-Heiles system. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations **18**, 3449-3457 (2013)
- [18] Conte R., Musette M., Verhoeven C. Explicit integration of the Henon-Heiles Hamiltonians. Journal of Nonlinear Mathematical Physics **12**, 212-227 (2005)

- [19]Contopoulos G., Barbanis B. Resonant systems with three degrees of freedom. A&A **153** 44-54 (1985)
 [20]Fordy A.P. The Henon-Heiles system revisited. Physica D **52**, 204-210 (1991)
 [21]Ravonson V., Gavrilov L., Caboz R. Separability and Lax pairs for Henon-Heiles system. J. Math. Phys. **34**, 2385-2393 (1993)
 [22]Wojciechowski S. Separability of an integrable case of the Henon-Heiles system. Phys. Lett. A **100**, 277-278 (1984)
 [23]Zotos E.E. Revealing the evolution, the stability and the escapes of families of resonant periodic orbits in Hamiltonian systems. Nonlinear Dynamics **73**, 931-962 (2013)
 [24]Henon M., Heiles C. The applicability of the third integral of motion: some numerical experiments. Astron. J. **69** 73-79 (1964)
 [25]Zotos E.E. Revealing the evolution, the stability and the escapes of families of resonant periodic orbits in Hamiltonian systems. Nonlinear Dynamics **73**, 931-962 (2013)

УДК 521.112/.116, МРНТИ 41.03.21, 30.15.02

Е.А. Малков¹, С.Б. Момынов²

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, РФ;
²Казахский Национальный Исследовательский Технический Университет, им. К.И. Сатпаева, Казахстан

ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ ПОТЕНЦИАЛА ХЕНОНА-ХЕЙЛЕСА

Аннотация. В данной работе исследуется потенциал Хенона-Хейлеса. Во второй половине XX века в астрономии изучались модели движения звезд в цилиндрически симметричном и не зависящем от времени потенциале. Из-за симметрии потенциала трехмерная задача сводится к двумерной, тем не менее нахождение второго интеграла полученной системы в аналитическом виде оказывается неразрешимой задачей даже для сравнительно простых полиномиальных потенциалов. Чтобы доказать существование неизвестного интеграла, ученые Хенон и Хейлес провели анализ исследований для траекторий, в котором используют метод численного интегрирования уравнений движения. Авторы предложили гамильтониан системы, который достаточно прост, что позволяет легко вычислять траектории, а также достаточно сложен, чтобы полученные траектории оказались далеко не тривиальными. При малых энергиях система Хенона-Хейлеса выглядит интегрируемой, так как независимо от начальных условий, траектории, полученные с помощью численного интегрирования, лежат на двумерных поверхностях, т.е. так, как если бы существовал второй независимый интеграл. Для данной системы были получены эквипотенциальные кривые, зависимости импульса и координаты от времени, также сечение Пуанкаре. В то же время с увеличением энергии многие из этих поверхностей распадаются, что указывает на отсутствие второго интеграла. Предполагается что, полученные численные результаты, послужат основой для сравнения с аналитическими решениями.

Ключевые слова: Модель Хенона-Хейлеса, сечение Пуанкаре, численные решения.

УДК 521.112/.116

Е.А. Малков¹, С.Б. Момынов²

¹С.А. Христианович атындағы теоретикалық және қолданбалы механика институты,
 Ресей ғылым академиясы сiбiр бөлiмi

²Қ.И. Сәтбаев атындағы қазақ ұлттық техникалық зерттеу университетi

ХЕНОН-ХЕЙЛЕС ПОТЕНЦИАЛЫНЫҢ ФАЗАЛЫҚ БЕЙНЕСІ

Аннотация. Берілген мақалада Хенон-Хейлес моделі қарастырылады. 20 ғасырдың екінші жартысында жұлдыздар қозғалысының цилиндрлік симметриялы және уақыттан тәуелсіз потенциал моделі зерттелді. Потенциалдың симметриялығы арқасында үш өлшемді есепті екі өлшемді есеп ретінде қарастыруға болады, алайда берілген жүйенің аналитикалық түрде екінші интегралын табу, тіпті салыстырмалы түрде қарапайым полиномиальды потенциалдар үшін шешілмейтін мәселе болып табылады. Белгісіз интегралдың бар екенін дәлелдеу үшін, Хенон мен Хейлес қозғалыс теңдеулерінің сандық интегралдау әдісін пайдаланып траектория бойынша зерттеулер жасады. Авторлар жүйенің гамильтонианын ұсынды, ол өте қарапайым және траекторияны есептеуді жеңілдетеді, сонымен қатар алынған траекториялар тривиальды емес күрделі болып табылады. Энергияның төмен деңгейлерінде Хенон-Хейлес жүйесі интегралданады, екінші белгісіз интегралы бар секілді бастапқы шарттардан тәуелсіз жүйенің траекториясы сандық интегралдық әдіспен шешіліп, екі өлшемді кеңістікте сипатталады. Берілген жүйе үшін эквипотенциалдық қисықтар, импульс пен координаттың уақыттан тәуелділігі, сондай-ақ Пуанкаре қимасы алынды. Сонымен қатар, энергияның өсуімен, осы беттердің көпшілігі ыдырайды, бұл екінші интегралдың болмауын көрсетеді. Алынған сандық нәтижелер аналитикалық шешімдермен салыстыру үшін негіз болады деп болжануда.

Түйін сөздер: Хенон-Хейлес моделі, Пуанкаре қимасы, сандық шешімдер.

Information about the authors:

Malkov E.A. - Khristia Novich institute of the Oretical and Applied Mechanics Siberian Branch of Russian Academy of sciences;

Momyunov S.B. - The Kazakh National Research Technical University After K.I. Satpaev.

МАЗМҰНЫ

<i>Малков Е.А., Момынов С.Б.</i> Хенон-Хейлес потенциалының фазалық бейнесі.....	5
<i>Каракеев Т.Т., Мустафаева Н.Т. Ж.</i> Бірінші түрдегі сызықты емес интегралды Вольтерра теңдеулерін сандық шешу әдісі.....	10
<i>Харин С. Н., Қасабек С. А., Салыбек Д., Ашимов Т.</i> Эллипсоидтік координаттардағы стефан есебі.....	19
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А., Кадирбаева Ж.М.</i> Параметрі бар дифференциалдық теңдеулер үшін басқару есебін шешудің бір алгоритмі туралы.....	25
<i>Асанова А.Т., Алиханова Б.Ж., Назарова К.Ж.</i> Үшінші ретті дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін интегралдық шарттары бар бейлокал есептің корректілі шешілімділігі.....	33
<i>Сейтмуратов А.Ж., Тілеубай С.Ш., Тоқсанова С.К., Ибрагимова Н.Ж., Досжанов Б.А., Айтимов М.Ж.</i> Қатаң шекаралармен шектелген серпімді қабат тербелісі жайлы есеп.....	42
<i>Ахметов Дж. Ш., Сейтова С.М., Тойбазаров Д.Б., Кадырбаева Г.Т., Даулеткулова А.У., Исаева Г. Б.</i> Техникалық құрылғылардың жауапкершілікті және аталған мүмкіндіктерді тиімділікті арқылы.....	49
<i>Калимолдаев М.Н., Абдилдаева А.А., Ахметжанов М.А., Галиева Ф.М.</i> Электр энергетикалық жүйелерді тиімді басқару мәселесін математикалық модельдеу.....	62
<i>Харин С. Н., Қасабек С. А., Слямхан М.</i> Көпір эрозиясының теория есебі.....	69
<i>Шалданбаева А.А., Ақылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш., Бейсебаева А.Ж.</i> Лаплас теңдеуінің кошилік есебінің спектралдік таралымы.....	75

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Малков Е.А., Момынов С.Б.</i> Фазовые портреты потенциала Хенона-Хейлеса.....	5
<i>Каракеев Т.Т., Мустафаева Н.Т.</i> Метод численного решения нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода.....	10
<i>Харин С. Н., Касабек С. А., Салыбек Д., Ашимов Т.</i> Задача Стефана в эллипсоидальных координатах.....	19
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А., Кадирбаева Ж.М.</i> Об одном алгоритме решения задачи управления для дифференциальных уравнений с параметром.....	25
<i>Асанова А.Т., Алиханова Б.Ж., Назарова К.Ж.</i> Корректная разрешимость нелокальной задачи с интегральными для системы дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка	33
<i>Сейтмуратов А.Ж., Тилеубай С.Ш., Токсанова С.К., Ибрагимова Н.Ж., Досжанов Б.А., Айтимов М.Ж.</i> Задача о колебании упругого слоя ограниченные жесткими границами	42
<i>Ахметов Дж.Ш., Сейтова С.М., Тойбазаров Д.Б., Кадырбаева Г.Т., Даулеткулова А.У., Исаева Г. Б.</i> Проверка технических устройств надежности через решение вероятности неисправности и исправности.....	49
<i>Калимолдаев М.Н., Абдилдаева А.А., Ахметжанов М.А., Галиева Ф.М.</i> Математическое моделирование задачи оптимального управления электроэнергетическими системами.....	62
<i>Харин С. Н., Касабек С. А., Слямхан М.</i> Задача из теории мостиковой эрозии.....	69
<i>Шалданбаева А.А., Акылбаев М.И., Шалданбаев А.Ш., Бейсебаева А.Ж.</i> Спектральное разложение решения задачи Коши для уравнения Лапласа.....	75

CONTENTS

<i>Malkov E.A., Momynov S.B.</i> Phase portraits of the Henon-Heiles potential.....	5
<i>Karakeev T.T., Mustafayeva N.T.</i> The method of numerical solution of nonlinear Volterra integral equations of the first kind.....	10
<i>Kharin S.N., Kassabek S.A., Salybek D., Ashymov T.</i> Stefan problem in ellipsoidal coordinates.....	19
<i>Dzhumabaev D.S., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M.</i> An algorithm for solving a control problem for a differential equation with a parameter.....	25
<i>Assanova A.T., Alikhanova B.Zh., Nazarova K.Zh.</i> Well-posedness of a nonlocal problem with integral conditions for third order system of the partial differential equations.....	33
<i>Seitmuratov A., Tileubay S., Toxanova S., Ibragimova N., Doszhanov B., Aitimov M.Zh.</i> The problem of the oscillation of the elastic layer bounded by rigid boundaries.....	42
<i>Akmetov J.W., Seitova S.M., Toibazarov D.B., Kadyrbayeva G.T., Dauletkulova A.U., Issayeva G. B.</i> Verification of reliability technical devices through resolving probability of failure and failure.....	49
<i>Kalimoldayev M.N., Abdildayeva A.A., Akhmetzhanov M.A., Galiyeva F.M.</i> Mathematical modeling of the problem of optimal control of electric power systems.....	62
<i>Kharin S.N., Kassabek S.A., Slyamkhan M.</i> Problem from the theory of bridge erosion.....	69
<i>Shaldanbaeva A. A., Akylbayev M.I., Shaldanbaev A. Sh., Beisebaeva A.Zh.</i> The spectral decomposition of cauchy problem's solution for Laplace equation.....	75

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы *М. С. Ахметова, Т.А. Апендиев, Д.С. Аленов*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 11.10.2018.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
5,7 п.л. Тираж 300. Заказ 5.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19