

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 336 (2021), 145 – 151

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.34>

УДК 621.372.512

**П. В. Бойкачев<sup>1</sup>, А.А. Ержан<sup>2</sup>, В. О. Исаев<sup>1</sup>, И.А. Дубовик<sup>1</sup>, А. Марат<sup>2</sup>**<sup>1</sup> УО «БА РБ», Минск, Беларусь;<sup>2</sup> НАО «Алматинский Университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева», Казахстан.

E-mail: abubakirmarat@gmail.com

**МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ АДЕКВАТНЫХ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПИСЫВАЮЩИХ  
ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

**Аннотация.** Предложена методика нахождения в аналитическом виде, адекватных математических моделей радиотехнических устройств.

РЭС, как правило, бывает весьма сложным техническим объектом, включающим большое число составных частей с многообразными связями между ними, иерархию построения которого можно представить в виде своеобразной пирамиды. В связи с этим имеет место моделирование РЭУ, которое может осуществляться на всех уровнях "пирамиды".

Моделирование на ее нижних уровнях, включающих полупроводниковые приборы, звенья, каскады и т. д., сводится к описанию их работы с помощью матрицы, уравнения, формулы, графика или таблицы. Такая математическая модель должна, с одной стороны, с требуемой точностью отражать физические процессы в исследуемом объекте, а с другой - быть пригодной для использования на ПЭВМ. В одних случаях математическая модель является результатом аналитического или численного анализа физической модели объекта, но чаще всего - экспериментальных исследований. Обработка, в том числе и статистическая, имеющегося массива данных, характеризующего работу каскада или элемента, проводится с помощью ПЭВМ. Работа объекта может быть определена и в виде его отклика или реакции на входное воздействие без проникновения в сущность физических процессов, протекающих внутри устройства.

**Ключевые слова:** аппроксимация, частотные характеристики, математические модели систем, широкополосное согласование.

**Введение.** В настоящее время отмечается увеличение количества разрабатываемых широкополосных радиоэлектронных систем (РЭС) различного назначения (космическая, спутниковая, персональная и сотовая связь, телекоммуникация, гигабитные системы передачи данных и т.д.).



Рисунок 1 – Иерархия построения РЭС

Нижний уровень "пирамиды" (рисунок 1) составляет элементарная база, включающая транзисторы, диоды, конденсаторы, микросхемы и десятки иных наименований. Из них составляются звенья, объединяемые в функционально законченные цепи – каскады. Такие как автогенератор, преобразователь частоты, модулятор, усилитель мощности колебаний, демодулятор, усилители сверхвысокой, высокой, промежуточной и низкой частоты и т. д.

Следующий уровень - блоки, такие, например, как малошумящий СВЧ усилитель, модем-модулятор и демодулятор сигнала, блок обработки сигнала, блок усиления мощности ВЧ или СВЧ колебаний, линейный тракт радиоприемника, антенно-фидерный тракт и т. д.

Еще более высокий этаж "пирамиды" включает функционально законченные устройства - радиоприемники, радиопередатчики, радиостанции, радиолокаторы и т. д., которые работают самостоятельно в составе различных радиотехнических систем.

Описание таких объектов в процессе их создания и использования должно быть согласовано с возможностями их восприятия человеком. Одним из таких описаний являются эквиваленты радиоэлектронных устройств (РЭУ), входящих в состав РЭС (усилители, частотные фильтры, антенные устройства (АУ) и др.). Данные эквиваленты дают возможность обеспечить проверку принимаемых технических решений на этапах эскизного и технического проектирования при выполнении опытно-конструкторских работ по созданию и улучшению современных РЭС.

Существующие эквиваленты РЭУ, как правило, удовлетворительно воспроизводят параметры реальных устройств в относительно узком диапазоне частот [1]. Их использование в тракте, работающего в широком диапазоне частот, может привести к повышенному КСВ, снижению точности измерения мощности передатчика и даже к выходу из строя транзисторов усилителя мощности. Из-за сложности анализа природы возникновения таких деформаций их часто считают случайными и результат их влияния оценивают для семейства уже готовых РЭУ [2].

Таким образом, моделирование преследует две цели: первая заключается в необходимости создания эквивалента исследуемого объекта, необходимого для функционирования рассматриваемого устройства без реализации самого сложного и дорогостоящего объекта. Вторая является определением функции входного сопротивления для решения задачи согласования. В обоих случаях важным представляется точность соответствия модели параметрам реального объекта по измеренным реактансным либо рефлектансным параметрам.

**Проблема сбора априорной информации об объекте исследования.** Эмпирические данные, как правило, задаются числовыми рядами значений двух величин: независимой ( $y_k$ ) и зависимой ( $x_k$ ), каждая из которых в общем случае кроме определенной регулярной (детерминированной) составляющей может содержать и случайные составляющие самой различной природы. Это обусловлено как статистической природой изучаемых процессов, так и внешними факторами процессов измерений и преобразования данных (шумы, помехи, дестабилизирующие факторы и ошибки измерений). Независимая переменная  $x_k$  обычно полагается детерминированной, а ее случайная составляющая "переносится" на зависимую переменную  $y_k$ . Полагается также, что значения случайной составляющей зависимой переменной (как собственные, так и "суммарные") распределены по некоторому вероятностному закону (например – нормальному).

Исходя из этого, актуальным становится вопрос о рассмотрении методики определения потребного объема выборки  $N$  (числа проводимых натуральных, полунатуральных или модельных экспериментов), при котором обеспечивается определение математического ожидания той или иной характеристики с заданными значениями показателей достоверности (характеризуется значением доверительной вероятности) и точности (характеризуется значением относительной погрешности).

Потребный для этого объем выборки рассчитывается по следующей формуле [3]:

$$N = \frac{V^2 t_{\beta}^2}{\delta_M^2},$$

где  $v = \frac{\hat{\sigma}_\theta}{\hat{M}_\theta}$  – коэффициент вариации выборки случайных значений оцениваемой характеристики РТС;  $\sigma_{\hat{M}}$  – СКО точечной оценки  $\hat{M}_\theta$ ;  $\hat{M}_\theta$  – математического ожидания рассматриваемой характеристики РТУ;  $\delta_M = \frac{\varepsilon_M}{\hat{M}_\theta}$  – относительная погрешность оценки математического ожидания случайной характеристики РТУ;  $\varepsilon_M = t_\beta \sigma_{\hat{M}}$  – полуширину доверительного интервала (абсолютную погрешность) для оценки математического ожидания рассматриваемой характеристики РТС;  $t_\beta$  – соответствующее значение таблицы  $t$  – распределения Стьюдента.

В [3] представлен потребный объем выборки для оценки математического ожидания при коэффициенте вариации равном единице. Покажем его в таблице.

Потребный объем выборки для оценки математического ожидания при коэффициенте вариации равном единице

Значение доверительной вероятности $\beta$	Значение относительной погрешности, %						
	30	25	20	15	10	5	1
0,5	5	7	11	20	46	182	4556
0,6	8	12	18	31	71	282	7056
0,7	12	17	27	48	108	433	10820
0,8	18	26	41	73	164	657	16440
0,9	30	43	68	120	272	1080	26990
0,95	43	62	96	171	384	1537	38420
0,99	73	106	166	295	664	2654	66360

Анализируя таблицу, можно сделать вывод, что для оценки математического ожидания оцениваемой случайной характеристики, исследуемого или испытываемого РТУ с минимально необходимой доверительной вероятностью 0,9 и относительной погрешностью 10 % требуется проведение 272 натуральных, полунатурных или модельных экспериментов соответственно (при вариации случайного параметра, равной единице). Для других значений вариации оцениваемой характеристики испытываемой РТС потребное число экспериментов либо увеличивается в  $v^2$  раз (при  $v$  больше единицы), либо уменьшается в  $v^2$  раз (при  $v$  меньше единицы).

Для повышения точности оценки характеристики испытываемой РТС в  $m$  раз потребное число экспериментов увеличивается в  $m^2$  раз. Например, чтобы увеличить точность оценки математического ожидания характеристики РТС на один порядок (в 10 раз) потребное число экспериментов необходимо увеличить на два порядка (в 100 раз).

В этом заключается основной недостаток классического метода статистических испытаний (метода Монте-Карло) независимо от того на базе какого из методов испытаний он реализуется (натурных, полунатурных или имитационного математического моделирования). Поэтому при исследованиях и испытаниях РТС не следует задавать слишком большие значения показателей достоверности и точности получаемых оценок характеристики РТС, так как это ведет к резкому увеличению потребного объема выборки, а следовательно, временных и финансовых затрат на испытания. Достаточно ограничиться значениями доверительной вероятности в пределах от 0,9 до 0,95 и относительной погрешности в пределах от 5 до 10 %.

**Математическая модель радиотехнических устройств.** Как правило, представление экспериментальных данных в форме таблиц или графиков оказывается неудобным, и данные стремятся описать с помощью достаточно простых аналитических соотношений, хотя бы качественно отражающих характер рассматриваемых зависимостей [4]. В данном случае необходимо решить задачу аппроксимации, т. е. заменить сложную функцию (построенную по экспериментальным данным) приближенными аналитическими выражениями.

Таким образом, если исследование должно проводиться не численными, а аналитическими методами, то требуется подобрать такую аппроксимирующую функцию, которая, будучи довольно простой, отражала бы все важнейшие особенности экспериментально снятой характеристики с достаточной степенью точности [5].

Общая задача аппроксимации включает в себя две самостоятельные задачи [5,6]:

- выбор класса подходящей аппроксимирующей функции;
- определение значений, входящих в аппроксимирующую функцию постоянных коэффициентов (определение коэффициентов аппроксимации).

В связи с тем, что измеренные характеристики РТС могут содержать случайные составляющие самой различной природы (шумы, помехи, дестабилизирующие факторы и ошибки измерений), а также имеют сложный вид и представляются в виде таблиц или графиков. Для анализа и расчета эквивалентных цепей предлагается использовать математические модели, представляющие из себя аналитическое представление характеристик, т.е. представление в виде достаточно простых физически реализуемых функций [7]. Такой подход основан на использовании методов аппроксимации и подробно рассмотрен в работах [8, 9]. Суть моделирования сводится к тому, что передаточные и входные функции РТУ, исходя из условий физической реализуемости, являются дробно-рациональными функциями от комплексной частоты ( $s$ ) вида:

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2(s)^2 + \dots + a_k(s)^k}{b_0 + b_1s + b_2(s)^2 + \dots + b_q(s)^q}, \quad (1)$$

где все коэффициенты при  $s$  должны быть вещественными и неотрицательными, а высшие степени полинома числителя ( $k$ ) и знаменателя ( $q$ ), так же, как и их низшие степени, не могут отличаться более чем на 1 [10]. С помощью математического преобразования, выражение (1) можно представить в виде четной  $Ev f(s)$  и нечетной  $Od f(s)$  части от  $f(s)$ :

$$Ev f(s) = \frac{m_1m_2 - n_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (2)$$

$$Od f(s) = \frac{n_1m_2 - m_1n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (3)$$

где

$$m_1 = a_0 + a_2s^2 + \dots + a_{2k}s^{2k} \text{ - четная часть числителя функции } f(s);$$

$$m_2 = b_0 + b_2s^2 + \dots + b_{2q}s^{2q} \text{ - четная часть знаменателя функции } f(s);$$

$$n_1 = a_1s + \dots + a_{(2k-1)}s^{(2k-1)} \text{ - нечетная часть числителя функции } f(s);$$

$$n_2 = b_1s + \dots + b_{(2q-1)}s^{(2q-1)} \text{ - нечетная часть знаменателя функции } f(s).$$

При  $s = i\omega$  имеем:

$$Ev f(s)|_{s=i\omega} = \text{Re } f(i\omega);$$

$$Od f(s)|_{s=i\omega} = i \text{Im } f(i\omega).$$

Выражения (2) и (3) предлагается использовать в качестве аппроксимирующих функций  $\text{Re } f(s)$  и  $\text{Im } f(s)$  импедансных характеристик исследуемого объекта и сформировать аналитическую математическую модель (АММ) нагрузки с высокой степенью адекватности (с доверительной вероятностью не менее 0,9 и относительной погрешностью не более 10 %) [11, с. 9]. Исходя из вышесказанного, алгоритм реализации адекватных математических моделей исследуемых объектов будет иметь вид:

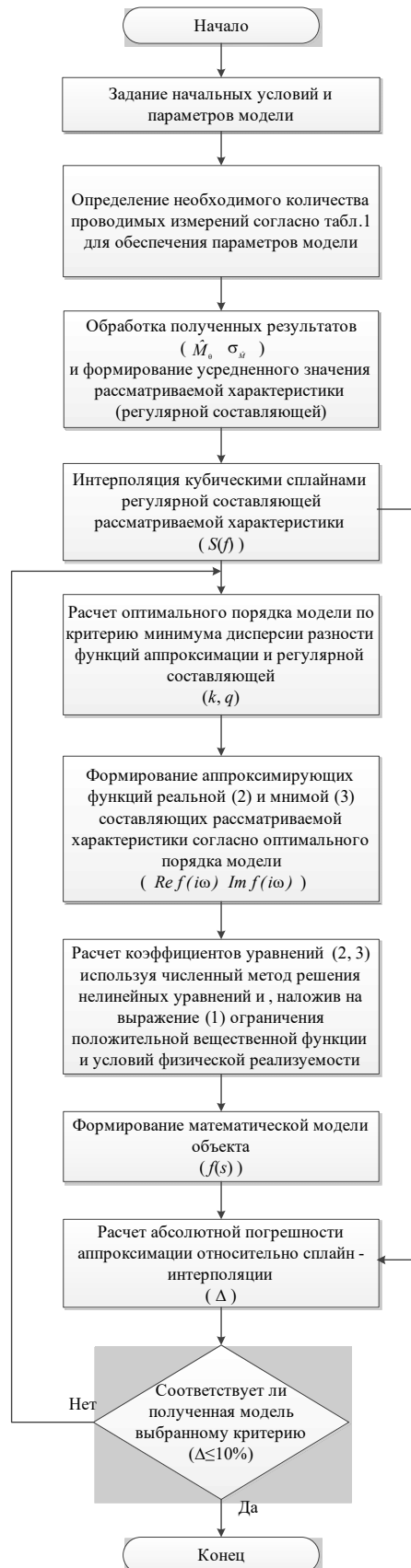


Рисунок 2 – Алгоритм реализации адекватных математических моделей исследуемых объектов

**Заключение.** Суть работы алгоритма заключается в следующем. Для начала, необходимо задать требования к реализуемой математической модели. Согласно требованиям, определить необходимое количество проводимых измерений согласно табл.1. После проведения измерений получить статистические характеристики исследуемого объекта и интерполировать кубическими сплайнами регулярную составляющую рассматриваемой характеристики. Это необходимо для того, чтобы определиться с порядком искомой рациональной функции и расчетом абсолютной погрешности аппроксимации относительно сплайн-интерполяции. После этого, с учетом физической реализуемости, необходимо найти искомую рациональную функцию (аппроксимацию) описывающую характеристики объекта исследования. Следует заметить, что нахождение погрешности  $\Delta$  возможно производить различными способами, представленными в [7].

Предлагается рассмотреть примеры решения задачи аппроксимации характеристик РТУ и формирования их эквивалентов в виде АММ нагрузки с высокой степенью адекватности.

**П. В. Бойкачев<sup>1</sup>, А.А. Ержан<sup>2</sup>, В. О. Исаев<sup>1</sup>, И. А. Дубовик<sup>1</sup>, А. Марат<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> «Беларусь Республикасының Әскери академиясы» Білім Беру Мекемесі, Минск қаласы, Беларусь;

<sup>2</sup> «Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті»  
коммерциялық емес акционерлік қоғамы, Қазақстан

### **РАДИОТЕХНИКАЛЫҚ ҚҰРЫЛҒЫЛАРДЫҢ СИПАТТАМАЛАРЫН СИПАТТАЙТЫН БАРАБАР МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ТАБУ ӘДІСТЕМЕСІ**

**Аннотация.** Радиотехникалық құрылғылардың барабар математикалық модельдерін аналитикалық түрде табу әдістемесі ұсынылған.

РЭС, әдетте, өте күрделі техникалық объект болып табылады, оның ішінде олардың арасындағы әртүрлі байланыстары бар көптеген компоненттер бар, олардың иерархиясы пирамида түрінде ұсынылуы мүмкін. Осыған байланысты келтірілген "пирамиданың"барлық деңгейлерінде жүзеге асырылуы мүмкін РЭҚ модельдеу бар.

Оның төменгі деңгейлеріндегі модельдеу, соның ішінде жартылай өткізгіш құрылғылар, сілтемелер, каскадтар және т.б. олардың жұмысын матрица, теңдеу, формула, графика немесе кесте арқылы сипаттауға дейін азаяды. Мұндай математикалық модель, бір жағынан, қажетті дәлдікпен зерттелетін объектідегі физикалық процестерді көрсетуі керек, екінші жағынан, компьютерде қолдануға жарамды болуы керек.

Кейбір жағдайларда математикалық модель объектінің физикалық моделін аналитикалық немесе сандық талдаудың нәтижесі болып табылады, бірақ көбінесе эксперименттік зерттеулер. Каскадтың немесе элементтің жұмысын сипаттайтын қолда бар деректер массивін өңдеу, оның ішінде статистикалық өңдеу ДҚ көмегімен жүргізіледі. Жұмыс объектісін анықталуы мүмкін және оның жауап беру немесе реакция кіріс әсері жоқ, ену мәні, жеке үрдістердің ішіндегі құрылғылар.

**Түйін сөздер:** жуықтау, жиілік сипаттамалары, жүйелердің математикалық модельдері, кең жолақты үйлестіру.

**P. V. Boikachov<sup>1</sup>, A. A. Yerzhan<sup>2</sup>, V. O. Isaev<sup>1</sup>, I. A. Dubovik<sup>1</sup>, A. Marat<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Republic of Belarus;

<sup>2</sup>Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev, Kazakhstan

### **THE METHOD OF FINDING ADEQUATE MATHEMATICAL MODELS DESCRIBING THE CHARACTERISTICS OF RADIO ENGINEERING DEVICES**

**Abstract.** The method of finding adequate mathematical models of radio engineering devices in an analytical form is proposed.

RES, as a rule, is a very complex technical object that includes a large number of components with diverse connections between them, the hierarchy of construction of which can be represented in the form of a kind of pyramid. In this regard, there is a simulation of radio-electronic devices, which can be carried out at all levels of the "pyramid".

Modeling at its lower levels, including semiconductor devices, links, cascades, etc., is reduced to describing their operation using a matrix, equation, formula, graph, or table. Such a mathematical model should, on the one hand, accurately reflect the physical processes in the object under study, and on the other - be suitable for use on a PC.

In some cases, the mathematical model is the result of analytical or numerical analysis of the physical model of the object, but most often-experimental studies. Processing, including statistical processing, of the available data array that characterizes the operation of the cascade or element, is carried out using a PC. The operation of an object can also be defined in the form of its response or reaction to an input action without penetrating into the essence of the physical processes occurring inside the device.

**Keywords:** approximation, frequency characteristics, mathematical models of systems, broadband matching.

**About information authors:**

Boikachov Pavel V., candidate of technical Sciences, associate Professor of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Minsk, Republic of Belarus; pashapasha.boi@mail.ru, 0000-0003-2873-9192;

Yerzhan Assel Anuarkyzy, PhD, associate Professor of "Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev", Kazakhstan; a.erzhan@auces.kz, 0000-0003-3533-1371;

Isaev Vladislav O., master of technical Sciences, associate Professor of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus", Republic of Belarus; ystasmov@gmail.com, 0000-0002-7331-6001;

Dubovik Ilya A., master of technical Sciences, associate of the EI "Military Academy of the Republic of Belarus" Minsk, Republic of Belarus; duba-77@mail.ru, 0000-0002-3486-7847;

Marat Abubakir, Master's student of "Almaty University of Power Engineering & Telecommunications named after Gumarbek Daukeev", Kazakhstan; abubakirmarat@gmail.com, 0000-0002-7914-217X

**ЛИТЕРАТУРА**

[1] Бойкачев П.В., Крейдик Е.Л., Филиппович Г.А. Моделирование сопротивления короткой монополярной антенны диапазона декаметровых волн // Сб. научн. ст. УО «Военной академии Республики Беларусь». 2013. №3(40). С. 69–74.

[2] Кочержевский Г.Н. Антенно-фидерные устройства / Г.Н. Кочержевский. - М.: Связь, 1972. 472 с.

[3] Косачев И. М. Методики расчета показателей достоверности и точности оцениваемых тактико-технических характеристик вооружения, военной и специальной техники / И. М. Косачев, Д. С. Нефедов // Вестник Военной академии Республики Беларусь. Минск, 2015. №1(46). – С. 107–135.

[4] Попов В.П. Основы теории цепей / В.П. Попов.- М.: Высшая школа, 1998.

[5] Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. - М.: Высшая школа, 2000.

[6] Иванов М.Т. Теоретические основы радиотехники / М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков; под ред. В.Н. Ушакова. - М.: Высшая школа, 2002.

[7] Ланнэ, А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А.А. Ланнэ. - М.: Связь, 1969. – 294 с.

**REFERENCES**

[1] Boykachev P. V., Kreidik E. L., Filippovich G. A. Modeling of the resistance of a short monopole antenna in the range of decameter waves // Sb. nauchn. st. UO "Military Academy of the Republic of Belarus". 2013. №3(40). P. 69-74.

[2] Kocherzhevsky G. N. Antenna-feeder devices / G. N. Kocherzhevsky. M.: Svyaz, 1972. 472 p.

[3] Kosachev, I. M. Methods for calculating indicators of reliability and accuracy of the estimated tactical and technical characteristics of weapons, military and special equipment / I. M. Kosachev, D. S. Nefedov // Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus. Minsk, 2015. №1(46). Pp. 107-135.

[4] Popov V. P. Fundamentals of circuit theory / V. P. Popov. M.: Vysshaya SHKOLA, 1998.

[5] Baskakov, S. I. Radio engineering circuits and signals / S. I. Baskakov. M.: Vysshaya SHKOLA, 2000.

[6] Ivanov M. T. Theoretical fundamentals of radio engineering / M. T. Ivanov, A. B. Sergienko, V. N. Ushakov; under the editorship of V. N. Ushakov. M.: Vysshaya SHKOLA, 2002.

[7] Lanne A. A. Optimal synthesis of linear electric circuits / A. A. Lanne. Moscow, 1969. 294 p.