

ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫ

әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Қазақстан Республикасының Ғылым Академиясы
Қазақ ұлттық университетінің
әл-Фараби атындағы

NEWS

OF THE ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
al-Farabi Kazakh National University

SERIES
PHYSICO-MATHEMATICAL

4 (338)

JULY – AUGUST 2021

PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

ALMATY, NAS RK

NAS RK is pleased to announce that News of NAS RK. Series physico-mathematical journal has been accepted for indexing in the Emerging Sources Citation Index, a new edition of Web of Science. Content in this index is under consideration by Clarivate Analytics to be accepted in the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index, and the Arts & Humanities Citation Index. The quality and depth of content Web of Science offers to researchers, authors, publishers, and institutions sets it apart from other research databases. The inclusion of News of NAS RK. Series of chemistry and technologies in the Emerging Sources Citation Index demonstrates our dedication to providing the most relevant and influential content of chemical sciences to our community.

Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясы «ҚР ҰҒА Хабарлары. Физикалық-математикалық сериясы» ғылыми журналының Web of Science-тің жаңаланған нұсқасы Emerging Sources Citation Index-те индекстелуге қабылданғанын хабарлайды. Бұл индекстелу барысында Clarivate Analytics компаниясы журналды одан әрі the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index және the Arts & Humanities Citation Index-ке қабылдау мәселесін қарастыруда. Web of Science зерттеушілер, авторлар, баспашылар мен мекемелерге контент тереңдігі мен сапасын ұсынады. ҚР ҰҒА Хабарлары. Химия және технология сериясы Emerging Sources Citation Index-ке енуі біздің қоғамдастық үшін ең өзекті және беделді химиялық ғылымдар бойынша контентке адалдығымызды білдіреді.

НАН РК сообщает, что научный журнал «Известия НАН РК. Серия физико-математическая» был принят для индексирования в Emerging Sources Citation Index, обновленной версии Web of Science. Содержание в этом индексировании находится в стадии рассмотрения компанией Clarivate Analytics для дальнейшего принятия журнала в the Science Citation Index Expanded, the Social Sciences Citation Index и the Arts & Humanities Citation Index. Web of Science предлагает качество и глубину контента для исследователей, авторов, издателей и учреждений. Включение Известия НАН РК в Emerging Sources Citation Index демонстрирует нашу приверженность к наиболее актуальному и влиятельному контенту по химическим наукам для нашего сообщества.

Бас редактор:

МҰТАНОВ Ғалымқайыр Мұтанұлы, техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының м.а. (Алматы, Қазақстан) Н=5

Редакция алқасы:

ҚАЛИМОЛДАЕВ Мақсат Нұрәділұлы (бас редактордың орынбасары), физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, ҚР БҒМ ҒК «Ақпараттық және есептеу технологиялары институты» бас директорының кеңесшісі, зертхана меңгерушісі (Алматы, Қазақстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жұмаділ Жанабайұлы (бас редактордың орынбасары), техника ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Кибернетика және ақпараттық технологиялар институты, Сағпаев университетінің Қолданбалы механика және инженерлік графика кафедрасы, (Алматы, Қазақстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, техника ғылымдарының докторы (физика), Люблин технологиялық университетінің профессоры (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Қуантай Авғазыұлы, Ph.D. Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н-10

QUEVEDO Hemando, профессор, Ядролық ғылымдар институты (Мехико, Мексика) Н=28

ЖҮСПОВ Марат Абжанұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, Украина ҰҒА академигі, Қолданбалы математика және механика институты (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, техника ғылымдарының докторы, профессор, Беларусь ҰҒА академигі (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тілекқабыл Сәбитұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің ғылыми-инновациялық қызмет жөніндегі проректоры, (Алматы, Қазақстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нұрғали Жабағаұлы, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, физика-математика ғылымдарының докторы, академик, Молдова ғылым Академиясының президенті, Молдова техникалық университеті (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, ҚР ҰҒА академигі, Қазақстан-Британ техникалық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Асқар Ербуланович, физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті (Алматы, Қазақстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, Ph.D (физика), Наноқұрылымды материалдарды зерттеу институтының профессоры (Рим, Италия) Н=26

«ҚР ҰҒА Хабарлары.

Физика-математикалық сериясы».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Меншіктеуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы» РҚБ (Алматы қ.). Қазақстан Республикасының Ақпарат және қоғамдық даму министрлігінің Ақпарат комитетінде 14.02.2018 ж. берілген **№ 16906-Ж** мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік.

Тақырыптық бағыты: *математика, информатика, механика, физика, ғарыштық зерттеулер, астрономия, ионосфера.*

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 300 дана.

Редакцияның мекен-жайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2021

Типографияның мекен-жайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Мұратбаев көш., 75.

Главный редактор:

МУТАНОВ Галимкаир Мутанович, доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, и.о. генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК (Алматы, Казахстан) Н=5

Редакционная коллегия:

КАЛИМОЛДАЕВ Максат Нурадилович, (заместитель главного редактора), доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, советник генерального директора «Института информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК, заведующий лабораторией (Алматы, Казахстан) Н=7

БАЙГУНЧЕКОВ Жумадил Жанабаевич, (заместитель главного редактора), доктор технических наук, профессор, академик НАН РК, Институт кибернетики и информационных технологий, кафедра прикладной механики и инженерной графики, университет Сатпаева (Алматы, Казахстан) Н=3

ВОЙЧИК Вальдемар, доктор технических наук (физ.-мат.), профессор Люблинского технологического университета (Люблин, Польша) Н=23

БОШКАЕВ Куантай Авгазыевич, доктор Ph.D, преподаватель, доцент кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=10

QUEVEDO Hemando, профессор, Национальный автономный университет Мексики (UNAM), Институт ядерных наук (Мехико, Мексика) Н=28

ЖУСУПОВ Марат Абжанович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=7

КОВАЛЕВ Александр Михайлович, доктор физико-математических наук, академик НАН Украины, Институт прикладной математики и механики (Донецк, Украина) Н=5

МИХАЛЕВИЧ Александр Александрович, доктор технических наук, профессор, академик НАН Беларуси (Минск, Беларусь) Н=2

РАМАЗАНОВ Тлеккабул Сабитович, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, проректор по научно-инновационной деятельности, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=26

ТАКИБАЕВ Нургали Жабагаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=5

ТИГИНЯНУ Ион Михайлович, доктор физико-математических наук, академик, президент Академии наук Молдовы, Технический университет Молдовы (Кишинев, Молдова) Н=42

ХАРИН Станислав Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН РК, Казахстанско-Британский технический университет (Алматы, Казахстан) Н=10

ДАВЛЕТОВ Аскар Ербуланович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный университет им. аль-Фараби (Алматы, Казахстан) Н=12

КАЛАНДРА Пьетро, доктор философии (Ph.D, физика), профессор Института по изучению наноструктурированных материалов (Рим, Италия) Н=26

«Известия НАН РК.

Серия физико-математическая».

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Собственник: Республиканское общественное объединение «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы).

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации Министерства информации и общественного развития Республики Казахстан № 16906-Ж выданное 14.02.2018 г.

Тематическая направленность: *математика, информатика, механика, физика, космические исследования, астрономия, ионосфера.*

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, оф. 219, тел.: 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2021

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

Editor in chief:

MUTANOV Galimkair Mutanovich, doctor of technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, acting director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK (Almaty, Kazakhstan) H=5

Editorial board:

KALIMOLDAYEV Maksat Nuradilovich (Deputy Editor-in-Chief), doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Advisor to the General Director of the Institute of Information and Computing Technologies of SC MES RK, Head of the Laboratory (Almaty, Kazakhstan) H=7

BAYGUNCHEKOV Zhumadil Zhanabayevich, (Deputy Editor-in-Chief), doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS RK, Institute of Cybernetics and Information Technologies, Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan) H=3

WOICIK Waldemar, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Lublin University of Technology (Lublin, Poland) H=23

BOSHKAYEV Kuantai Avgazievich, PhD, Lecturer, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=10

QUEVEDO Hemando, Professor, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Institute of Nuclear Sciences (Mexico City, Mexico) H=28

ZHUSSUPOV Marat Abzhanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=7

KOVALEV Alexander Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician of NAS of Ukraine, Director of the State Institution «Institute of Applied Mathematics and Mechanics» DPR (Donetsk, Ukraine) H=5

MIKHALEVICH Alexander Alexandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of NAS of Belarus (Minsk, Belarus) H=2

RAMAZANOV Tlekkabul Sabitovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Vice-Rector for Scientific and Innovative Activity, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=26

TAKIBAYEV Nurgali Zhabagaevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=5

TIGHINEANU Ion Mikhailovich, Doctor in Physics and Mathematics, Academician, Full Member of the Academy of Sciences of Moldova, President of the AS of Moldova, Technical University of Moldova (Chisinau, Moldova) H=42

KHARIN Stanislav Nikolayevich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, Academician of NAS RK, Kazakh-British Technical University (Almaty, Kazakhstan) H=10

DAVLETOV Askar Erbulanovich, Doctor in Physics and Mathematics, Professor, al-Farabi Kazakh National University (Almaty, Kazakhstan) H=12

CALANDRA Pietro, PhD in Physics, Professor at the Institute of Nanostructured Materials (Monterotondo Station Rome, Italy) H=26

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 2518-1726 (Online),
ISSN 1991-346X (Print)

Owner: RPA «National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan» (Almaty). The certificate of registration of a periodical printed publication in the Committee of information of the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan No. 16906-Ж, issued 14.02.2018

Thematic scope: *mathematics, computer science, mechanics, physics, space research, astronomy, ionosphere.*

Periodicity: 6 times a year.

Circulation: 300 copies.

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, Almaty, 050010, tel. 272-13-19

<http://www.physico-mathematical.kz/index.php/en/>

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 4, Number 338 (2021), 118 – 125

<https://doi.org/10.32014/2021.2518-1726.73>

MPHTI 27.37.17, 27.33.15

Айсағалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н.*

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан.

E-mail: iglikova.mereilim@mail.ru

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Аннотация: предлагается метод решения задачи оптимального управления с краевыми условиями из заданных множеств при наличии фазовых и интегральных ограничений, а также голономных связей для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с выпуклым функционалом. В отличие от известных методов решения задачи оптимального управления разработан совершенно новый подход - принцип погружения. Принцип погружения создан на основе исследования разрешимости и построения общего решения интегрального уравнения. Основными результатами в работе являются: необходимое и достаточное условия существования решения одного класса интегрального управления и построение его общего решения; выделения всех множеств управлений, каждый элемент которого переводит траекторию системы из любого начального состояния в любое конечное состояние для линейных систем; предлагаемый принцип погружения позволяет свести исходную краевую задачу оптимального управления с ограничениями к специальной начальной задаче оптимального управления; необходимое и достаточное условия существования допустимого управления и разработан алгоритм решения задачи оптимального быстрогодействия; предлагаемый метод построения оптимального управления для краевой задачи с ограничениями методом штрафных функционалов.

Ключевые слова: достаточные условия, разрешимость, построения решения, допустимые управления, принцип погружения, интегральное уравнение.

Введение. Постановка задачи. Рассмотрим следующую задачу оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(x(\cdot), u(\cdot), x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} F_0(x(t), u(t), t) dt \rightarrow \inf \quad (1)$$

при условиях:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u(t) + \mu(t), t \in I = [t_0, t_1]; \quad (2)$$

с краевыми условиями

$$(x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1) \in S_0 \times S_1, \quad S_0 \subset R^n, \quad S_1 \subset R^n; \quad (3)$$

при наличии фазовых ограничений

$$x(t) \in G(t) : G(t) = \{x \in R^n \mid \omega(t) \leq L(t)x \leq \varphi(t), t \in I\}; \quad (4)$$

интегральных ограничений

$$g_j(x(\cdot), u(\cdot), x_0, x_1) \leq c_j, j = \overline{1, m_1}, \quad (5)$$

$$g_j(x(\cdot), u(\cdot), x_0, x_1) = c_j, j = \overline{m_1 + 1, m_2}, \quad (6)$$

где

$$g_j(x(\cdot), u(\cdot), x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} [a_j^*(t)x(t) + b_j^*(t)u(t)] dt, j = \overline{1, m_2} \quad (7)$$

а также с учетом голономных связей

$$\Gamma_j(x(t), u(t), t) = e_j^*(t)x(t) + r_j(t) = 0, j = \overline{1, p}, t \in I, \quad (8)$$

где (*) – знак транспонирования; и ограничений на значения управления

$$u(t) \in U(t) = \{u(\cdot) \in L_2(I, R^m) \mid u(t) \in V(t) \subset R^m \text{ n.v.t} \in I\}. \quad (9)$$

Здесь $A(t)$, $B(t)$ – матрицы порядков соответственно, с кусочно-непрерывными элементами $\mu(t) \in L_2(I, R^n)$ – заданная функция. При указанных условиях дифференциальное уравнение (10) имеет единственное решение для любого фиксированного $u(t) \in U(t)$ и для любой начальной точки $x_0 \in S_0$, функция $x(t) = x(t', t_0, x_0, u)$, $t \in I$ – абсолютно непрерывна.

В краевом условии, S_0 , S_1 – заданные ограниченные выпуклые замкнутые множества из R^n . В фазовом ограничении, $L(t)$, $t \in I$ – заданная матрица порядка $s \times n$ с непрерывными элементами, $\omega(t), \varphi(t), t \in I$ – заданные непрерывные вектор - функции $s \times 1$. В интегральных ограничениях $a_j(t), b_j(t), j = \overline{1, m_2}$ – заданные кусочно-непрерывные функции вектор функции $n \times 1, m \times 1$ соответственно. В голономных связях $e_j(t), r_j(t), j = \overline{1, p}$ – непрерывные вектор - функции $n \times 1, 1 \times 1$ соответственно. В ограничении на значения управления, $V(t)$ – заданное ограниченное выпуклое замкнутое множество из R^m . В функционале (11), функция $F_0(x, u, t)$ выпукла по переменным $(x, u) \in R^n \times R^m$.

Методы.

Определение 1 1Тройка $(\overline{u(t)}, \overline{x_0}, \overline{x_1}) \in U \times S_0 \times S_1$ называется допустимым управлением для задачи (1)-(9), если краевая задача (2)-(9) с ограничениями имеет решение. Множество всех допустимых управлений обозначим через $\Sigma, \Sigma \subset U \times S_0 \times S_1$.

Задача 1 2Найти необходимое и достаточное условия существования решения краевой задачи (2)-(9).

Задача 2 3Найти допустимое управление $(\overline{u(t)}, \overline{x_0}, \overline{x_1}) \in \Sigma \in U \times S_0 \times S_1$.

Краевая задача (2)-(9) называется задачей управляемости, где допустимое управление $(\overline{u(t)}, \overline{x_0}, \overline{x_1}) \in \Sigma$ переводит траекторию системы, () исходящую из точки $\overline{x_0} \in S_0$ в момент времени t_0 в точку $\overline{x_1} \in S_1$ в момент времени t_1 выполнены: включение $\overline{x(t; \overline{u}, \overline{x_0}, \overline{x_1})} \in G(t), t \in I$, равенства $g_j(\overline{x(\cdot)}, \overline{u(\cdot)}, \overline{x_0}, \overline{x_1}) = \overline{c_j}$, $j = \overline{1, m_2}$, $\Gamma_j(\overline{x(\cdot)}, t) = 0$, $j = \overline{1, p}$, $t \in I$.

Определение 2 4Допустимое управление $(\overline{u_*(t)}, \overline{x_0^*}, \overline{x_1^*}) \in \Sigma$ называется оптимальным управлением

для задачи (1)-(9), если для любого допустимого управления $(\bar{u}(t), \bar{x}_0, \bar{x}_1) \in \Sigma$ выполняется неравенство $J(\bar{x}(\cdot), \bar{u}(\cdot), \bar{x}_0, \bar{x}_1) \geq J(x_*(\cdot), u_*(\cdot), x_0^*, x_1^*)$.

Задача 3 Найти оптимальное управление $(u_*(t), x_0^*, x_1^*) \in \Sigma$, где $(x_0^*, x_1^*) \in S_0 \times S_1$, $x_*(t, u_*, x_0^*, x_1^*) \in G(t)$, $t \in I$, $g_j(x_*(\cdot), u_*(\cdot), x_0^*, x_1^*) = \bar{c}_j$, $j = \overline{1, m_2}$, $\Gamma_j(x_*(\cdot), t) = 0$, $j = \overline{1, p}$.

Следует отметить, что решение задачи оптимального управления с ограничениями по методу множителей Лагранжа связано с существованием седловой точки функционала Лагранжа. Имеются задачи вида (1)-(9) для которых функционал Лагранжа не имеет седловую точку, однако такие задачи имеют оптимальные решения. В данной работе предлагается один из методов устранения указанного недостатка путем построения общего решения интегрального уравнения следующего вида

$$Kw = \int_{t_0}^{t_1} K(t_*, t)w(t)dt = \beta, t_* \in I = [t_0, t_1], \quad (10)$$

где $K(t_*, t) = K(t)$ -- известная матрица порядка $n_1 \times m$ с элементами из L_2 , $t_* \in [t_0, t_1]$ -- фиксированная точка, $w(t) \in L_2(I, R^{m_1})$ -- искомая функция, $\beta \in R^{n_1}$.

Задача 4 Найти необходимое и достаточное условия существования решения интегрального уравнения (10) для любых $\beta \in R^{n_1}$.

Задача 5 Найти общее решение интегрального уравнения (10) для любых $\beta \in R^{n_1}$.

Решения задач 4,5 позволяют выделить все множества допустимых управлений для задачи управляемости (2)-(9) и построить решение задачи оптимального управления (1)-(9).

Материалы. Теория экстремальных задач в банаховом пространстве, решения задачи оптимального управления и вариационного исчисления на основе метода множителей Лагранжа содержатся в [1-3]. Интегральное уравнение (10) относится к типу интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Разрешимость и построение решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода относятся к числу сложных проблем математики. Известные результаты по разрешимости интегрального уравнения относятся к случаю, когда $K(t, \tau) = K(\tau, t)$ т.е. уравнению с симметричным ядром [4-6]. Отдельные результаты по исследованию интегрального уравнения (10) и управляемости динамических систем приведены в [7]. Некоторые результаты по решению задачи оптимального управления (1)-(9) содержатся в работах [8].

Принцип погружения. Интегральное уравнение.

Введем вектор функцию $\eta(t) = (\eta_1(t), \dots, \eta_{m_2}(t))$

$$\eta(t) = \int_{t_0}^t [A_0(\tau)x(\tau) + B_0(\tau)u(\tau)]d\tau.$$

Отсюда следует, что

$$\dot{\eta}(t) = A_0(t)x(t) + B_0(t)u(t), t \in I, \quad (11)$$

$$\eta(t_0) = 0, \eta(t_1) = \bar{c} \in Q, (x_0, x_1) \in S_0 \times S_1, u(t) \in U(t), \quad (12)$$

где $A_0(t), B_0(t)$ матрицы с кусочно-непрерывным элементами порядков $m_2 \times n, m_2 \times m$ соответственно.

Теперь задача оптимального управления (1)-(9) с учетом (11), (12) запишется в виде: минимизировать функционал

$$J(\xi(\cdot), u(\cdot), x_0, x_1, d) = \int_{t_0}^{t_1} F_0(P, \xi(t), u(t), t) dt \rightarrow \inf \quad (13)$$

при условиях

$$\dot{\xi} = A_1(t)\xi + B_1(t)u(t) + \bar{\mu}(t), \quad (14)$$

$$\xi(t_0) = \begin{pmatrix} x(t_0) = x_0 \\ \eta(t_0) = 0 \end{pmatrix} = \xi_0, \quad \xi(t_1) = \begin{pmatrix} x(t_1) = x_1 \\ \eta(t_1) = 1 \end{pmatrix} = \xi_1, \quad P_1 = (I_n, O_{nm_2}),$$

$$P_1 \xi(t) \in G(t), u(t) \in U(t), (x_0, x_1) \in S_0 \times S_1, \bar{c} \in Q, \Gamma(P, \xi) = DP_1 \xi(t) + r(t) = 0, \quad (15)$$

$$\xi(t) = (x(t), \eta(t)), t \in I, P_1 \xi = x,$$

Основной принципа погружения являются следующие теоремы о свойствах решений интегрального уравнения (10) (решения задач 4,5).

Теорема 1. 8 *Интегральное уравнение (10) при любом фиксированном $\beta \in R^{m_1}$ имеет решение тогда и только тогда, когда матрица*

$$C(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} K(t_*, t) K^*(t_*, t) dt, \quad (16)$$

порядка $n_1 \times n_1$ является положительно определенной, где $(^*)$ – знак транспонирования.

Теорема 2. 9 *Пусть матрица $C(t_0, t_1)$ положительно определенная. Тогда общее решение (10) интегрального уравнения имеет вид*

$$w(t) = v(t) + K^*(t_*, t) C^{-1}(t_0, t_1) \beta - K^*(t_*, t) C^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} K(t_*, t) v(t) dt, t \in I, \quad (17)$$

где $v(\cdot) \in L_2(I, R^{m_1})$ – произвольная функция, $\beta \in R^{m_1}$ – любой вектор.

Доказательства теорем 1,2 приведены в работах [7,8].

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{y} = A_1(t)y + B_1(t)w_1(t) + \bar{\mu}(t), \quad t \in I, \quad w_1(\cdot) \in L_2(I, R^m), \quad (18)$$

$$y(t_0) = \xi(t_0) = \xi_0 \in S_0 \times O_{m_2,1}, \quad y(t_1) = \xi(t_1) = \xi_1 \in S_1 \times Q. \quad (19)$$

Решение дифференциального уравнения (18) имеет вид

$$y(t) = \Phi(t, t_0) \xi_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B_1(\tau) w_1(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) \bar{\mu}(\tau) d\tau, t \in I, \quad (20)$$

где $\Phi(t, \tau) = \Theta(t) \Theta^{-1}(\tau)$, $\Theta(t)$ – фундаментальная матрица решений линейной однородной системы $\dot{\xi} = A_1(t)\xi$. Поскольку $y(t_1) = \xi_1$, то (см.(19))

$$\int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) B_1(t) w_1(t) dt = a = \Phi(t_0, t_1) \xi_1 - \xi_0 = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) \bar{\mu}(t) dt. \quad (21)$$

Таким образом, управление $w_1(\cdot) \in L_2(I, R^m)$ является решением интегрального уравнения (21). Как следует из (10), для решения интегрального уравнения (21) применимы теоремы 1,2, где $K(t_*, t) = \Phi(t_0, t) B_1(t)$, $\beta = a$, $w(t) = w_1(t)$, $t_* = t_0 \in [t_0, t_1]$, $t \in I$, $n_1 = n + m_2$.

Теорема 3.10 Пусть матрица

$$W(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) B_1(t) B_1^*(t) \Phi^*(t_0, t_1) dt \quad (22)$$

порядка $(n + m_2) \times (n + m_2)$ положительно определенная. Тогда управление $w_1(\cdot) \in L_2(I, R^m)$ переводит траекторию системы (16) из любой точки $\xi_0 \in R^{n+m_2}$ в любое конечное состояние $\xi_1 \in R^{n+m_2}$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{aligned} w_1(t) \in U_1 = \{w_1(\cdot) \in L_2(I, R^m) \mid w_1(t) = v(t) + T_1(t) \xi_0 + T_2(t) \xi_1 + \bar{\mu}_1(t) + \\ + M_1(t) z(t_1, v), t \in I, \forall v(t), v(\cdot) \in L_2(I, R^m)\}, \end{aligned} \quad (23)$$

функция $z(t, v), t \in I$ -- решение дифференциального уравнения

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), \quad z(t_0) = 0, \quad v(\cdot) \in L_2(I, R^m). \quad (24)$$

Решение дифференциального уравнения (18), соответствующее управлению $w_1(t) \in U_1$, определяется по формуле

$$y(t) = z(t, v) + E_1(t) \xi_0 + E_2(t) \xi_1 + \bar{\mu}_2(t) + M_2(t) z(t_1, v), t \in I, \quad (25)$$

Лемма 111. Пусть матрица $W(t_0, t_1)$. Тогда задача оптимального управления (11)-(15) (либо задача оптимального управления (1)-(9)) эквивалентна (равносильна) следующей задаче: минимизировать функционал

$$J(y(\cdot), u(\cdot), v(\cdot), p(\cdot), x_0, x_1, d) = \int_{t_0}^{t_1} F_0(P_1 y(t), u(t), x_0, x_1, t) dt \rightarrow \inf \quad (26)$$

при условиях

$$\begin{aligned} J_1(y(\cdot), u(\cdot), v(\cdot), p(\cdot), x_0, x_1, d) = \int_{t_0}^{t_1} [|w_1(t) - u(t)|^2 + |p(t) - L(t) P_1 y(t)|^2 + \\ + |D P_1 y(t) + r(t)|^2] dt = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, v(\cdot) \in L_2(I, R^m), \quad (28)$$

$$(x_0, x_1) \in S_0 \times S_1, p(t) \in V(t), u(t) \in U(t), d \in \Pi, \quad (29)$$

где функции $w_1(t), y(t), t \in I$ определяются формулами (23), (25) соответственно.

Существование допустимого управления. Оптимальное быстроедействие. Как следует из леммы 1, существование допустимого управления следует из решения задачи оптимального управления: минимизировать функционал

$$J_1(y(\cdot), u(\cdot), v(\cdot), p(\cdot), x_0, x_1, d) = \int_{t_0}^{t_1} F_1(q(t), t) dt \rightarrow \inf \quad (30)$$

при условиях

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, t \in I = [t_0, t_1], \quad (31)$$

$$v(\cdot) \in L_2(I, R^m), (x_0, x_1) \in S_0 \times S_1, p(t) \in V(t), u(t) \in U(t), d \in \Pi, \quad (32)$$

где $q(t) = (\theta(t), z(t, v), z(t_1, v)), \theta(t) = (u(t), p(t), v(t), x_0, x_1, d)$,

$$F_1(q(t), t) = |w_1(t) - u(t)|^2 + |p(t) - L_1(t)P_1y(t)|^2 + |DP_1y(t) + r(t)|^2, \quad (33)$$

функции $y(t), w_1(t)$ определяются формулами (23), (25).

Построение оптимального решения. Рассмотрим задачу оптимального управления (1)-(9) с ограничениями: минимизировать функционал

$$J(\theta) = \int_{t_0}^{t_1} F_0(q(t), \theta) dt \rightarrow \inf \quad (34)$$

при условиях

$$J_1(\theta) = \int_{t_0}^{t_1} F_1(q(t), t) dt = 0, \quad (35)$$

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, v(\cdot) \in L_2^p(I, R^m), \theta \in X. \quad (36)$$

Оптимизационная задача (14)-(36) в случае, когда множество $\sum \neq \emptyset$, \emptyset – пустое множество, может быть решена методом штрафных функционалов. Введем множество

$$X_1 = \{\theta \in X \mid J_1(\theta) \leq 0\} = \{\theta \in X \mid J_1(\theta) = 0\} \subset X.$$

Штрафным функционалом для ограничения (35) является $P_k(\theta) = A_k J_1(\theta)$, $\theta \in X$, где A_k – некоторая постоянная, $k = 1, 2, \dots, A_k \rightarrow +\infty$ при $k \rightarrow \infty$.

Заменяем исходную задачу (34)-(36) на последовательность задач следующего вида: минимизировать функционал

$$J_k(\theta) = J(\theta) + P_k(\theta) = J(\theta) + A_k J_1(\theta) \rightarrow \inf, k = 1, 2, \dots, \quad (37)$$

при условиях

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, v(t) \in L_2^p(I, R^m), \theta \in X. \quad (38)$$

Исходная задача (34)-(36) может быть представлена в виде: Минимизировать функционал

$$J(\theta) \rightarrow \inf, \quad (39)$$

при условиях

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, v(t) \in L_2^p(I, R^m), \theta \in X_1. \quad (40)$$

Результаты и обсуждение. Основными результатами в работе являются: необходимое и достаточное условие существования решения одного класса интегрального управления и построения его общего решения; выделения всех множеств управлений, каждый элемент которого переводит траекторию системы из любого начального состояния в любое конечное состояние для линейных систем; предлагаемый принцип погружения позволяет свести исходную краевую задачу оптимального управления с ограничениями к специальной начальной задаче оптимального управления; необходимое и достаточное

условия существования допустимого управления и разработан алгоритм решения задачи оптимального быстрогодействия; предлагаемый метод построения оптимального управления для краевой задачи с ограничениями методом штрафных функционалов.

Заключение. Одной из сложных и нерешенных проблем теории управления является существование решения краевой задачи оптимального управления при наличии фазовых и интегральных ограничений с учетом голономных связей. Для решения проблем существования решения необходимо создание общей теории управляемости динамических систем.

Научная новизна полученных результатов состоит в том, что создана общая теория и конструктивный метод решения краевой задачи оптимального управления с учетом фазовых и интегральных ограничений и голономных связей с краевыми условиями из заданных множеств.

Айсағалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н.*

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан.
E-mail: iglikova.mereilim@mail.ru

ШЕКТЕУЛЕРМЕН СЫЗЫҚТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ ТИІМДІ БАСҚАРУ

Аннотация: фазалық және интегралдық шектеулер болған жағдайда берілген жиындардан шекаралық шарттармен басқарудың тиімді есептерін шешу әдісі ұсынылады, сонымен қатар дөңес функционалды сызықты қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін голономдық шектеулер. Тиімді басқару міндетін шешудің белгілі әдістерінен айырмашылығы мүлдем жаңа тәсіл - батыру принципі. Басқару принципі интегралды теңдеудің жалпы шешімін құру және шешімділігін зерттеу негізінде құрылған. Жұмыстағы негізгі нәтижелер: интегралдық басқарудың бір класында шешімінің бар болуы және оның жалпы шешімінің құру үшін қажетті және жеткілікті шарттар; басқару жиындарының кез-келген элементі жүйенің траекториясын кез-келген бастапқы күйден сызықтық жүйелер үшін кез-келген соңғы күйге аударатын, сондай барлық басқару жиындарын бөліп көрсету; ұсынылған батыру принципі тиімді басқару шектік есебін бастапқы тиімді басқару есебіне алып келуге мүмкіндік береді; мүмкін болтын басқарудың қажетті және жеткілікті шарттары және тиімді тезерекет есебін шешу алгоритмі жасалды; айыптық (штрафтық) функционалдары әдісімен шектеулермен шектік есеп үшін тиімді басқаруды құру қарастырылды.

Түйін сөздер: қажетті, жеткілікті шарттар, шешімділік, шешім құру, рұқсат етілген басқару, батыру принципі, интегралдық теңдеу.

Aisagaliev S.A.*, Sevryugin I.V., Issyaeva Z.B., Iglukova M.N.*

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: iglikova.mereilim@mail.ru

OPTIMAL CONTROL OF LINEAR SYSTEMS WITH CONDITIONS

Abstract: a method is proposed for solving the optimal control problem with boundary conditions from given sets in the presence of phase and integral conditions, as well as holonomic conditions for linear ordinary differential equations with a convex functional. In contrast to the known methods for solving the problem of optimal control, a completely new approach has been developed - the immersion principle. The immersion principle was created based on the study of the solvability and construction of a general solution to the integral equation. The main results in the work: necessary and sufficient conditions for the existence of a solution of one class of integral control and the construction of its general solution; selection of all sets of controls, each element of which transfers the trajectory of the system from any initial state to any final state for linear systems; the proposed immersion principle allows reducing the original boundary value problem of optimal control with conditions to a special initial problem of optimal control; necessary and sufficient conditions for the existence of an admissible control and an algorithm for solving the problem of optimal performance has been developed; the proposed method for

constructing an optimal control for a boundary value problem with conditions by the method of penalized functionals.

Key words: necessary, sufficient conditions, solvability, solution constructions, admissible controls, immersion principle, integral equation.

Information about authors:

Aisagaliev S.A. – Doctor Science of Physics and Mathematics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, aisagaliyev@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-6507-2916>;

Sevryugin I.V. – Science specialist, Al-Farabi Kazakh National University, sevryugin_i@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-1908-063X>;

Issyaeva Z.B. – master's degree student, Al-Farabi Kazakh National University, zeres.issayeva@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9779-4833>;

Iglikova M.N. – master's degree student, Al-Farabi Kazakh National University, iglikova.mereilim@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8389-5820>.

ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Иоффе А.Д., Тихоморов В.М. Теория экстремальных задач.–М.: Наука, 1974. –456 с.
- [2] Алексеев В.М., Тихоморов В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.: Наука, 1979, – 213 с.
- [3] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Ганкрегидзе Т.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных принципов. – М.: Наука, 1969. – 550 с.
- [4] Краснов М.Л. Интегральные уравнения. – М.: Наука, 1975. – 550 с.
- [5] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функции и функционального анализа. – М.: Наука, 1989. –550 с.
- [6] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1968. – 550 с.
- [7] Айсагалиев С.А. Управляемость некоторой системы дифференциальных уравнений. // Дифференциальные уравнения. – 1991. – Т.27, №2. – С. 1475-1486.
- [8] Айсагалиев С.А. Оптимальное управление линейными системами с закрепленными концами траектории и ограниченным управлением. //Дифференциальные уравнения. – 1996. – Т.32, №6. – С. 3-11.

REFERENCES

- [1] Ioffe A.D., Tikhomorov V.M., Teoriya ekstremal'nykh zadach [Theory of extreme problems] (M.: Nauka, 1974).
- [2] Alekseev V.M., Tikhomorov V.M., Fomin S.V., Optimalnoe upravlenie [Optimal control] (M.: Nauka, 1979).
- [3] Pontryagin L.S., Boltyansky V.G., Gankregidze T.V., Mishchenko E.F., Matematicheskaya teoriya optimal'nykh principov [Mathematical theory of optimal principles] (M.: Nauka, 1969).
- [4] Krasnov M.L. Integralnoe uravnenie [Integral equation] (M.: Nauka, 1975).
- [5] Kolmogorov A.N., Fomin S., Elementy teorii funktsii i funktsional'nogo analiza [Elements of the theory of function and functional analysis] (M.: Nauka, 1989).
- [6] Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya., Metody resheniya nekorrektnykh zadach [Methods for solving incorrect problems] (M.: Nauka, 1968).
- [7] Aysagaliev S.A., "Upravlyaemost' nekotoroj sistemy differentsialnykh uravneniy [Controllability of a complex system of differential equations]", Differential equations, V. 27, No 2 (1991): 1475-1486.
- [8] Aysagaliev S.A., "Optimalnoe upravlenie lineynym sistemami s lineynym kriteriem kachestva i ogranicheniyami [Optimal control of linear systems with fixed trajectory ends and limited control]", Differential equations, V. 32, No 6 (1996): 3-11.

МАЗМҰНЫ

ФИЗИКА

Бастыкова Н.Х., Коданова С.К. ТЕРМОЯДРОЛЫҚ ҚАБЫРҒАЛЫҚ ПЛАЗМАДА ТОЗАҢДЫ БӨЛШЕКТЕРДІҢ ДИНАМИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУ.....	6
Байсеитов Қ.М. КВАРК – ГЛЮОНДЫ ПЛАЗМАНЫҢ ДИЭЛЕКТРЛІК ФУНКЦИЯСЫ.....	15
Досымбетова Г.Б., Сванбаев Е.А., Жуман Г.Б., Нұрғалиев М.К., Саймбетов А.К. КОНЦЕНТРАЦИЯЛАУШЫ КРЕМНИЙЛІ КҮН БАТАРЕЯСЫН ЖАСАУ.....	25
Джазаиров-Кахраманов А.В., Имамбеков О., Карипбаева Л.Т., Стеблякова А.А. ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ҚАРМАУЫ КЕЗІНДЕ СӘЙКЕС ${}^9\text{Be}$ АСТРОФИЗИКАЛЫҚ СИНТЕЗІ ҮШІН РЕАКЦИЯ ЖЫЛДАМДЫҒЫНА РЕЗОНАНСТАРЫНЫҢ МӘНІ.....	31
Исмагамбетова Т.Н., Габдуллин М.Т., Ramazanov T.S. ЖАРТЫЛАЙ АЗҒЫНДАЛҒАН КВАЗИКЛАССИКАЛЫҚ ИОНДАРЫ БАР ТЫҒЫЗ СУТЕГІ ПЛАЗМАСЫНЫҢ ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ.....	41
Ибраев А.Т. ЗАРЯДТАЛҒАН БӨЛШЕКТЕР КӨЗДЕРІНІҢ ҚАСИЕТТЕРІН ЗЕРТТЕУ ТЕОРИЯСЫН ЖЕТІЛДІРУ.....	47
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., В.М. Томозов ЖАРҚ ЕТУІ САЛДАРЫНАН ДАМЫҒАН ҰЗАҚ ГАММА – СӨУЛЕЛЕРІНІҢ ҮДЕМЕЛІ ПРОТОНДАР АҒЫНЫНЫҢ СИПАТТАМАСЫ.....	55
Садыков Т.Х., Аргынова А.Х., Жуков В.В., Новолодская О.А., Пискаль В.В. «АДРОН-55» ТЯНЬ-ШАНЬ ИОНДАУШЫ - НЕЙТРОНДЫ КАЛОРИМЕТРІНІҢ ПЕРИФЕРИЯЛЫҚ ДЕТЕКТОРЛАРЫН ЖАҢҒЫРТУ».....	65
Саяков О., Жао Я., Машекова А. 3D СҰЙЫҚТЫҚ ПЕН ҚҰРЫЛЫМНЫҢ ЕКІ ЖАҚТЫ ӨЗАРА ӘРЕКЕТТЕСУІМЕН ҚАНАТТЫ АЭРОДИНАМИКАЛЫҚ ТАЛДАУ.....	75
Терещенко В.М. СПЕКТРОФОТОМЕТРЛІК СТАНДАРТТАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛҒАН КАТАЛОГЫН ҚҰРУДЫҢ ПАЙДАСЫ ТУРАЛЫ.....	82
ИНФОРМАТИКА	
Дайырбаева Э.Н., Ерімбетова А.С., Тойгожинова А.Ж. ӘР ТҮРЛІ МАТРИЦАЛАРДЫ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП, СТРИП ӘДІСІНЕ НЕГІЗДЕЛГЕН КЕСКІНДІ ҚАЛПЫНА КЕЛТІРУ НӘТИЖЕЛЕРІН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ.....	89
Калижанова А., Вуйчик В., Кунельбаев М., Козбакова А., Амиргалиева Ж. МАТЛАВ ОРТАСЫНДА КӨЛБЕУ БРЭГГ ТОРЫ БАР ТАЛШЫҚТЫ -ОПТИКАЛЫҚ СЕНСОРДЫҢ СПЕКТРЛІК СИПАТТАМАЛАРЫН МОДЕЛЬДЕУ.....	96
Жантаев Ж.Ш., Қайранбаева А.Б., Қиялбаева А.К., Нұрпейсова Г.Б., Панюкова Д.В. ЗИЯТКЕРЛІК БОЛЖАУҒА АРНАЛҒАН МАҒЛҰМАТ ЖИНАУ: ӘДІСТЕР МЕН НӘТИЖЕЛЕР.....	108

МАТЕМАТИКА

Айсағалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н. ШЕКТЕУЛЕР МЕН СЫЗЫҚТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ ТИІМДІ БАСҚАРУ.....	118
Дауылбаев М.Қ., Атахан Н., Асет Н. СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН ИНТЕГРАЛДЫ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУ ҮШІН БАСТАПҚЫ СЕКІРІСТІ ШЕТТІК ЕСЕБІ ШЕШІМІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ ЖІКТЕЛУІ.....	126
Есмағамбетов Б.С., Апсеметов А.Т., Балабекова М.О., Каюмов К.Г., Джакибаев А.Ш. КЕЗДЕЙСОҚ ПРОЦЕСТЕРДІҢ ЫҚТИМАЛДЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН ПАРАМЕТРЛІК ЕМЕС БАҒАЛАУ.....	136
Иманбаев Н.С. КВАЗИСИНГУЛЯРЛЫ ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІҢ ИНДЕКСІН ЕСЕПТЕУДІҢ ТОПОЛОГИЯЛЫҚ БІР ӘДІСІ ЖАЙЛЫ.....	143
Мырканова А.М., Аканова К.М., Ластовецкий А.Л. ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ ЭКОНОМИКАЛЫҚ КЕҢІСТІГІНІҢ АНИЗОТРОПИЯСЫ.....	151
Омарова Г.Т., Омарова Ж.Т. К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ.....	165

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Бастыкова Н.Х., Коданова С.К. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПРИСТЕНОЧНОЙ ТЕРМОЯДЕРНОЙ ПЛАЗМЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ.....	6
Байсеитов К.М. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ.....	15
Досымбетова Г.Б., Сванбаев Е.А., Жуман Г.Б., Нұрғалиев М.К., Саймбетов А.К. РАЗРАБОТКА КОНЦЕНТРИРУЮЩИХ КРЕМНИЕВЫХ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ.....	25
Джазаиров-Кахраманов А.В., Имамбеков О., Карипбаева Л.Т., Стеблякова А.А. ЗНАЧЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ НА СКОРОСТЬ РЕАКЦИИ ПРИ ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ЗАХВАТЕ ДЛЯ СООТВЕТСТВУЮЩЕГО АСТРОФИЗИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ${}^9\text{Be}$	31
Исмагамбетова Т.Н., Габдуллин М.Т., Ramazanov T.S. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНОЙ ВОДОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЧНО ВЫРОЖДЕННЫМИ КВАЗИКЛАССИЧЕСКИМИ ИОНАМИ.....	41
Ибраев А.Т. КОРРЕКТИРОВКА ТЕОРИИ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ИСТОЧНИКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ.....	47
Минасянц Г.С., Минасянц Т.М., Томозов В.М. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКОВ УСКОРЕННЫХ ПРОТОНОВ ПРИ РАЗВИТИИ ВСПЫШЕК С ПРОДОЛЖИТЕЛЬНЫМ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЕМ.....	55
Садыков Т.Х., Аргынова А.Х., Жуков В.В., Новолодская О.А., Пискаль В.В. МОДЕРНИЗАЦИЯ ПЕРИФЕРИЙНЫХ ДЕТЕКТОРОВ ТЯНЬ-ШАНСКОГО ИОНИЗАЦИОННО-НЕЙТРОННОГО КАЛОРИМЕТРА «АДРОН-55».....	65
Саяков О., Жао Я., Машекова А. 3D АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРЫЛА С ДВУСТОРОННИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ЖИДКОСТИ И КОНСТРУКЦИИ.....	75
Терещенко В.М. О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ СОЗДАНИЯ СВОДНОГО КАТАЛОГА СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ.....	82

ИНФОРМАТИКА

Дайырбаева Э.Н., Еримбетова А.С., Тойгожинова А.Ж. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СТРИП-МЕТОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ МАТРИЦ.....	89
Калижанова А., Вуйчик В., Кунельбаев М., Козбакова А., Амиргалиева Ж. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ДАТЧИКА С НАКЛОННОЙ РЕШЕТКОЙ БРЭГГА В СРЕДЕ MATLAB.....	96
Жантаев Ж.Ш., Кайранбаева А.Б., Киялбаев А.К., Нурпеисова Г.Б., Панюкова Д.В. СБОР ДАННЫХ ДЛЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ: МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ.....	108

МАТЕМАТИКА

Айсагалиев С.А., Севрюгин И.В., Исаева З.Б., Игликова М.Н. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ.....	118
Дауылбаев М.Қ., Атахан Н., Асет Н. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С НАЧАЛЬНЫМИ СКАЧКАМИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	126
Есмагамбетов Б.С., Апсеметов А.Т., Балабекова М.О., Каюмов К.Г., Джакибаев А.Ш. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ.....	136
Иманбаев Н.С. ОБ ОДНОМ ТОПОЛОГИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ИНДЕКСА КВАЗИСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.....	143
Мырканова А.М., Аканова К.М., Ластовецкий А.Л. АНИЗОТРОПИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН....	151
Омарова Г.Т., Омарова Ж.Т. К ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ.....	159

CONTENTS

PHYSICS

Bastykova N.Kh., Kodanova S.K. COMPUTER SIMULATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF DUST PARTICLES IN THE EDGE FUSION PLASMA.....	6
Baiseitov K.M. DIELECTRIC FUNCTION OF QUARK-GLUON PLASMA.....	15
Dosymbetova G.B., Svanbayev Ye.A., Zhuman G.B., Nurgaliyev M.K., Saymbetov A.K. DEVELOPMENT OF CONCENTRATING SILICON SOLAR CELLS.....	25
Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Imambekov O., Karipbayeva L.T., Steblyakova A.A. THE ROLE OF RESONANCES IN THE CAPTURE OF ${}^8\text{Li}(p,\gamma){}^9\text{Be}$ ON THE REACTION RATE OF THE RELEVANT ASTROPHYSICAL SYNTHESIS OF ${}^9\text{Be}$	31
Ismagambetova T.N., Gabdullin M.T., Ramazanov T.S. THERMODYNAMIC PROPERTIES OF DENSE HYDROGEN PLASMAS WITH PARTIALLY DEGENERATE SEMICLASSICAL IONS.....	41
Ibrayev A.T. CORRECTION OF THE THEORY OF RESEARCHING THE PROPERTIES OF CHARGED PARTICLES SOURCES.....	47
Minasyants G.S., Minasyants T.M., Tomozov V.M. CHARACTERISTICS OF ACCELERATED PROTONS FLUXES DURING THE DEVELOPMENT OF FLARES WITH PROLONGED GAMMA RADIATION.....	55
Sadykov T.Kh., Argynova A.Kh., Jukov V.V., Novolodskaya O.A., Piskal' V.V. MODERNIZATION OF THE PERIPHERAL DETECTORS OF TIEN-SHAN IONIZATION- NEUTRON CALORIMETER DETECTORS "HADRON-55".....	65
Sayakov O., Zhao Y., Mashekova A. 3D AERODYNAMIC ANALYSIS OF AWING WITH 2-WAY FLUID-STRUCTURE INTERACTION.....	75
Tereshchenko V.M. ABOUT EXPEDIENCY OF CREATION COMPILE CATALOGUE OF SPECTROPHOTOMETRIC STANDARDS.....	82

COMPUTER SCIENCE

Daiyrbayeva E., Yerimbetova A., Toigozhinova A. COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF IMAGE RECOVERY BASED ON THE STRIP METHOD USING VARIOUS MATRICES.....	89
Kalizhanova A., Wojcik W., Kunelbayev M., Kozbakova A., Amirgaliyeva Zh. MODELING SPECTRAL CHARACTERISTICS OF FIBER-OPTIC SENSOR WITH TILTED BRAGG GRATING IN MATLAB MEDIUM.....	96
Zhantayev Zh., Kairanbayeva A., Kiyalbayev A., Nurpeissova G., Panyukova D. DATA COLLECTION FOR INTELLECTUAL FORECASTING: METHODS AND RESULTS.....	108

MATHEMATICS

Aisagaliev S.A., Sevryugin I.V., Issyaeva Z.B., Iglíkova M.N. OPTIMAL CONTROL OF LINEAR SYSTEMS WITH CONDITIONS.....	118
Dauylbayev M.K., Atakhan N., Asset N. ASYMPTOTIC EXPANSION OF SOLUTION OF BVP WITH INITIAL JUMPS FOR SINGULARLY PERTURBED INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION.....	126
Yesmagambetov B.B., Apsemetov A., Balabekova M.O., Kayumov K.G., Jakibayev A. NON-PARAMETRIC ESTIMATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF RANDOM PROCESSES.....	136
Imanbaev N.S. ON A TOPOLOGICAL METHOD FOR CALCULATING THE INDEX OF QUASI-SINGULAR INTEGRAL EQUATION.....	143
Myrkanova A.M., Akanova K.M., Lastovetsky A.L. ANISOTROPY OF ECONOMIC SPACE OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN.....	151
Omarova G.T., Omarova Zh.T. TO THE INVERSE PROBLEM OF CELESTIAL MECHANICS.....	159

**Publication Ethics and Publication Malpractice in
the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайтах:

www.nauka-nanrk.kz

<http://physics-mathematics.kz/index.php/en/archive>

ISSN 2518-1726 (Online),

ISSN 1991-346X (Print)

Редакторы: *М.С. Ахметова, А. Ботанқызы, Д.С. Аленов, Р.Ж. Мрзабаева*
Верстка на компьютере *Г.Д. Жадыранова*

Подписано в печать 15.08.2021.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
4,6 п.л. Тираж 300. Заказ 4.